БЛЕЗ ПАСКАЛЬ

Паскаль носил в душе водоворот без дна.
Ш. Бодлер, «Пропасть»[1]

Блезу Паскалю была присуща удивительная разносторонность, которая была характерна для эпохи Возрождения, но уже почти изжила себя в XVII веке. Еще не наступило время полного размежевания естественных наук (скажем, физики и математики), но занятия гуманитарные и естественнонаучные уже обычно не совмещались.

В историю естествознания Паскаль вошел как великий физик и математик, один из создателей математического анализа, проективной геометрии, теории вероятностей, вычислительной техники, гидростатики. Франция чтит в Паскале одного из самых замечательных писателей: «Тонкие умы удивляются Паскалю как писателю самому совершенному в величайший век французского языка... Каждая строка, вышедшая из-под его пера, почитается как драгоценный камень» (Жозеф Бертран). Далеко не все соглашались с мыслями Паскаля о человеке, его месте во Вселенной, смысле жизни, но никто не оставался равнодушным к строкам, за которые их автор заплатил жизнью и которые удивительным образом не старились. В 1805 г. Стендаль писал: «Когда я читаю Паскаля, мне кажется, что я читаю себя». А через сто лет в 1910 г. Л. Н. Толстой читал «чудного Паскаля», «человека великого ума и великого сердца» и «не мог не умилиться до слез, читая его и сознавая свое полное единение с этим умершим сотни лет тому назад человеком». Поучительно сопоставить, как старятся идеи естественнонаучные и гуманитарные.

[1]Перевод К. Бальмонта.

Паскаль в юности

Упомянем еще об одной грани наследия Паскаля — его практических достижениях. Некоторые из них удостоились высшего отличия — сегодня мало кто знает имя их автора. Для И. С. Тургенева мерилами удобства и простоты были «яйцо Колумба» и «Паскалева тачка». Узнав, что великий ученый изобрел самую обыкновенную тачку, он писал Н. А. Некрасову: «Кстати я в одном месте говорю о Паскалевой тачке — ты знаешь, что Паскаль изобрел эту, повидимому, столь простую машину». А еще Паскалю принадлежит идея омнибусов — общедоступных карет («за 5 су») с фиксированными маршрутами — первого вида регулярного городского транспорта.

Паскаль — один из самых знаменитых людей в истории человечества. Ему посвящена необъятная литература. Каких только сторон жизни и наследия Паскаля не касалось «паскалеведение»! Особенно популярен Паскаль во Франции. Имеется своеобразное свидетельство этого: портрет Паскаля был воспроизведен на ассигнациях (в числе других французских писателей, удостоившихся в разное время такой чести, — Корнель, Расин, Мольер, Монтескье, Вольтер, Гюго, Сент-Экзюпери).

Палочки и монетки. Когда мы учимся рисовать графики, то в калейдоскопе безымянных кривых иногда появляются кривые, имеющие какое-то название или носящие чье-то имя: спираль Архимеда, трезубец Ньютона, конхоида Никомеда, лист Декарта, локон Марии Аньези, улитка Паскаля … Редко кто усомнится в том, что это тот же Паскаль, которому принадлежит «закон Паскаля». Однако в названии замечательной кривой 4-го порядка увековечено имя Этьена Паскаля (1588 – 1651) — отца Блеза

Паскаля. Э. Паскаль, как было принято в роде Паскалей, служил в парламенте (суде) города Клермон-Феррана. Совмещение юридической деятельности с занятиями науками, далекими от юриспруденции, было делом нередким. Примерно в это же время посвящал математике свой досуг советник тулузского парламента Пьер Ферма (1601 – 1665). Хотя собственные достижения Э. Паскаля были скромными, его основательные познания позволяли ему поддерживать профессиональные контакты с большинством французских математиков. С великим Ферма он обменивался трудными задачами на построение треугольников; в споре Ферма с Рене Декартом (1596 – 1650) о задачах на максимум и минимум Паскаль выступал на стороне Ферма. Б. Паскаль унаследовал добрые отношения отца со многими математиками, но вместе с тем к нему перешли и напряженные отношения с Декартом.

Рано овдовев, Этьен Паскаль посвящает себя главным образом воспитанию своих детей (кроме сына, у него было две дочери — Жильберта и Жаклина). У маленького Блеза очень рано обнаруживается поразительное дарование, но, как это часто бывает, в сочетании с плохим здоровьем. (Всю жизнь с Б. Паскалем случались странные происшествия; в раннем детстве он едва не погиб от непонятной болезни, сопровождавшейся припадками, которую семейная легенда связывает с колдуньей, сглазившей мальчика.)

