«ВЕЛИКОЕ ИСКУССТВО»

В 1545 г. вышла книга Джероламо Кардано, название которой начиналось этими словами (по латыни «Ars magna»). В основном она была посвящена решению уравнений 3-й и 4-й степеней, однако ее значение для истории математики выходило далеко за пределы этой конкретной задачи. Уже в XX веке Феликс Клейн, оценивая книгу, писал: «Это в высшей степени ценное произведение содержит зародыш современной алгебры, выходящей за пределы античной математики».

XVI век был веком возрождения европейской математики после средневековой спячки. На тысячу лет были забыты, а частично безвозвратно утрачены, труды великих греческих геометров. Из арабских текстов европейцы узнавали не только о математике Востока, но и об античной математике. Характерно, что в распространении математики в Европе большую роль сыграли купцы, для которых поездки были средством и получения информации, и ее распространения. Особенно выделяется фигура Леонардо из Пизы (1180–1240), более известного как Фибоначчи (сын Боначчи). Его имя увековечено в названии замечательной числовой последовательности (числа Фибоначчи). Наука может утратить высочайший уровень очень быстро. Для его восстановления могут потребоваться века. Три века европейские математики оставались учениками, хотя у того же Фибоначчи были, безусловно, интересные наблюдения. Лишь в XVI веке в Европе появились математические результаты принципиального значения, которых не знали ни античные, ни восточные математики. Речь идет о решении уравнений 3-й и 4-й степеней.

Характерно, что достижения новой европейской математики относятся к алгебре, новой области математики, пришедшей с Востока и, по существу, делавшей только первые шаги. По крайней мере еще сто лет математикам Европы будет не по силам не только сделать в геометрии что-нибудь сопоставимое с достижениями Евклида, Архимеда, Аполлония, но даже усвоить до конца результаты великих геометров.

Легенда приписывает Пифагору фразу: «Все есть число.» Но после Пифагора в греческой математике постепенно все подчинила геометрия. В геометрической форме имелись у Евклида и элементы алгебры. Например, квадрат разрезался прямыми, параллельными сторонам, на два меньших квадрата и два равных прямоугольника. Из сопоставления площадей получалась формула $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$. Но, разумеется, символики не было, и формулировка с площадями оставалась окончательной. Формулировки получались очень громоздкими. Задачи на построение циркулем и линейкой по существу приводили к решению квадратных уравнений и рассмотрению выражений, содержащих квадратные корни (квадратичных иррациональностей). Например, у Евклида (на другом языке) подробно исследуются выражения вида $\sqrt{a+\sqrt{b}}$. В определенной степени греческие геометры понимали связь классических неразрешимых задач на построение (удвоение куба и трисекция угла) с кубическими уравнениями.

У арабских математиков алгебра постепенно отрывается от геометрии. Впрочем, как мы увидим ниже, решение кубического уравнения было получено геометрическим путем (алгебраический вывод формул для решения даже квадратного уравнения появился лишь в 1572 г. у Бомбелли). Алгебраические утверждения появляются у арабских математиков как рецепты для решения однотипных арифметических задач, обычно с «житейским» содержанием (например, задачи на раздел наследства). Правила формулируются на конкретных примерах, но с таким расчетом, чтобы можно было решить похожую задачу. До последнего времени так иногда формулировались правила решения арифметических задач («тройное правило» и т. д.). Формулировка правил в общем виде почти неминуемо требует развитой символики, до которой было еще далеко. Арабские математики не пошли дальше решения квадратных уравнений и некоторых специально подобранных кубических.

Проблема решения кубических уравнений волновала как арабских математиков, так и их европейских учеников. Удивительный результат в этом направлении принадлежит Леонардо Пизанскому. Он показал, что корни уравнения $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ не могут быть выражены через евклидовские иррациональности вида $\sqrt{a + \sqrt{b}}$. Поразительная для начала XIII века постановка задачи, предвещавшая проблему разрешимости в радикалах, осмысленную значительно позже. Путей же к решению общего кубического уравнения математики не видели.

Состояние математики на рубеже XV – XVI веков было подытожено в книге Луки Пачоли (1445 – 1514) «Сумма арифметики» (1494 г.), одной из первых печатных книг по математике, написанной к тому же не на латыни, а на итальянском языке. В конце книги говорится, что для решения кубических уравнений «искусством алгебры еще не дан способ, как не дан способ квадратуры круга». Сравнение звучит внушительно, а авторитет Пачоли был настолько велик, что большинство математиков (как мы увидим, среди них в начале были и наши герои) считало, что кубические уравнения в общей ситуации решить вообще нельзя.

Сципион Дель Ферро. Нашелся человек, которого мнение Пачоли не остановило. Это был профессор математики в Болонье Сципион дель Ферро (1465 – 1526); он нашел способ решать уравнения

$$x^3 + ax = b. \tag{1}$$

Отрицательными числами тогда еще не пользовались и, например, уравнение

$$x^3 = ax + b \tag{2}$$

воспринималось как совсем другое! Об этом решении известны лишь косвенные сведения. Дель Ферро сообщил его своему зятю и преемнику по кафедре Аннибалу делла Наве и ученику Антонио Марио Фиоре. Последний решил после смерти учителя воспользоваться доверенной ему тайной, чтобы стать непобедимым в поединках по решению задач, которые были тогда очень распространены. 12 февраля 1535 г. его жертвой едва не стал Никколо Тарталья — один из главных героев нашего рассказа.

Никколо Тарталья. Тарталья родился около 1500 г. в Брешии в семье бедного конного почтальона Фонтане. В детстве, когда его

Никколо Тарталья (единственный известный портрет).

родной город был захвачен французами, он был ранен в гортань и с тех пор говорил с трудом. Отсюда и его прозвище «Тарталья» («заика»). Он рано остался на попечении матери, которая попыталась учить его в школе. Но деньги кончились, когда в классе письма дошли до буквы «к». Тарталья покинул школу, не научившись писать свою фамилию. Он продолжает заниматься самостоятельно и становится «магистром абака» (что-то вроде учителя арифметики в частном коммерческом училище). Он много ездит по Италии, пока в 1534 г. не попадает в Венецию. Здесь его научные занятия стимулировались общением с инженерами и артиллеристами из знаменитого венецианского арсенала. Тарталью спрашивают, например, как надо наклонить орудие, чтобы оно стреляло дальше всего. Он дает ответ, который показался спрашивавшим удивительным, — под углом 45°. Ему не верят, что надо поднять ствол так высоко, но «несколько частных опытов» доказали его правоту. Хотя Тарталья говорит, что у него были «математические доводы» для этого утверждения, скорее это было эмпирическое наблюдение (а доказательство дал лишь Галилей).

Тарталья публикует две книги, служащие продолжением одна другой: «Новая наука» (1537 г.) и «Проблемы и различные изобретения» (1546 г.), где читателю обещаются «...новые изобретения, не краденные ни у Платона, ни у Плотина, ни у какого иного грека и латинянина, а полученные лишь искусством, измерением и разумом». Книги написаны на итальянском языке, в форме диалога, которую позднее перенял Галилей. В ряде вопросов Тарталья был предшественником Галилея. Хотя в первой из указанных книг он повторял вслед за Аристотелем, что брошенное под углом тело вначале летит по наклонной прямой, затем по дуге окружности и, наконец, по вертикали падает вниз, во второй книге он пишет, что траектория «не имеет ни одной части, которая была бы совершенно прямой». Тарталья интересовался равновесием тел на наклонной плоскости, свободным падением тел (его ученик Бенедетти убедительно показал, что характер падения тела не должен зависеть от веса). Важную роль сыграли выполненные Тартальей переводы Архимеда и Евклида на итальянский язык (Тарталья называет его «народным» в отличие от латыни), его подробные комментарии. По своим человеческим качествам Тарталья был далеко не безупречен, очень труден во взаимоотношениях. Бомбелли (правда, человек не беспристрастный; о нем ниже) писал, что «этот человек по натуре своей был так склонен говорить только дурное, что даже хуля кого-либо считал, что дает ему лестный отзыв». По другим свидетельствам (Нуньес) «он временами бывал так возбужден, что казался умалишенным».

