

# ХIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

## Региональный этап

6 февраля 2021 г.

---

*8 класс.*

### *Второй день.*

6. У уголка из трёх клеток *центральной* назовём клетку, соседнюю по стороне с двумя другими. Существует ли клетчатая фигура, которую можно разбить на уголки из трех клеток тремя способами так, чтобы каждая ее клетка в одном из разбиений была *центральной* в своем уголке?
7. Точка  $M$  — середина стороны  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$ . Точки  $P$  и  $R$  на отрезках  $AM$  и  $BC$  соответственно выбраны так, что  $AP = BR$ . Найдите сумму углов  $ARM$ ,  $PBM$  и  $BMR$ .
8. Сначала Саша прямолинейными разрезами, каждый из которых соединяет две точки на сторонах квадрата, делит квадрат со стороной 2 на 2020 частей. Затем Дима вырезает из каждой части по кругу. Докажите, что Дима всегда может добиться того, чтобы сумма радиусов этих кругов была не меньше 1.
9. Дано натуральное число  $n$ , большее 2. Докажите, что если число  $n! + n^3 + 1$  — простое, то число  $n^2 + 2$  представляется в виде суммы двух простых чисел.
10. В квадратной таблице  $2021 \times 2021$  стоят натуральные числа. Можно выбрать любой столбец или любую строку в таблице и выполнить одно из следующих действий: 1) Прибавить к каждому выбранному числу 1. 2) Разделить каждое из выбранных чисел на какое-нибудь натуральное число. Можно ли за несколько таких действий добиться того, чтобы каждое число в таблице было равно 1?