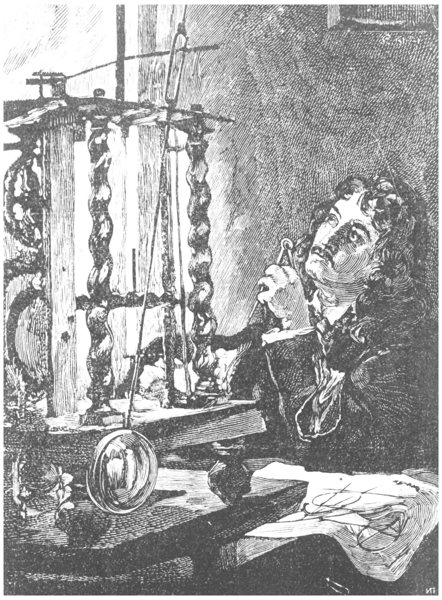
О ХРИСТИАНЕ ГЮЙГЕНСЕ И ЧАСАХ С МАЯТНИКОМ

> Циклоидальный маятник был изобретен Христианом Гюйгенсом, крупным ученым XVII столетия и гениальнейшим часовым мастером всех времен.
>
> *Зоммерфельд, «Механика»*

Мы рассказывали о том, как почти одновременно с началом XVII века Галилей заложил основы классической механики. Христиан Гюйгенс (1629 – 1695) был непосредственным преемником Галилея в науке. По словам Лагранжа, Гюйгенсу «было суждено усовершенствовать и развить важнейшие открытия Галилея». Существует рассказ о том, как в первый раз Гюйгенс соприкоснулся с идеями Галилея: 17-летний Гюйгенс собирался доказать, что брошенные горизонтально тела движутся по параболам, но обнаружил доказательство в книге Галилея и не захотел «писать „Илиаду“ после Гомера». Поражает, насколько близок был Гюйгенсу научный дух Галилея, его научные интересы. Иногда кажется, что это помолодевший Галилей вновь совершенствует свои зрительные трубы и продолжает свои астрономические наблюдения, прерванные сорок лет назад. Он пытается при помощи более сильного телескопа разгадать тайну Сатурна, казавшегося тремя соединенными звездами, и, наконец, наблюдая в 92-кратный телескоп (у Галилея был 20-кратный), обнаруживает, что за боковые звезды принималось кольцо Сатурна. Он вновь возвращается к проблеме, остро стоявшей в 1610 г.: существуют ли спутники у планет, отличных от Земли и Юпитера. Тогда Галилей писал Медичи, что у других планет спутников не обнаружилось, и ни один царственный дом, кроме дома Медичи (в честь которого были названы спутники Юпитера), не может рассчитывать на «собственные» звезды. Гюйгенс открыл в 1655 г. Титан, спутник Сатурна. Вероятно, времена изменились, и Гюйгенс не



Христиан Гюйгенс

предлагал открытый им спутник кому-либо в подарок. А потом Гюйгенс обратился к механике. И здесь его волнуют те же проблемы, что и Галилея. Он развивает его принцип инерции, утверждая, что не только иногда нельзя обнаружить движение внутренними средствами, но и само утверждение о том, что тело движется, не имеет абсолютного значения. Гюйгенс воспринимал всякое движение как относительное, в чем серьезно расходился с Ньютоном. Когда-то Галилей, обдумывая, почему при вращении Земли тела удерживаются на ее поверхности, почти получил формулу для центростремительного ускорения, буквально не сделав последнего шага (см. с. 60). Гюйгенс дополнил рассуждения Галилея и получил одну из самых замечательных формул в механике.

Гюйгенс обращается к исследованию изохронного характера качаний математического маятника. Вероятно, это было первое открытие Галилея в механике. И здесь Гюйгенсу представилась возможность дополнить Галилея: изохронность математического маятника (независимость периода колебаний маятника фиксированной длины от амплитуды размаха) оказалась справедливой лишь приближенно для малых углов размаха. Затем Гюйгенс реализует идею, которая занимала Галилея в его последние годы: он конструирует маятниковые часы.