Вернемся к предстоящему поединку. Тарталья был опытным бойцом и надеялся одержать над Фиоре легкую победу. Он не испугался и тогда, когда обнаружил, что все 30 задач Фиоре содержат уравнения (1) при разных a и b. Тарталья думал, что Фиоре не умеет сам решать предложенные задачи, и надеялся разоблачить его: «Я думал, что ни одна из них не может быть решена, потому что брат Лука (Пачоли — С. Г.) уверяет в своем труде, что такого рода уравнения невозможно решить общей формулой». Когда уже почти истекли 50 дней, после которых надлежало сдать решения нотариусу, до Тартальи дошли слухи, что Фиоре обладает таинственным способом решения уравнения (1). Перспектива угощать парадным обедом друзей Фиоре

Джероламо Кардано.

в количестве, равном числу задач, решенных победителем (таковы были правила!), не привлекала Тарталью. Он прилагает титанические усилия, и счастье улыбается ему за восемь дней до назначенного срока (срок истекал 12 февраля 1535 г.): желанный способ найден! За два часа Тарталья решил все задачи. Противник его не решил ни одной. Странным образом он не справился с одной задачей, которую можно было решить по формуле дель Ферро (Тарталья дал задачу, имея в виду искусственный прием). Впрочем мы увидим, что формулой воспользоваться нелегко. Через день Тарталья нашел способ решать уравнения (2).

О поединке Тарталья – Фиоре знали многие. В этой ситуации секретное оружие могло не помочь, а помешать Тарталье в дальнейших поединках. Кто согласится состязаться с ним, если исход предрешен? Все же Тарталья отвергает несколько просьб раскрыть его способ решать кубические уравнения. Но нашелся проситель, который добился своего. Это был Джероламо Кардано, второй герой нашего рассказа.

Джероламо Кардано. Он родился 24 сентября 1501 г. в Павии. Его отец — Фацио Кардано, образованный юрист с широкими интересами, упоминается у Леонардо да Винчи. Он был первым учителем сына. Окончив университет в Падуе, Джероламо решает посвятить себя медицине. Он был незаконнорожденным ребенком, и это закрыло ему доступ в коллегию врачей Милана. Кардано долго практиковал в провинции, пока в августе 1539 г. его все же не приняли в коллегию, специально изменив для этого правила. Кардано был одним из самых знаменитых врачей своего времени, вероятно, вторым после Андрея Везалия, его друга. На склоне лет Кардано написал автобиографию («О моей жизни»).

В ней считанные упоминания о занятиях математикой, зато подробно описываются исследования по медицине. Он утверждал, что описал приемы излечения до пяти тысяч трудноизлечимых болезней, что число разрешенных им проблем и вопросов доходит до сорока тысяч, а более мелких указаний — до двухсот тысяч. Конечно, к этим цифрам следует относиться с должной долей скептицизма. Все же слава Кардано-врача была несомненной. Он описывает случаи из своей медицинской практики, делая нажим на лечение знатных особ (шотландского архиепископа Гамильтона, кардинала Марона и т. д.), утверждая, что его постигли лишь три неудачи. По-видимому, если прибегнуть к современной терминологии, он был выдающимся диагностом, но не обращал большого внимания на анатомические сведения, как это делали Леонардо да Винчи и Везалий. В автобиографии Кардано сопоставляет себя с Гиппократом, Галеном, Авиценной (мысли последнего были ему особенно близки).

Однако занятия медициной не поглощали Кардано полностью. В свободное время он занимался всем на свете. Например, составлял гороскопы живых и мертвых (Христа, английского короля Эдуарда VI, Петрарки, Дюрера, Везалия, Лютера). Эти занятия сильно повредили Кардано в глазах потомков (по одной недоброй легенде он покончил жизнь самоубийством, чтобы подтвердить собственный гороскоп). Но следует помнить, что в те времена занятия астрологией считались вполне респектабельными (астрономия воспринималась как часть астрологии — натуральная астрология в отличие от юдициарной). Услугами Кардано-астролога пользовался папа.

В своей научной деятельности Кардано был энциклопедистом, однако энциклопедистом-одиночкой, что характерно для эпохи Возрождения. Лишь через полтора века появились первые академии, в которых ученые специализировались в более или менее узких областях. Только в таких коллективах можно было создавать подлинные энциклопедии. Энциклопедист-одиночка не в состоянии в достаточной степени проконтролировать все сообщаемые им сведения. В случае Кардано большую роль играли особенности его личности, его психического склада. Он верил в чудеса, предчувствия, демонов, в свои собственные сверхъестественные возможности. Он подробно описывает события, убедившие его в этом (при любых столкновениях в его присутствии не проливалась кровь ни у людей, ни у животных, даже на охоте; о всех событиях, кончившихся гибелью его сына, он узнавал заранее по приметам и т. д.). Кардано считал, что он обладал даром озарения (гарпократическим чувством, как он его называл), который позволял ему угадывать пораженный орган у больного, кости, которые выпадут в игре, видеть печать смерти на лице у собеседника. Большую роль в жизни Кардано играли сновидения, которые он запоминал с мельчайшими деталями и подробно описывал. По этим описаниям современные психиатры пытались определить болезнь Кардано. Кардано пишет, что постоянно повторяющиеся сновидения вместе с желанием увековечить свое имя служили основными поводами для написания книг. В энциклопедиях Кардано «О тонких материях», «О разнообразии вещей» описанию снов автора и его отца уделено много места.

Но в этих книгах содержится и много собственных наблюдений и тщательно продуманных сообщений других. Готовность обсуждать фантастические теории, своеобразная доверчивость играют не только отрицательную роль; благодаря им он обсуждает вещи, о которых его более осторожные коллеги решились говорить на много лет позже (см. ниже о комплексных числах). Не всегда удается проследить авторство. Неясно (это относится и к другим итальянским авторам XVI века), в какой мере Кардано был знаком с трудами Леонардо да Винчи (широкой публике они стали известны лишь в самом конце XVIII века). Книга «О тонких материях», переведенная во Франции, служила популярным учебником по статике и гидростатике в течение всего XVII века. Галилей пользовался указанием Кардано об использовании собственного пульса для измерения времени (в частности, при наблюдении над качанием люстры в соборе). Кардано утверждал, что невозможен вечный двигатель, некоторые его замечания можно интерпретировать как принцип возможных перемещений (так считает известный историк физики Дюэм), он рассматривал расширение водяного пара. Кардано разделял созданную еще в III веке до н. э. теорию, объяснявшую приливы и отливы действием Луны и Солнца. Он впервые четко провел различие между притяжениями магнитным и электрическим (разумеется, имеются в виду явления типа наблюдавшегося еще Фалесом притяжения соломинок натертым янтарем).

Кардано был не чужд и экспериментальным исследованиям и конструированию практических механизмов. На склоне лет он при помощи опыта установил, что отношение плотности воздуха к плотности воды равно 1/50. Когда в 1541 г. испанский король Карл V триумфально вошел в завоеванный Милан, ректор коллегии врачей Кардано шел рядом с балдахином. В ответ на оказанную честь он предложил снабдить королевский экипаж подвеской из двух валов, качение которых не выведет карету из горизонтального положения (в империи Карла V дороги были дальние и плохие). Ныне такая система подвески называется карданом (карданный подвес, карданный вал, карданное сочленение) и применяется в автомобилях. Справедливость требует отметить, что идея такой системы восходит к античности и что, по крайней мере, в «Атлантическом кодексе» Леонардо да Винчи имеется рисунок судового компаса с карданным подвесом. Такие компасы получили распространение в первой половине XVI века, по-видимому, без влияния Кардано.

Кардано писал огромное число книг, часть из которых была напечатана, часть осталась в рукописи, а часть была уничтожена им в Риме в ожидании ареста. Только описание книг составило объемистую книгу «О собственных сочинениях». Многие годы были популярны книги Кардано по философии и этике. Книга «Об утешении» была переведена на английский язык и оказала влияние на Шекспира. Некоторые шекспироведы утверждают даже, что Гамлет произносит монолог «Быть или не быть», держа эту книгу в руках.

Можно много говорить о личности Кардано. Он был страстен, вспыльчив, много играл в азартные игры. Сорок лет играл Кардано в шахматы («я никогда не мог выразить в кратких словах, сколько ущерба, без всякого за него возмещения, причинили они моим домашним делам»), двадцать пять лет играл он в кости («но еще более шахмат повредили мне кости»). Ради игры он временами бросал все занятия, попадал в неприятные ситуации. Побочным продуктом этой страсти Кардано была «Книга об игре в кости», написанная в 1526 г., но напечатанная лишь в 1663 г. Эта книга содержит начала теории вероятностей, включая предварительную формулировку закона больших чисел, некоторые вопросы комбинаторики, наблюдения над психологией игроков.

Несколько слов о характере Кардано. Он сам пишет: «... среди моих пороков исключительным и крупным является тот, который заставляет меня не говорить ни о чем с таким удовольствием, как о том, что, как я знаю, окажется неприятным моим слушателям. И я сознательно и упорно коснею в этом ... Я допустил много ошибок, на которые подбивала меня моя наклонность всюду кстати и некстати сообщать обо всем мне известном ... К этому меня побуждало не только опрометчивое легкомыслие и незнакомство с делами, но и пренебрежительное отношение к тем приличиям, которые в большинстве случаев соблюдаются между людьми благовоспитанными и которые я усвоил только впоследствии». Для друзей и учеников он умел быть и другим. Бомбелли писал, что Кардано имел «скорее божественный, чем человеческий облик».

Кардано и Тарталья. К 1539 г. Кардано заканчивает свою первую математическую книгу «Практика общей арифметики»; она была призвана заменить книгу Пачоли. Услышав о секрете Тартальи, он загорелся желанием украсить им свою книгу. По его просьбе книготорговец Жуано Антонио встретился с Тартальей в Венеции 2 января 1539 г. Он просит от имени «честного человека, врача города Милана, по имени Джероламо Кардано» передать правило решения уравнения (1) или для опубликования в книге, или под обещание держать сообщенное в секрете. Ответ был отрицательным: «Передайте его светлости, чтобы он простил меня, но если я захочу опубликовать свое открытие, то я сделаю это в моем собственном труде, а не в книге другого». Тарталья отказался передать также решения 30 задач Фиоре, передав лишь условия (впрочем, их можно было получить у нотариуса), а также решить 7 задач, посланных Кардано. Тарталья подозревает, что Кардано — подставное лицо, за которым скрывается математик Жуане да Кои, пытающийся узнать секрет. 12 февраля Кардано посылает Тарталье критические замечания по поводу книги «Новая наука» и повторяет свою просьбу. Тарталья неумолим, соглашаясь решить лишь две задачи Кардано. 13 марта Кардано приглашает Tарталью к себе, выражает заинтересованность в его артиллерийских приборах, обещает представить его маркизу дель Васто, испанскому губернатору Ломбардии. Повидимому, эта перспектива прельстила Тарталью, он принял приглашение, и решительное объяснение состоялось 25 марта в доме Кардано.

Вот отрывок из записи этой беседы (следует иметь в виду, что запись сделана Тартальей; ученик Кардано Феррари утверждает, что она не вполне соответствует действительности):

Николо. Я говорю Вам: я отказал Вам не из-за одной только этой главы и сделанного в ней открытия, но из-за тех вещей, которые можно открыть, зная его, так как это ключ, отмыкающий путь для исследования бесчисленного количества других разделов. Я бы уже давно нашел общее правило для многих других проблем, если бы не был в настоящее время занят переводом Евклида на народный язык (в настоящее время я довел перевод до конца 13-й книги). Но когда эта работа, которую я уже начал, будет закончена, я собираюсь издать труд для практического применения вместе с новой алгеброй ... Если я выдам ее какому-нибудь теоретику (каким является Ваша светлость), то он легко может с помощью этого объяснения найти другие главы (ибо это объяснение легко приложить к другим вопросам) и опубликовать плоды моего открытия под собственным именем. Этим будут разбиты все мои планы.

Мессер Джероламо. Я клянусь Вам Святым Евангелием Господа Бога и не только даю Вам слово честного человека никогда не опубликовать этого Вашего открытия, если Вы мне его доверите, но обещаю, и да будет моя совесть истинного христианина Вам порукой, зашифровать его так, что после моей смерти никто не сможет прочитать написанное. Если я, по Вашему мнению, заслуживаю доверия, то сделайте это, если нет, то оставим этот разговор.

Николо. Если бы я не поверил этой Вашей клятве, то, конечно, заслужил бы того, чтобы меня самого сочли неверующим.

Итак, Тарталья дал уговорить себя. Он сообщил свое решение в форме латинского стихотворения. Не правда ли, трудно понять по приведенной записи, что заставило Тарталью изменить решение. Неужели его так потрясли клятвы Кардано? Происходящее дальше малопонятно. Сообщив тайну, взволнованный Тарталья немедленно уезжает, отказавшись от свидания с маркизом, ради которого он предпринимал путешествие. Уж не загипнотизировал ли его Кардано? Очень правдоподобно, что запись Тартальи не точна.

Тарталья несколько успокоился, когда получил 12 мая свеженапечатанную «Практику общей арифметики» без своего рецепта. В сопроводительном письме Кардано пишет: «Я проверил формулу и считаю, что она имеет общее значение».

Кардано получил от Тартальи готовый способ решения уравнения (1) без всяких намеков на доказательство. Он затратил много сил на тщательную проверку и обоснование правила. С нашей колокольни нелегко понять, в чем проблема: подставь в уравнение и проверь! Однако отсутствие развитой алгебраической символики делало то, что сегодня автоматически выполняет любой школьник, доступным лишь избранным. Не познакомившись с подлинными текстами того времени, нельзя оценить, насколько алгебраический аппарат «экономит» мышление. Читатель должен все время иметь это в виду, чтобы не заблуждаться относительно «тривиальности» проблем, вокруг которых кипели страсти в XVI веке.