Задачей о создании и совершенствовании часов, прежде всего маятниковых, Христиан Гюйгенс занимался почти сорок лет: с 1656 по 1693 г. Один из основных мемуаров Гюйгенса, содержащих его результаты по математике и механике, вышел в 1673 г. под названием «Маятниковые часы, или геометрические доказательства, относящиеся к движению маятников, приспособленных к часам». Многое придумал Гюйгенс, пытаясь решить одну из основных задач своей жизни — создать часы, которые можно было бы использовать в качестве морского хронометра; многое он продумал с точки зрения возможностей применения к этой задаче (циклоидальный маятник, теория развертки кривых, центробежные силы и т. д.). Мы расскажем здесь о занятиях Гюйгенса хронометрией, но прежде всего поясним, почему задача о создании часов привлекала великого ученого.

Часы относятся к очень древним изобретениям человека. Вначале это были солнечные, водяные, песочные часы; в Средние века появились механические часы. В разные эпохи измерение времени играло разную роль в жизни человека. Немецкий историк О. Шпенглер, отмечая, что механические часы были изобретены в эпоху начала романского стиля и движения, приведшего к крестовым походам, пишет: «...днем и ночью с бесчисленных башен Западной Европы звучащий бой, этот жуткий символ уходящего времени, есть, пожалуй, самое мощное выражение того, на что вообще способно историческое мироощущение. Ничего подобного мы не найдем в равнодушных ко времени античных странах и городах. Водяные и солнечные часы были изобретены в Вавилоне и Египте, и только Платон, опять в конце Эллады, впервые ввел в Афинах клепсидру (разновидность водяных часов. — С. Г.), и еще позднее были заимствованы солнечные часы как несущественная принадлежность повседневного обихода, причем все это не оказало никакого влияния на античное мироощущение».

Характерно, что при первых шагах новой механики и математического анализа время не сразу заняло место основной переменной величины при описании движения (Галилей в поисках закона свободного падения начал с гипотезы о пропорциональности скорости пути, а не времени).

Долгое время механические часы были громоздки и несовершенны. Было изобретено несколько способов преобразовать ускоренное падение груза в равномерное движение стрелок, и все же даже известные своей точностью астрономические часы Тихо Браге приходилось каждый день «подгонять» при помощи молотка. Не было известно ни одного механического явления, которое бы периодически повторялось через одно и то же сравнительно небольшое время.

Маятниковые часы. Такое явление было обнаружено на заре создания новой механики Галилеем. Именно, Галилей обнаружил, что колебания маятника изохронны, т. е. их период, в частности, не меняется при затухании колебаний. Мы приводили выше рассказ Вивиани об этом открытии Галилея.

Галилей предполагал воспользоваться маятником для создания часов. В письме от 5 июня 1636 г. голландскому адмиралу Л. Реалю он писал о соединении маятника со счетчиком колебаний. Однако к созданию часов Галилей приступил в 1641 г., за год до смерти. Работа не была закончена. Ее должен был продолжить сын Галилея Винченцо, который долго медлил с возобновлением работ и приступил к ним лишь в 1649 г., также незадолго до смерти, так и не создав часов. Некоторые ученые уже пользовались изохронностью маятника в лабораторных экспериментах, но отсюда до создания маятниковых часов — нелегкий путь.

Его преодолел в 1657 г. 27-летний Христиан Гюйгенс, к тому времени уже известный ученый, открывший кольцо Сатурна. 12 января 1657 г. он писал: «На этих днях я нашел новую конструкцию часов, при помощи которой время измеряется так точно, что появляется немалая надежда на возможность измерения при ее помощи долготы, даже если придется везти их по морю». Первый экземпляр маятниковых часов изготовил гаагский часовщик Соломон Костер, а 16 июня Генеральные Штаты Голландии выдали патент, закреплявший авторство Гюйгенса. В 1658 г. вышла брошюра «Horologium» с описанием изобретения.

Узнав о часах Гюйгенса, ученики Галилея предприняли энергичную попытку восстановить приоритет учителя. Для того чтобы правильно оценить ситуацию, важно понимать, что в XVII веке проблема создания точных часов воспринималась в первую очередь в связи с возможностью их использования для измерения долготы на борту корабля. Эту возможность понимал Галилей, ее же с самого начала выдвигал на первый план Гюйгенс (ср. приведенное выше высказывание).