Кардано затрачивает годы напряженной работы, пытаясь полностью разобраться с решением кубических уравнений. Он получил рецепты (ведь формул писать не умели!) для решения уравнений (1), (2), а также

$$x^3 + b = ax \tag{3}$$

и уравнений, содержащих x^2. Он наверняка сильно опередил Тарталью. Все это происходило на фоне упрочения положения Кардано; в 1543 г. он становится профессором в Павии. «Мои познания в астрологии, — писал Кардано, — приводили меня к заключению, что я не проживу более сорока лет и уж, во всяком случае, не достигну сорокапятилетнего возраста... Наступил тот год, который должен был стать последним в моей жизни и который, напротив, оказался ее началом, — а именно сорок четвертый год».

Луиджи Феррари. В математических занятиях Кардано с некоторых пор ему помогал Луиджи Феррари (1522 – 1565) . В составленном Кардано списке его 14 учеников Феррари фигурирует как второй в хронологическом порядке и один из трех наиболее выдающихся. Кардано, веривший приметам, пишет, что 14 ноября 1536 г., когда 14-летний Луиджи с братом прибыли в Болонью, «во дворе так долго вопреки обычаю стрекотала сорока, что мы все ждали чьего-нибудь приезда». Феррари был человеком феноменальных способностей. Он обладал таким бурным темпераментом, что даже Кардано боялся временами с ним говорить. Известно, что в семнадцать лет Феррари вернулся после одной прогулки без единого пальца на правой руке. Он был безоговорочно предан учителю, долгое время был его секретарем и поверенным. Вклад Феррари в математические работы Кардано очень велик.

В 1543 г. Кардано вместе с Феррари предпринял поездку в Болонью, где делла Наве позволил им познакомиться с бумагами покойного дель Ферро. Они убедились, что последнему уже было известно правило Тартальи. Интересно, что о формуле дель Ферро, по-видимому, почти не знали. Вряд ли Кардано так энергично атаковал бы Тарталью, знай он, что ту же информацию можно получить у делла Наве (до 1543 г. он к нему не обращался). Сейчас почти все соглашаются, что у дель Ферро была формула, что Фиоре знал ее, а Тарталья переоткрыл ее, зная, что у Фиоре она есть. Однако ни один из шагов в этой цепочке строго не доказан! Кардано говорил об этом, но Тарталья писал в конце своей жизни: «...я могу заверить, что эта описанная теорема не была еще доказана ни Евклидом, ни кем-либо другим, а одним лишь Джероламо Кардано, которому мы ее показали... В 1534 г. (в другом месте написано, что 4 февраля 1535 г. — *С. Г.*) я нашел в Венеции общую формулу уравнения...». Трудно свести концы с концами в этой запутанной истории.

«Великое Искусство». Знакомство ли с бумагами дель Ферро, сильное ли давление со стороны Феррари или, скорее всего, нежелание похоронить результаты многолетней работы привели к тому, что Кардано включил все известное ему о кубических уравнениях в вышедшую в 1545 г. книгу «Великое искусство или о правилах алгебры». Ее стали называть коротко «Великое искусство».

В предисловии Кардано излагает историю вопроса: «...в наше время Сципион дель Ферро открыл формулу, согласно которой куб неизвестного плюс неизвестное равен числу. Это была очень красивая и замечательная работа. Так как это искусство превосходит всю человеческую ловкость и всю ясность ума смертного, то его нужно рассматривать как подарок небесного происхождения, а также как способность силы ума, и это настолько славное открытие, что от того, кто мог его достигнуть, можно ждать, что он достигнет всего. Соревнуясь с ним, Никколо Тарталья из Брешии, наш друг, будучи вызван на состязание с учеником дель Ферро по имени Антонио Марио Фиоре, решил, дабы не быть побежденным, ту же самую проблему и после долгих просьб передал ее мне. Я был введен в заблуждение словами Луки Пачоли, который говорит, что нет общего решения такого рода уравнений, и, хотя я обладал уже многими мною самим сделанными открытиями, я все же не отчаивался найти то, чего я не смел искать. Однако когда я получил эту главу и добрался до ее решения, то я увидел, что с ее помощью можно многое сделать еще; и уже с повышенной уверенностью в своих делах я, при исследовании, открыл дальнейшее, частью сам, частью с Луиджи Феррари, моим бывшим учеником».

В модернизированном виде способ, которым Кардано находит решение уравнения (1), можно изложить следующим образом. Будем искать решение уравнения (1) в виде $x = \beta - \alpha$. Тогда $x + \alpha = \beta$ и

$$x^3 + 3x^2\alpha + 3x\alpha^2 + \alpha^3 = \beta^3. \tag{4}$$

Поскольку $3x^2\alpha + 3x\alpha^2 = 3x\alpha(x+\alpha) = 3x\alpha\beta$, равенство (4) можно переписать в виде

$$x^3 + 3\alpha\beta x = \beta^3 - \alpha^3. \tag{5}$$

Попытаемся по паре (a, b) так подобрать пару (α, β), чтобы (5) совпало с (1). Для этого необходимо, чтобы пара (α, β) была решением системы

$$3\alpha\beta = a, \qquad \beta^3 - \alpha^3 = b,$$

или равносильной ей системы

$$\beta^3 \cdot (-\alpha^3) = -\frac{a^3}{27}, \qquad \beta^3 + (-\alpha^3) = b.$$

По теореме Виета[1] β^3 и $-\alpha^3$ будут корнями вспомогательного квадратного уравнения

$$y^2 - by - \frac{a^3}{27} = 0.$$

Поскольку мы ищем *положительные* корни уравнения (1), $\beta > \alpha$. Значит,

$$\beta^3 = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}, \qquad -\alpha^3 = \frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}.$$

Следовательно,

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} - \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}}.$$

При положительных a и b корень x также положителен.

Приведенная выкладка лишь в идейном отношении следует ходу рассуждений Кардано. Сам он рассуждает на геометрическом языке: если куб со стороной $\beta = \alpha + x$ разрезать плоскостями, параллельными граням, на куб со стороной α и куб со стороной x, получатся, кроме двух кубов, три прямоугольных параллелепипеда со сторонами α, α, x и три — со сторонами α, x, x; соотношение между объемами дает (4); для перехода к (5) параллелепипеды разных типов попарно объединяются. «Так как я сознавал, что тот отдел, который передал мне Тарталья, был открыт им при помощи геометрического доказательства, то я думал, что это и есть царский путь, ведущий ко всем другим отделам». Возможно, Кардано было известно аналогичное рассуждение для квадратного уравнения, принадлежащее Ал-Хорезми.

Уравнение (2) можно решить при помощи подстановки $x = \beta + \alpha$, но здесь уже может возникнуть случай, когда исходное уравнение имеет три действительных корня, а вспомогательное квадратное уравнение не имеет действительных корней. Это так

[1] Сам Виет (1540 – 1603) жил позже Кардано, но тот частный случай его теоремы, который в школе называют теоремой Виета, был, по существу, известен Кардано.

называемый *неприводимый* случай. Он доставил много хлопот Кардано (и, вероятно, Тарталье).

Кардано решил уравнение (3), проведя смелое по тем временам рассуждение, обыгрывающее отрицательность корня. Никто до него не пользовался так решительно отрицательными числами, хотя и Кардано еще далек от свободного обращения с ними: уравнения (1) и (2) он рассматривает отдельно!

Кардано полностью разобрался и с общим кубическим уравнением $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, заметив, говоря на современном языке, что подстановка $x = y - a/3$ уничтожает член с x^2.

Кардано решается рассматривать не только отрицательные числа (он называет их «чисто ложными»), но и комплексные (их он называет «поистине софистическими»). Он замечает, что если с ними оперировать по некоторым естественным правилам, то квадратному уравнению, не имеющему действительных корней, можно приписать комплексные корни. Возможно, к комплексным числам Кардано пришел в связи с неприводимым случаем. (Это предполагает, например, Н. Бурбаки.) Если в этом случае «не пугаясь» выполнить все действия над возникающими в процессе вычислений комплексными числами, то в результате получатся правильные значения вещественных корней. Но нет никаких указаний на то, что Кардано вышел в своих рассмотрениях за пределы квадратных уравнений. Однако приведенное рассуждение о кубическом уравнении вскоре появилось — у Рафаэля Бомбелли (1526 – 1573), последователя Кардано — инженера-гидравлика из Болоньи и автора знаменитой «Алгебры» (1572 г.).

Кардано понимал, что кубическое уравнение $x^3+ax^2+bx+c = 0$ может иметь три вещественных корня, и что тогда их сумма равна $-a$. В такого рода общих утверждениях у Кардано не было предшественников. В алгебре в отличие от геометрии почти не приводили доказательств (в школьной математике следы этого сохранились по сей день!). Вот еще одно наблюдение Кардано: если в уравнении (с положительными коэффициентами) все члены в левой части имеют большую степень, чем все члены в правой, то имеется единственный положительный корень. От «Великого искусства» идет целый ряд важных для алгебры понятий, например, кратность корня. Вообще, значение Кардано в истории математики определяется в первую очередь не конкретными достижениями (которых у него не очень много), а тем, что в «Великом искусстве» он увидел путь, по которому будет развиваться алгебра.

Замечание о формуле Кардано. Проанализируем формулу для решения уравнения $x^3+px+q=0$ в вещественной области. В отличие от Кардано мы можем себе позволить не следить за знаками p и q. Итак,

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

При вычислении x нам приходится извлекать вначале квадратный корень, а затем кубический. Мы сможем извлечь квадратный корень, оставаясь в вещественной области, если $\Delta = 27q^2 + 4p^3 > 0$. Два значения квадратного корня, отличающиеся знаком, фигурируют в разных слагаемых для x. Значение кубического корня в вещественной области единственно и получается единственный вещественный корень x при $\Delta > 0$.

Исследуя график кубического трехчлена x^3+px+q, нетрудно убедиться, что он в самом деле имеет единственный вещественный корень при $\Delta > 0$. При $\Delta < 0$ имеются три вещественных корня. При $\Delta = 0$ имеется двукратный вещественный корень и однократный, а при $p = q = 0$ — трехкратный корень $x = 0$.

Продолжим исследование формулы при $\Delta > 0$ (случай одного вещественного корня). Оказывается, что если при этом уравнение с целыми коэффициентами имеет целочисленный корень, при вычислении его по формуле могут возникнуть промежуточные иррациональности. Например, уравнение $x^3 + 3x - 4 = 0$ имеет единственный вещественный корень $x = 1$. Формула Кардано дает для этого единственного вещественного корня выражение

$$x = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}.$$

Значит,

$$\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} = 1,$$

но попробуйте это доказать непосредственно! Возможно, вы найдете искусственный путь, но при прямых преобразованиях будут возникать неистребимые кубические радикалы.

Быть может, это обстоятельство объясняет, почему Фиоре не смог решить предложенное Тарталья кубическое уравнение. Вероятно, его можно было решить, угадав ответ (что имел в виду Тарталья), а рецепт дель Ферро приводил к промежуточным иррациональностям.

Еще запутаннее ситуация в случае трех вещественных корней. Этот случай называется неприводимым. Здесь $\Delta = 27q^2+4p^3 < 0$, и под знаками кубических корней получаются комплексные числа. Если извлечь кубические корни в комплексной области, то после сложения мнимые части уничтожаются и получатся вещественные числа. Но как свести все к операциям над вещественными числами? Например, извлечение квадратного корня $\sqrt{a+ib}$ можно свести к чисто вещественным операциям над a и b. Если бы так обстояло дело с вычислением $\sqrt[3]{a+ib} = u + iv$, то все было бы в порядке. Но при выражении u, v через a, b возникают снова кубические уравнения, причем в неприводимой ситуации. Получается заколдованный круг! В результате в неприводимом случае нельзя найти выражение для корней через коэффициенты, не выводящие за пределы вещественной области. В этом смысле кубическое уравнение с тремя вещественными корнями неразрешимо в радикалах в вещественной области (в отличие от квадратного). На это обстоятельство часто не обращают должного внимания.

Уравнение 4-й степени. В «Великом искусстве»был отражен и личный вклад Феррари — решение уравнения 4-й степени.

На современном языке метод Феррари решения уравнения

$$x^4 + ax^2 + bx + c = 0 \tag{6}$$

(полное уравнение четвертой степени легко сводится к уравнению (6)) состоит в следующем.

Введя вспомогательный параметр t, перепишем уравнение (6) в равносильной форме:

$$\left(x^2 + \frac{a}{2} + t\right)^2 = 2tx^2 - bx + \left(t^2 + at - c + \frac{a^2}{4}\right). \tag{7}$$

Подберем теперь значение параметра t так, чтобы квадратный (относительно x) трехчлен, стоящий в правой части уравнения (7), имел два совпадающих корня. Для этого нужно, чтобы дискриминант этого трехчлена равнялся нулю:

$$b^2 - 4 \cdot 2t\Big(t^2 + at - c + \frac{a^2}{4}\Big) = 0.$$

Мы получили вспомогательное кубическое уравнение для t. Найдем по формуле Кардано какой-нибудь его корень t_0. Уравнение (7) можно теперь переписать так:

$$\Big(x^2 + \frac{a}{2} + t_0\Big)^2 = 2t_0\Big(x - \frac{b}{4t_0}\Big)^2 \qquad (8)$$

Уравнение (8) распадается на пару квадратных уравнений, дающих четыре искомых корня.

Таким образом, согласно методу Феррари, решение уравнения четвертой степени сводится к решению вспомогательного кубического уравнения и двух квадратных уравнений.

Феррари и Тарталья. После встречи в 1539 г. Кардано и Тарталья переписывались мало. Однажды ученик сообщил Тарталье, что, по слухам, Кардано пишет новую книгу. Тарталья сразу пишет Кардано предостерегающее письмо, но получает успокаивающий ответ. В другой раз Кардано захотел получить разъяснения, натолкнувшись на неприводимый случай, но ничего содержательного в ответ не получил. Нетрудно себе представить, какое впечатление произвел на Тарталью выход в свет «Великого искусства» (1545 г.). В последней части своей книги «Проблемы и различные изобретения» (1546 г.) Тарталья публикует переписку и записи бесед, относящихся к взаимоотношениям с Кардано, и обрушивается на него с бранью и упреками. Кардано не реагирует на выпад, но 10 февраля 1547 г. Тарталье отвечает Феррари. Он возражает против упреков Тартальи, указывает на недочеты в его книге, в одном случае упрекает его в присвоении чужого результата, в другом находит повторения, свидетельствующие о плохой памяти (похоже, что по тем временам это тяжелое обвинение). В заключение Тарталья вызывается на публичный диспут по «геометрии, арифметике или связанным с ними дисциплинам таким, как Астрология, Музыка, Космография, Перспектива, Архитектура и др.». Он готов дискутировать не только о том, что написано в этих областях греческими, латинскими или итальянскими авторами, но и о работах самого Тартальи, если тот, в свою очередь, согласится обсуждать работы Феррари.