Мы уже говорили выше о проблеме измерения долготы. Ученики Галилея знали, что в конце жизни он вел секретные переговоры с Генеральными Штатами, предлагая свой способ измерения долготы. Содержание переговоров, прерванных после вмешательства флорентийского инквизитора, не было достоверно известно. Можно было предположить, что речь в них шла и об использовании маятниковых часов. Напомним, что идея этого метода состоит в том, что часы «запоминают» время в порту отплытия, а разность этого времени с местным временем на корабле пересчитывается в разность долгот. Важно было, чтобы часы долго сохраняли правильный ход в условиях морской качки. Изохронность колебаний маятника должна была быть существенна как при затухании колебаний, так и при раскачке во время морского волнения.

Галилей предлагал Голландии другой способ измерения долготы, основанный на наблюдении затмений спутников Юпитера. Хотя упоминания о маятниковых часах могли фигурировать в переговорах (ср. упомянутое письмо Реалю), несомненно, конструкция часов или сколько-нибудь подробные сведения о них в Голландию не передавались. К тому времени, когда Галилей приступил к созданию часов (1641 г.), переговоры с Генеральными Штатами Голландии практически прервались.

Гюйгенса не обвиняли в плагиате, хотя, быть может, и настораживало, что маятниковые часы созданы в Голландии сыном влиятельного члена Государственного Совета, имевшего отношение к переговорам с Галилеем. Леопольд Медичи написал письмо французскому астроному И. Буйо, покровительствовавшему Гюйгенсу, и поручил изготовить ходовой механизм по модели Галилея. К письму для передачи Гюйгенсу прилагался рассказ Вивиани, упоминавшийся выше, и чертеж часов Галилея. Гюйгенс, ознакомившись с чертежами, констатировал, что в них присутствует основная идея, но нет ее технической реализации. В 1673 г. Гюйгенс напишет: «Некоторые утверждают, что Галилей пытался сделать это изобретение, но не довел дело до конца; эти лица, скорее, уменьшают славу Галилея, чем мою, так как выходит, что я с большим успехом, чем он, выполнил ту же задачу». При этом не лишне помнить, что Галилей занимался часами слепым и был на 50 лет старше Гюйгенса, когда последний занимался той же задачей.

Первые часы Гюйгенса в максимальной степени использовали конструкцию часов, распространенную в то время (он имел в виду возможность быстро переделывать уже имевшиеся часы в маятниковые). С этого момента совершенствование часов становится одной из главных задач Гюйгенса. Последняя работа о часах была опубликована в 1693 г. за два года до его смерти. Если в первой работе Гюйгенс проявил себя прежде всего как инженер, сумевший реализовать в часовом механизме уже известное свойство изохронности маятника, то постепенно на первый план выходит Гюйгенс — физик и математик.

Впрочем, в числе его инженерных достижений были выдающиеся. Макс Лауэ выдвигал на первый план в часах Гюйгенса идею обратной связи: впервые энергия сообщалась маятнику без нарушения периода колебаний, «причем сам источник колебаний определяет моменты времени, когда требуется доставка энергии». У Гюйгенса эту роль выполняло простое и остроумное устройство в виде якоря с косо срезанными зубцами, ритмически подталкивающего маятник.

Еще в начале своей работы Гюйгенс обнаружил неточность утверждения Галилея об изохронности колебаний маятника. Этим свойством маятник обладает лишь при малых углах отклонения от вертикали, но, скажем, для угла в 60° колебания заметно неизохронны (на это мог бы обратить внимание Галилей в опытах, описанных Вивиани). В 1673 г. Гюйгенс отмечал, что период для 90° относится к периоду для малых дуг, как 34 к 29. Для того чтобы скомпенсировать отклонения от изохронности, Гюйгенс решил уменьшать длину маятника при увеличении угла отклонения. В первых часах Гюйгенса с этой целью использовались ограничители в форме щек, на которые частично наматывалась нить подвеса. Эмпирический способ подбора формы щек не устраивал Гюйгенса. В 1658 г. он вообще удалил их из конструкции, вводя ограничители амплитуды. Но это не означало отказа от поисков изохронного маятника. В часах 1659 г. корректирующие пластинки появились вновь, но на сей раз Гюйгенс уже умел определять форму щек теоретически: оказалось, что они должны иметь форму *циклоиды* — кривой, сыгравшей большую роль в развитии математики в XVII веке.