По традиции в ответ на «картель» (вызов) посылались «вопросы». Они и появились 19 февраля. Тарталья хочет втянуть в перепалку самого Кардано: «Я писал Вам в таком горячем и оскорбительном тоне для того, чтобы заставить его светлость (а не Вас) собственноручно написать кое-что, ибо у меня с ним старые счеты». Обсуждение условий поединка затягивается. Тарталья начинает понимать, что Кардано останется в стороне. Тогда он начинает подчеркивать несамостоятельность Феррари, именуя его «созданием (креатурой) Кардано», как тот сам назвал себя в первом картеле. Все вопросы адресованы им обоим: «Вы, мессер Джероламо, и Вы, мессер Луиджи». В переписке содержится много интересного. Например, во втором картеле воспроизводится якобы услышанный Феррари разговор Кардано и Тартальи: «... так что Вам нужно еще? — Я не хочу, чтобы мое открытие было распространено. — А почему? — Для того чтобы никто не мог им воспользоваться. — В самом деле почему, если мы рождены не только для нас самих, но и для нашей родины и всего человечества, почему ты не хочешь, если уж тебе удалось сделать нечто ценное, чтобы этим могли воспользоваться и другие?».

Полтора года продолжалась переписка, и вдруг Тарталья решительно согласился на поединок в Милане. В чем дело? Тем временем он получил лестное приглашение в родную Брешию (март 1548 г.), где он должен был читать публичные лекции (чего раньше ему не доводилось) и вести частные занятия, «в которых будут принимать участие лишь некоторые доктора и люди с определенным весом». Дела шли не слишком успешно, и есть мнение, что Тарталью заставили принять вызов его покровители в надежде, что победа упрочит его положение. Диспут состоялся 10 августа 1548 г. в Милане в присутствии многих знатных особ, в том числе губернатора Милана, но в отсутствие Кардано. О диспуте сохранились лишь короткие записи Тартальи, по которым почти невозможно восстановить истинную картину. Похоже, что Тарталья потерпел сокрушительное поражение. Но не следует заблуждаться — диспут не имел никакого отношения к проблеме, из-за которой возник спор, да и вообще диспуты имели столь же малое отношение к выяснению истины, как дуэли. Трудно было косноязычному Тарталье противостоять перед публикой блестящему молодому Феррари.

Дальнейшая судьба героев. Тарталья не удержался в Брешии; через полтора года он вернулся в Венецию, не получив даже гонорара за лекции. Поражение в диспуте очень повредило ему. В конце жизни (он умер в 1557 г.) начал выходить «Общий трактат о числе и мере», издание которого закончилось уже после смерти Тартальи. В трактате очень мало говорится о кубических уравнениях, а никаких следов большого трактата по новой алгебре, о котором Тарталья говорил всю жизнь, не было обнаружено в его тщательно сохраненном наследстве.

Напротив, Феррари получил после поединка большую известность. Он читает публичные лекции в Риме, руководит налоговым управлением в Милане, получает приглашение на службу к кардиналу Мантуи, участвует в воспитании сына короля. А вот следов в науке он больше не оставил! Умер Феррари в 43 года (1565 г.); по легенде его отравила сестра. Говоря о его смерти, Кардано вспоминает стихи римского поэта Марциала:

> Необычайным дан век короткий и изредка старость.
> То, что ты любишь, желай, чтобы не нравилось так[1].

Дольше их обоих прожил Кардано. Но конец его жизни был нелегким. Один его сын (врач Джамбаттиста, на которого Кардано возлагал большие надежды) отравил из ревности жену и был казнен в 1560 г. От этого удара Кардано долго не мог оправиться. Другой его сын — Альдо — стал бродягой и ограбил собственного отца. В 1570 г. сам Кардано был посажен в тюрьму, а его имущество было конфисковано. Причина его ареста неизвестна — возможно, инициатива принадлежала инквизиции. В ожидании ареста Кардано уничтожил 120 своих книг. Кончил свои дни Кардано в Риме, на положении «частного человека» (его выражение), получающего скромную пенсию от папы. Последний год своей жизни Кардано посвятил составлению автобиографической

[1] Перевод А. А. Фета.

книги «О моей жизни». Последний упоминаемый в ней факт датируется 28 апреля 1576 г., а 21 сентября Кардано умер.

В автобиографии Кардано четыре раза вспоминает Тарталью. В одном месте он одобрительно приводит его мысль, что «никто не знает всего, а тем более не знает ничего тот, кто сам не подозревает, что многого не знает». В другом месте говорится, что Тарталья предпочел иметь в нем «соперника и победителя, а не друга и человека, обязанного благодеяниями». Еще Тарталья оказывается в списке критиков Кардано, которые «не вышли за пределы грамматики». И, наконец, на самых последних страницах мы читаем: «Сознаюсь, что в математике кое-что, но в самом деле ничтожное количество, я заимствовал у брата Никколо». Похоже, что неспокойно было у Кардано на душе!

Эпилог. О проблеме «Кардано – Тарталья» надолго забыли. Формулу для решения кубического уравнения связывали с «Великим искусством» и постепенно стали называть *формулой Кардано,* хотя какое-то время фигурировало имя дель Ферро, авторство которого подчеркивал сам Кардано. Такого рода несправедливость в присвоении имени — вещь нередкая (можно вспомнить, например, аксиому Архимеда, на открытие которой он не претендовал).

К проблеме авторства формулы для кубического уравнения вернулись в начале XIX века. Обнаружилось существование обиженного Тартальи, который к тому времени был практически забыт. Почти забытая история получила огласку, и за честь Тартальи были готовы сражаться не только профессионалы, но и любители. Уж очень привлекательным был детективный компонент истории. Сколько лет должно было действовать обещание Кардано? Является ли шесть лет достаточным сроком давности? Почему Тарталья десять лет не публиковал своей формулы? Впрочем, при многократных передачах и проникновении в популярную литературу история сильно упростилась, и Кардано порой превращался в авантюриста и злодея, укравшего у Тартальи его открытие и давшего этому открытию свое имя. Как мы видели, дело обстояло сложнее и такая интерпретация по меньшей мере огрубляет картину.

Дело было не только в желании восстановить истинную картину событий в ситуации, когда их участники несомненно не говорили всей правды. Для многих было важно установить степень вины Кардано. Этот вопрос наталкивается на вечно злободневный вопрос о праве собственности на научное открытие. Что касается сегодняшней практики, то бросается в глаза разница между правами ученого и изобретателя. Ученый не может контролировать дальнейшее использование опубликованных результатов, он может претендовать лишь на упоминание его имени. Это одна из причин засекречивания открытий. На рубеже Средних веков и Возрождения поводом к засекречиванию математических результатов было их использование в поединках.

К концу XIX века часть дискуссии стала носить характер серьезных историко-математических исследований. Некоторые оригинальные материалы были впервые опубликованы («Картели» и «Вопросы»). Математики поняли, какую большую роль в науке XVI века сыграли работы Кардано. Стало ясно то, что еще раньше отмечал Лейбниц: «Кардано был великим человеком при всех его недостатках; без них он был бы совершенством».

Крупнейший историк математики Мориц Кантор (1829 – 1920; не путать с создателем теории множеств Георгом Кантором), автор многотомной истории математики, очень высоко ценил Кардано, не без сожаления констатируя, что его человеческие качества оставляли желать лучшего («гений, но не характер»). Кантор высказал предположение, имевшееся уже у Феррари, что Тарталья не переоткрыл правило дель Ферро, а узнал его в готовом виде из вторых рук. Он отмечал, что у Тартальи не было сколько-нибудь значительных математических работ, а по поводу кубических уравнений в публикациях и оставшихся рукописях, кроме самого правила и фактов, которые могли быть заимствованы из ранее вышедшего «Великого искусства», имеются лишь элементарные замечания. Разумеется, это не доказательство, к тому же у Тартальи были безусловные заслуги за пределами математики. Кантору казалось также подозрительным, что решения Тартальи и дель Ферро похожи друг на друга, как две капли воды. Кантору возражал Энестрем, который даже провел что-то вроде следственного эксперимента, показывавшего, что такое совпадение возможно. Многое сделал для выяснения неясных мест Бортолетти: он привел рассуждения, которые могли бы подкрепить ряд высказываний Тартальи, казавшихся безответственными.

Полтора века то утихают, то вновь разгораются страсти. Не угасает желание получить однозначный ответ на вопрос, у которого такого ответа, может быть, просто не существует. А за формулой для решения кубического уравнения прочно укоренилось название «формула Кардано».

Добавление. По страницам книги Джероламо Кардано «О моей жизни»

За четыре месяца до смерти Кардано закончил автобиографию, которую он напряженно писал весь последний год и которая должна была подвести итог его сложной жизни. Он чувствовал приближение смерти. По некоторым сведениям его собственный гороскоп связывал его кончину с 75-летием. Он умер 21 сентября 1576 г. за два дня до годовщины. Имеется версия, что он покончил с собой в ожидании неминуемой смерти или даже чтобы подтвердить гороскоп. В любом случае Кардано-астролог относился к гороскопу серьезно. В своей книге он описывает ожидание смерти в 44 года, как предвещал предыдущий гороскоп.

Кардано волнует, удалась ли его жизнь. С одной стороны, он живет на скромную папскую пенсию в Риме, в вынужденном удалении от городов, где прошла лучшая часть его жизни, недавно побывал в тюрьме, несчастлив в детях. С другой стороны, Кардано уверен в своей значительности. Он критически оценивает многое из своего прошлого, хотя нетрудно обнаружить места, где ему удается убедить себя в своей правоте. Ведущая идея Кардано — предопределенность его жизни. Отсюда подробный анализ влияния звезд, взаимоотношений с «гением-хранителем», скрупулезный учет примет и предзнаменований, мелких событий, позволяющих построить логически стройную картину жизни. В некотором смысле цель Кардано — пользуясь искусством ученого и астролога, подробно проанализировать самого себя как объект воздействия высших сил. В науке устанавливался новый стиль, когда выводы делались исходя из предъявляемых фактов. Поэтому Кардано снабжает читателя подробными сведениями о своих физических особенностях, режиме питания, привычках и т. д., чтобы автор и читатель имели равные возможности для выводов. Книга Кардано — замечательный литературный памятник XVI века, она позволяет узнать очень много о том, как воспринимал жизнь один из умнейших людей своего времени.

Книга Кардано была переведена на русский язык в 1938 г. и издана в Гослитиздате.

Посмотрим, что рассказывает Кардано о себе. Кое-что уже приводилось в основном тексте. «Имея в виду, что из всего того, что может быть достигнуто человеческим умом, нет ничего отраднее и достойнее познания истины, и что ни одно из созданий смертных людей не может быть завершено, не подвергнувшись хотя бы в малой степени клевете, — мы, по примеру мудрейшего и, без сомнения, совершеннейшего мужа Антонина Философа решили написать книгу о собственной жизни. Мы заверяем, что ничего не внесли в нее ради хвастовства или из желания что-нибудь приукрасить ...» — так начинается эта книга. Кардано подробно говорит о своей родине (Милане), своих предках. Сообщает о своем рождении: «...я родился 24 сентября 1500 г. (по-видимому, здесь описка: Кардано родился в 1501 г. — *С. Г.*) на исходе первого часа ночи, когда прошло уже более его половины, но шла еще последняя его треть ⟨...⟩, я родился с курчавыми волосами и без признаков жизни; меня привели в чувства лишь ванной из теплого вина, что для другого могло оказаться гибельным ...». Подробно описывается положение Марса, Меркурия и Луны, которое предвещало, что он «непременно должен был родиться уродом ⟨...⟩, чего едва не произошло». Положение «зловещих планет» — Венеры и Меркурия — предвещало, что ему «будут присущи некоторая хитрость и отсутствие свободы духа, а вместе с тем склонность к опрометчивым и необдуманным решениям».

В отдельной главе описываются родители: «Мой отец, вопреки обычаям нашего города, одевался в красную суконную одежду, хотя сохранил черный цвет для своего исподнего платья. Он был косноязычен; лицо у него было румяное, а глаза белесоватые ... ; с пятидесятилетнего возраста лишился всех своих зубов[1]. Особенное предпочтение отдавал он сочинениям Евкли-

[1] В другом месте сказано, что после попытки отравления.

да; ходил, согнув спину». Удивительные подробности! «Мать моя была вспыльчива, обладала очень хорошей памятью и даровитостью, была невысокого роста, скорее тучная, и отличалась благочестием».

Далее дается краткое описание жизни Кардано, после чего наступает черед его наружности. Вот несколько деталей: «Я среднего роста, с короткими и широкими у основания ступнями ног и с настолько высоким подъемом, что я никогда не мог найти для себя обуви... Грудь у меня несколько впалая, руки довольно тонкие, правая рука потолще... Шея довольно длинная и худая; подбородок раздвоен, нижняя губа толстая и отвислая. Глаза мои очень невелики и как бы прищурены, исключая те случаи, когда я что-нибудь пристально рассматриваю... Волосы на голове и бороде были прежде белокурые... Старость изменила бороду, а волосы на голове — мало» и т. д. Кардано описывает болезни, которыми он страдал, и сообщает: «Теперь у меня осталось здоровых четырнадцать зубов и один больной, но я думаю, что и он долго еще сохранится благодаря лечению». Всего у него десять недугов, десятый — бессонница, от которой он лечится воздержанием от пищи.

Кардано сообщает, что он от природы труслив, но приобрел мужество благодаря телесным упражнениям, что он остается в кровати десять часов, а спит — восемь, что он предпочитает рыбу мясу, перечисляет 21 сорт рыбы, которые он употребляет в пищу, причем у крупной рыбы он ест «голову и брюхо, а у мелкой — спину и хвост».

«Желание увековечить свое имя возникло во мне столь же рано, сколь поздно я оказался в состоянии выполнить свое намерение ⟨...⟩ ожидая чего-то от будущего, мы презираем настоящее...», — читаем мы. Случайности, козни противников да собственные астрологические изыскания, утверждавшие, что он не доживет до 45 лет, мешали стремлению Кардано увековечить свое имя. Все изменилось, когда оказалось, что предсказания не сбываются. Кардано решительно меняет образ жизни. Он читает лекции рано утром. «После того я шел гулять в тени за городской стеной, обедал и затем занимался музыкой; после этого я шел удить рыбу ⟨...⟩; потом я занимался научной работой и писал, проводя свои вечера дома». Кардано объясняет, почему он предпочел медицину профессии юриста, как того хотел отец: «медицина одинакова и пригодна для всего земного шара и для всех веков; она опирается на доказательства более ясные и менее зависящие от мнения отдельных людей ...». Он рассказывает об успехах в преподавании и диспутах: « ... в Болонье я освоился с импровизационной речью, так как почти всегда читал лекции без подготовки ... И хотя это порождало очень высокое мнение обо мне, однако в моей речи отсутствовало изящество и не было истинного красноречия в изложении мыслей.»