Этой кривой целиком посвящена следующая глава нашей книги; из нее читатель сможет узнать, как именно Гюйгенс пришел к своему открытию.

Изобретению циклоидального маятника Гюйгенс придавал наибольшее значение: «Для проведения этих доказательств потребовалось укрепить и, где нужно, дополнить учение великого Галилея о падении тел. Наиболее желательным плодом, как бы величайшей вершиной этого учения, и является открытое мною свойство циклоиды».

Центробежные часы и часы с коническим маятником. Циклоидальный маятник — не единственное изобретение, сделанное Гюйгенсом в процессе совершенствования часов. Другое направление в его исследованиях по хронометрии связано с теорией центробежных сил. Эта теория была создана Гюйгенсом, и показательно, что впервые она была опубликована в «Маятниковых часах». В пятой части этой книги без доказательства приводятся теоремы о центробежной силе и описывается конструкция часов с коническим маятником (известно, что Гюйгенс изобрел их 5 октября 1659 г.). Доказательства теорем содержатся в работе «О центробежной силе», написанной в 1659 г., но вышедшей в свет лишь через восемь лет после смерти Гюйгенса. О центробежной силе знал еще Аристотель, а Птолемей считал, что если бы Земля вращалась вокруг своей оси, то из-за центробежной силы предметы не могли бы удерживаться на ее поверхности. Кеплер и Галилей опровергали эту точку зрения, объясняя, что в этом случае вес уравновешивает центробежную силу, фактически предполагая, что при удалении от центра вращения центробежная сила уменьшается. Однако лишь Гюйгенс получил знаменитую формулу для центробежной силы $F_{\text{ц.б.}} = mv^2/R$, к которой был очень близок Галилей. В дополнении приводится подлинный текст Гюйгенса и читатель сможет увидеть, в каком (быть может, не самом экономном с сегодняшней точки зрения) виде были впервые сообщены результаты, полученные Гюйгенсом.

Какой бы задачей Гюйгенс ни занимался, он всегда думал о возможных приложениях полученных результатов к часам. И в этом случае он хотел воспользоваться коническим маятником. Так называется нить с грузом, вращающаяся вокруг оси, проходящей через точку подвеса. Пусть l — длина нити, α — угол нити с вертикалью, R — расстояние от груза до оси. Если маятник движется по окружности и угол α остается постоянным, то $mv^2/R = mg \operatorname{tg} \alpha$. Отсюда $v = \sqrt{gr \operatorname{tg} \alpha}$. Для периода — времени одного оборота — получаем (поскольку $T = 2\pi R/v$)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}\operatorname{ctg}\alpha} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{u}{g}}.$$

Здесь $u = l\cos\alpha$ — длина проекции нити на ось маятника. В тексте Гюйгенса проводятся многочисленные обсуждения формулы для периода конического маятника. Движение конического маятника сравнивается с двумя движениями, которые к тому времени были основательно изучены: со свободным падением и колебаниями простого (или математического) маятника (Гюйгенс называет его колебания боковыми в отличие от круговых колебаний конического маятника).

Итак, период определяется проекцией нити на ось. Трудность в построении изохронного конического маятника заключается в том, что постепенно угол с осью уменьшается и период увеличивается. Гюйгенс рассчитал, что для того чтобы период оставался неизменным, надо с уменьшением угла так уменьшать длину нити, чтобы ее конец постоянно находился на параболоиде вращения.

В самом деле, пусть имеется некоторая поверхность вращения (у Гюйгенса параболоид — поверхность вращения параболы $py = x^2$ вокруг оси y). Тяжелая материальная точка устойчиво вращается по горизонтальному сечению (кругу), если равнодействующая веса и центробежной силы направлена по нормали к поверхности (перпендикуляру к касательной плоскости), а потому здесь применима формула для конического маятника. В этом случае α — угол нормали с осью, l — длина отрезка нормали между осью и поверхностью, u — проекция этого отрезка на ось. Здесь переход от конического маятника к вращению тяжелой точки в какой-то мере аналогичен переходу Галилея от математического маятника к движению тяжелой точки по круговому желобу. Далее Гюйгенс замечает, что у параболы $py = x^2$ величина u (проекция отрезка нормали на ось) не зависит от положения точки и равна $p/2$. Отсюда он делает вывод, что период вращения тяжелой точки по любым горизонтальным сечениям параболоида один и тот же:

$$T = 2\pi\sqrt{p/2g}.$$

Это дает новый способ получения изохронных колебаний, что, по мнению Гюйгенса, было важно при построении часов. Если подвесить конический маятник так, чтобы независимо от угла α наклона нити к оси его конец двигался по поверхности параболоида, полученного от вращения параболы $py = x^2$, то период вращения не будет зависеть от α. Другими словами, надо сделать так, чтобы при изменении α длина l изменялась, обеспечивая постоянство проекции и на ось. Гюйгенс придумал чрезвычайно остроумный способ подвески. Он предложил изготовить пластинку по форме полукубической параболы $y^2 = ax^3 + b$, закрепить в некоторой ее точке конец нити и тогда, оказывается, можно так подобрать a, b и длину нити, что как бы мы ни натянули нить, намотав часть ее на пластинку, другой ее конец будет находиться на параболе. Секрет этого остроумного способа подвески опирается на те же математические соображения, что и способ подвески циклоидального маятника.

Заметим, что эти же вычисления помогли Гюйгенсу в 1687 г. быстро решить задачу Лейбница о кривой, по которой тяжелая точка движется так, что пути, пройденные ею в равные промежутки времени, имеют равные проекции на вертикаль. Этим свойством обладает полукубическая парабола.

Физический маятник. Одно из главных достижений Гюйгенса относится к теории физического маятника, т. е. речь идет уже не о колебании точечного груза, а о колебании конфигурации грузов или тяжелой пластины. Эта задача возникла в связи с идеей иметь, кроме основного груза на конце маятника, подвижный груз, позволяющий регулировать период качаний маятника. Гюйгенс почерпнул эту идею у гаагского мастера Доу, который в 1658 г. взял патент на свой вариант маятниковых часов, мало отличающийся от часов Гюйгенса. Задачи о колебаниях физического маятника возникали и раньше. Для механики переход от движения материальной точки к движению протяженных конфигураций был принципиальным. Первая серия таких задач относилась к центру тяжести, и здесь важные результаты были известны. В задачах же о колебаниях физического маятника долго не удавалось сделать ничего существенного[1].

О задачах про физический маятник Гюйгенс узнал от Мерсенна: «Когда я был еще почти мальчиком (ему не было 17 лет — С. Г.), ученейший муж Мерсенн задал мне и многим другим задачу — определить центр качания. Из писем, которые писал мне Мерсенн, а также из недавно опубликованных мемуаров Декарта, заключающих ответ на письма Мерсенна по этому поводу, я заключаю, что эта задача пользовалась в это время известной славой среди математиков ... Мерсенн назначил большую, вызывающую зависть премию на тот случай, если я решу задачу. Однако он тогда ни от кого не получил того, что требовал ⟨...⟩, я в то время не нашел, что позволило бы мне приступить к расчетам и как бы повернул назад у самого порога, и воздержался от всякого исследования. Но и те, кто надеялись, что решили задачу, знаменитые люди, как Декарт, Оноре Фабри и другие, вовсе не достигли цели или достигли ее только в немногих, особенно простых случаях.

Повод к новой постановке опытов дали регулируемые маятники наших часов, снабженные, кроме нижнего постоянного груза, еще вторым подвижным грузиком, как сказано при описании часов. Исходя из этого, я начал исследования с начала, на этот раз с лучшими видами на успех и, наконец, преодолел все трудности и решил не только все задачи Мерсенна, но нашел еще и новые задачи, более трудные, и, наконец, нашел общий метод для вычисления центров качания линий, площадей и тел. От этого я имел не только удовольствие, что я нашел нечто, что напрасно иска-

[1]Напомним, что приведенной длиной физического маятника называется длина математического маятника, имеющего тот же период колебаний, а центр качания — это точка, лежащая на прямой, соединяющей точку подвеса с центром тяжести, на расстоянии от точки подвеса, равном приведенной длине.