Своеобразен перечень добродетелей: «Как бы меня иной раз ни соблазняла благосклонность судьбы и многочисленные мои успехи, я тем не менее никогда не изменял своего поведения ... Точно так же я не изменял своего платья на более богатое ... Более чем в чем-нибудь ином я был постоянен в занятиях, в особенности в писании книг ... Я никогда не порывал уз дружбы, и если их приходилось порывать, то никогда не выдавал тайн своих бывших друзей». Подробно описываются друзья и покровители, но демонстративно не перечисляются враги и соперники. Впрочем, они неоднократно появляются на страницах книги, в том числе уже в следующей главе «Клеветы, сплетни и козни».

Кардано начинает с козней и испытывает некоторые затруднения при выборе примеров: он хотел бы говорить о больших и скрытых кознях, но козни, которые уже обнаружились, нельзя считать скрытыми, а большие козни трудно скрыть. Пофилософствовав, он выбирает случай при получении профессорского места в Болонье, когда распустили слухи, что он «читает перед пустыми скамьями, что он человек дурных нравов и для всех неприятен; отличается тупоумием и весьма развратен; также мало сведущ в искусстве врачевания и не имеет никакой практики». Всему бы поверили, если бы папский легат в Болонье не вспомнил, что Кардано вылечил его мать. Это подорвало доверие к остальной информации. Впрочем козни продолжались и в Болонье, и Кардано в конечном счете от должности отказался, хотя и успокаивал себя: « ... все это закончилось в угоду тем, кто этого так добивался, но совсем не в их пользу». Что касается «клевет и лживых поношений», то Кардано не останавливается на конкретных случаях, считая, что «они больше мучили совесть их распространителей», а ему доставили больший досуг для написания книг, «способствовали приобретению многих тайных знаний», и он не питает «ненависти к своим обвинителям».

Коротко перечисляются увлечения: перочинные ножи (на них истрачено больше двадцати золотых дукатов), различного рода перья (более двухсот дукатов), драгоценные камни, посуда, шарики из расписного стекла, редкие книги, плавание, рыбная ловля, философия Аристотеля и Плотина, мистика, стихи Петрарки и т. д.. Одиночество он предпочитал компании, не только из-за преданности науке, а из нежелания терять время. О пристрастии к игре в шахматы и кости уже говорилось.

Отдельная глава посвящена одежде. Кардано находит у Горация описание, очень его напоминающее. Достаточно длинные рассуждения со ссылками кончаются констатацией, что надо иметь «по четыре пары платья: пару теплого, пару самого теплого, пару легкого и пару самого легкого. Таким образом, получится четырнадцать различных сочетаний ...» Описывается походка, указывается, что причиной ее неровности являются постоянные размышления. Обсуждаются взаимоотношения с религией и философией, подчеркивается влияние Платона, Аристотеля, Плотина и особенно Авиценны. Перечисляются «особые правила», усвоенные в течение жизни: благодарить Бога и просить его о помощи, не ограничиваться возмещением потерь и убытков, беречь время, почтительно относиться к старикам, «по возможности предпочитать верное неверному», «не упорствовать в проведении того, что идет дурно» и т. д. Кардано перечисляет дома, в которых он жил, красочно описывает свою бедность и потерю отцовского наследства.

Кардано подробно пишет о жене и детях. Он пишет, что видел будущую жену во сне до того, как с нею познакомился, и сон предвещал несчастный брак. Уже говорилось о судьбе его детей. Описываются путешествия, в основном в связи с врачебной деятельностью, объясняется польза путешествий.

Самая большая глава посвящена опасностям и случайностям. Кардано подробно описывает их, видимо, внушая читателю, что за этим могут стоять более глубинные явления. («Эти события не должны были бы возбуждать удивления, если бы у нас не было налицо частых примеров».) Почти в одном и том же месте он чудом трижды избежал опасности: от упавшего со стены камня, от огромного куска штукатурки и от перевернувшейся повозки, дважды он чуть не утонул при очень романтических обстоятельствах. Кардано подвергался нападению бешеных собак, проваливался в яму, падал с повозки на полном ходу, подвергался опасности заражения чумой. Эти истории читаются как детективные рассказы. После этого доходит очередь до страшных козней, которые придумывали конкуренты-врачи в Павии: тут и клевета, в которую вовлекли мужа дочери, и бревно, которое могло упасть при входе в Академию, и попытка отравить, предварительно удалив мальчиков, которые пробовали пищу. Однако все неожиданно кончалось болезнью или даже смертью врагов. В Риме Кардано преследуют опасности из-за незнания улиц и «варварских обычаев римских жителей». Но, наконец, он решает, что его охраняет провидение и перестает бояться опасностей. И вот итог: «...кто не увидит в этом предвестия или некоторого рода обеспечения моей будущей славы?».

Кардано включает в книгу этюд о счастье с примерами из жизни. Он перечисляет оказанные ему почести, в основном лестные приглашения. С другой стороны, перечисляются неприятные эпизоды в его врачебной практике, обсуждается их связь со снами. Неожиданно речь заходит о родовом гербе Кардано, в который он в день ареста решил добавить ласточку: «...ибо считал ее во многих отношениях олицетворяющей мой собственный нрав и привычки». Спорное сравнение! Кардано перечисляет своих учителей и учеников.

И опять Кардано повествует об удивительных своих свойствах и происшествиях: в детстве его посещали видения из воздушных колечек; у него не могли согреться ноги ниже колен; в его присутствии не проливалась кровь (он стал даже нарочно вмешиваться в драки и ни разу не был ранен); события, предвещавшие гибель старшего сына; и, наконец, многочисленные сновидения, которые предшествовали истинным событиям. Очень красочны описания снов, содержащие многочисленные подробности.

Далее перечисляются десять наук, которые постиг Кардано, и описываются сорок избранных случаев из его медицинской практики. А затем идет глава: «Явления, по-видимому, естественные, но поразительные». И вот первое из этих явлений: «...я родился в век, когда был открыт весь земной шар, тогда как в древности было известно лишь немного более одной трети». Кроме того, обрушился его дом, но уцелела спальня, дважды загоралась его постель и т. д. Подробно анализируется дар предсказания, постоянно проявлявшийся в его жизни, от медицины до карточной игры.

В заключительной части книги опять идет речь о сверхъестественных случаях, обсуждаются научные достижения, перечисляются его книги. Кардано вновь говорит о себе самом, о своем духе-хранителе, перечисляет отзывы о себе, рассуждает «о делах мира сего», несколько страниц занимают изречения, которыми следует руководствоваться. Вот примеры: «Друзья в несчастии подают помощь, льстецы — совет», «Знаменитому человеку следует жить там, где имеет пребывание его государь», «Когда ты хочешь мыться, сначала приготовь полотенце, чтобы вытереться», «Зло должно лечить добром, а не злом». За изречениями следует «Плач об умершем сыне». В конце речь снова идет о недостатках автора, о переменах, связанных с возрастом, и об «особенностях обхождения».