ли столь многие, и понял законы природы, относящиеся к этому случаю, но, получил и определенную пользу, которая вообще заставила меня заняться этим вопросом, а именно я нашел легкий и удобный способ регулировки часов. К этому, однако, присоединилось то, что я считаю еще более ценным, а именно: благодаря своему открытию я смог дать абсолютно устойчивое определение для постоянной, верной для всех времен меры длины».

Последняя идея, о которой пишет Гюйгенс, состояла в том, что подобно тому, как для измерения времени имеется естественная единица измерения — сутки, для измерения длины такой единицей предлагалось считать 1/3 длины маятника, период колебаний которого равен одной секунде.

Задачи о центре качания не были доступны с позиций разработанных к тому времени методов математического анализа. Гюйгенс заметил, что целый ряд трудностей можно преодолеть, исходя из энергетических соображений: центр тяжести при движении не может подняться выше, чем он был в начале движения (иначе существовал бы вечный двигатель). Этот способ доказательства вызывал возражения у ряда крупных ученых, и было затрачено много сил, прежде чем Я. Бернулли удалось получить аналогичные утверждения на другом пути.

Морские часы. 1673 год был вершиной деятельности Гюйгенса по маятниковым часам. В этом году вышла его книга «Маятниковые часы», а парижский часовщик Исаак Тюре изготовил экземпляр часов с учетом всех усовершенствований. Маятниковые часы прочно вошли в обиход, но надежды на морские маятниковые часы не оправдались. Первые экземпляры таких часов были изготовлены в 1661 г., а с 1663 г. начались их испытания. Вначале граф Брюс взял с собой часы при плавании из Голландии в Лондон, но часы остановились; более успешными были испытания капитана Холмса при плавании из Лондона в Лиссабон. О драматических событиях, связанных с испытанием часов во время плавания английской эскадры в Гвинее, рассказывает Гюйгенс в «Маятниковых часах». Испытания проходили с переменным успехом до 1687 г., хотя становилось ясно, что надежного средства для измерения долготы маятниковые часы не дают. Постепенно спрос на морские часы упал, и в 1679 г. сам

Гюйгенс склонился к тому, что морской хронометр должен представлять собой пружинные часы с балансиром. Такой хронометр удалось создать в 1735 г. Дж. Харрисону, который и получил премию в 20 тыс. фунтов от английского правительства.

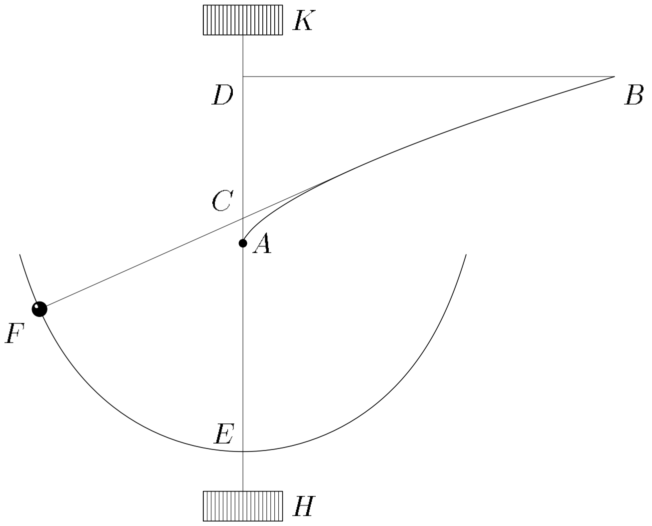
Прошло 300 лет. Маятниковые часы сослужили добрую службу людям, которые нечасто знают имя их создателя. Драматическая история работы Гюйгенса над маятниковыми часами очень поучительна. В некотором смысле его главные надежды не осуществились: ему не удалось создать морской хронометр, а в сухопутных часах циклоидальный маятник, который Гюйгенс считал своим главным изобретением, не прижился (вполне хватало ограничителей амплитуды). Та же участь постигла конический маятник. Но те математические и физические результаты, получение которых стимулировалось задачей о совершенствовании часов, навсегда остались в анализе бесконечно малых, дифференциальной геометрии, механике, и их значение трудно переоценить.

Приложение
Пятая часть «Маятниковых часов», содержащая другую конструкцию часов с использование кругового движения маятников и теоремы о центробежной силе

...У меня было намерение издать описание этих часов вместе с теоремами, относящимися к круговому движению и к центробежной силе, как я хочу ее назвать. Но относительно этого предмета у меня больше материала, чем времени для его изложения в настоящий момент. Но для того чтобы лица, интересующиеся этим вопросом, быстрее познакомились с новым, отнюдь не бесполезным открытием, чтобы какая-либо случайность не помешала опубликованию, я, противно моему первоначальному предположению, присоединил еще и эту часть к предыдущим. В ней кратко описывается конструкция новых часов и далее следуют теоремы о центробежной силе, их доказательство откладывается на более позднее время.

Конструкция вторых часов

Я не счел нужным изложить здесь распределение колес внутри часового механизма; это устройство легко могут осуществить часовщики в различных вариантах. Будет достаточным опи-



сать ту часть часов, которая регулирует их ход определенным образом.

Следующий рисунок изображает эту часть часов. Ось BH следует представлять себе вертикальной, способной вращаться в двух подшипниках. В A к оси приделана пластинка, имеющая определенную ширину и искривленная по кривой AB, которая есть полукубическая парабола, при сматывании нити с которой и прибавлении некоторой длины описывается парабола EF, как доказано в теореме VIII третьей части. AE — длина, на которую надо удлинить нить; путем сматывания всей линии BAE и образуется парабола EF. BCF — нить, закрепленная на кривой AB, конец которой описывает параболу. К нити прикреплен груз F. Если ось DH вращается, тогда нить BCF, вытянутая в прямую, повлечет за собой груз F, который будет описывать горизонтальные круги. Эти круги будут больше или меньше в зависимости от большей или меньшей силы, с которой действуют на ось колеса, вращающие барабан K. Но все эти круги будут лежать на параболическом коноиде, и именно потому продолжительность одного оборота будет всегда одна и та же, как вытекает из того, что я объясню об этом движении впоследствии. Если оборот должен совершаться в полсекунды, то параметр параболы EF

должен составлять $4\frac{1}{2}$ дюйма моего часового фута, т. е. он должен быть равен половине длины маятника, у которого каждое колебание длится 1/2 секунды. Из параметра параболы определяется параметр полукубической параболы; он равен 27/16 первого параметра; определяется также отрезок AE, который равен половине длины параметра параболы EF. Если же оборот должен совершаться в секунду, то надо все длины брать в четыре раза больше, как параметры, так и длину AE.

Теоремы о центробежной силе, вызванной круговым движением[1]

I

Если два одинаковых тела в одинаковое время описывают неодинаковые окружности, то их центробежные силы относятся, как длины окружностей или как диаметры.

II

Если два одинаковых тела движутся с одинаковой скоростью по окружности разных кругов, то их центробежные силы обратно пропорциональны диаметрам.

III

Если два одинаковых тела движутся по одинаковым кругам с разной скоростью, но оба равномерно, как мы это здесь всегда подразумеваем, то их центробежные силы относятся, как квадраты скоростей.

IV

Если два одинаковых тела движутся по разным окружностям и обнаруживают одинаковую центробежную силу, то их времена обращения относятся, как корни квадратные из диаметров.

[1]Примечания к тексту даны в квадратных скобках. В примечаниях используются обозначения: m — масса тела, F — центробежная сила, T — период, R — расстояние до центра, v — скорость.

V

Если тело движется по окружности круга с той скоростью, которую бы оно приобрело, свободно падая с высоты 1/4 диаметра круга, то испытываемая им центробежная сила равна весу, т. е. оно тянет за нить, при помощи которой оно прикреплено к центру, с той же силой, как если бы было подвешено к нити.

[Если высота $H = R/2$, то для конечной скорости при свободном падении имеем $v = \sqrt{2gH} = \sqrt{Rg}$, а для указанной центробежной силы имеем $F = mv^2/R = mRg/R = mg$.]

VI

Если тело пробегает различные горизонтальные окружности, которые все лежат на кривой поверхности параболического коноида (параболоида) с вертикальной осью, то время оборотов всегда одно и то же, будут ли круги больше или меньше, и это время обращения вдвое больше продолжительности колебания маятника, длина которого равна половине параметра образующей параболы.