Этьен Паскаль тщательно продумывает систему воспитания детей. На первых порах он решительно исключает математику из числа предметов, которым обучает Блеза: отец боялся, что ранняя увлеченность математикой помешает гармоничному развитию, а неизбежные напряженные размышления повредят слабому здоровью сына. Однако 12-летний мальчик, узнав о существовании таинственной геометрии, которой занимался отец, уговорил его рассказать о запретной науке. Полученных сведений оказалось достаточно для того, чтобы начать увлекательную «игру в геометрию», доказывать теорему за теоремой. В этой игре участвовали «монетки» — круги, «треуголки» — треугольники, «столы» — прямоугольники, «палочки» — отрезки. Мальчик был застигнут отцом в тот момент, когда он обнаружил, что углы треуголки составляют столько же, сколько два угла сто-ла. Э. Паскаль без труда узнал знаменитое 32-е предложение первой книги Евклида — теорему о сумме углов треугольника. Результатом были слезы на глазах отца и доступ к шкафам с математическими книгами. История о том, как Паскаль сам построил евклидову геометрию, известна по восторженному рассказу его сестры Жильберты. Этот рассказ породил очень распространенное заблуждение, заключающееся в том, что раз Паскаль открыл 32-е предложение «Начал» Евклида, то он открыл перед этим все предыдущие теоремы и все аксиомы. Нередко это воспринималось как аргумент в пользу того, что аксиоматика Евклида — единственно возможная. На самом же деле, вероятно, геометрия у Паскаля находилась на «доевклидовском» уровне, когда интуитивно неочевидные утверждения доказываются путем сведения к очевидным, причем набор последних никак не фиксируется и не ограничивается. Лишь на следующем, существенно более высоком уровне делается великое открытие, что можно ограничиться конечным, сравнительно небольшим набором очевидных утверждений — аксиом, предположив истинность которых, можно остальные геометрические утверждения доказать. При этом, наряду с неочевидными утверждениями (такими, как, например, теоремы о замечательных точках треугольника), приходится доказывать «очевидные» теоремы, в справедливость которых легко поверить (например, простейшие признаки равенства треугольников).

Собственно, 32-е предложение — первое неочевидное в этом смысле предложение «Начал». Нет сомнения, что у юного Паскаля не было ни времени для огромной работы по отбору аксиом, ни, скорее всего, потребности в ней.

Это интересно сопоставить со свидетельством А. Эйнштейна, который в те же 12 лет в значительной степени самостоятельно постигал геометрию (в частности, нашел доказательство теоремы Пифагора, о которой узнал от дяди): «Вообще мне было достаточно, если я мог в своих доказательствах опираться на такие положения, справедливость которых представлялась мне бесспорной».

Примерно в 10 лет Б. Паскаль сделал первую физическую работу: заинтересовавшись причиной звучания фаянсовой тарелки и проведя поразительно хорошо организованную серию экспериментов при помощи подручных средств, он объяснил заинтересовавшее его явление колебанием частичек воздуха.

«Мистический шестивершинник», или «великая паскалева теорема». В 13 лет Б. Паскаль уже имеет доступ в математический кружок Мерсенна, в который входило большинство парижских математиков, в том числе Э. Паскаль (Паскали жили в Париже с 1631 г.).

Францисканский монах Марен Мерсенн (1588 – 1648) сыграл в истории науки большую и своеобразную роль ученого-организатора[1]. Его основная заслуга состояла в том, что он вел обширную переписку с большинством крупных ученых мира (у него было несколько сот корреспондентов). Мерсенн умело концентрировал информацию и сообщал ее заинтересованным ученым. Эта деятельность требовала своеобразного дарования: умения быстро понимать новое, хорошо ставить задачи. Обладавший высокими нравственными качествами Мерсенн пользовался доверием корреспондентов. Иногда письма Мерсенна адресовались совсем молодым ученым. Так, в 1648 г. он начал переписываться с 17-летним Гюйгенсом, помогая в его первых шагах в науке и предвещая, что тот станет «Аполлонием и Архимедом ... грядущего века».

Наряду с заочным коллективом корреспондентов существовал и очный кружок — «четверги Мерсенна», в который и попал Блез Паскаль. Здесь он нашел себе достойного учителя. Им был Жерар Дезарг (1593 – 1662), инженер и архитектор, создатель оригинальной теории перспективы. Его главное сочетание «Черновой набросок вторжения в область того, что происходит при встрече конуса с плоскостью» (1639 г.) нашло лишь нескольких читателей, и среди них особое место занимает Б. Паскаль, сумевший существенно продвинуться вперед.

Хотя в то время Декарт прокладывал в геометрии совершенно новые пути, создавая аналитическую геометрию, в основном геометрия едва достигла уровня, на котором она находилась в Древней Греции. Многое из наследия греческих геометров оставалось неясным. Это прежде всего относилось к теории конических сечений. Самое выдающееся сочинение на эту тему — 8 книг

[1]При оценке деятельности Мерсенна надо иметь в виду, что первый научный журнал — «Журнал ученых» — был основан в 1665 г.

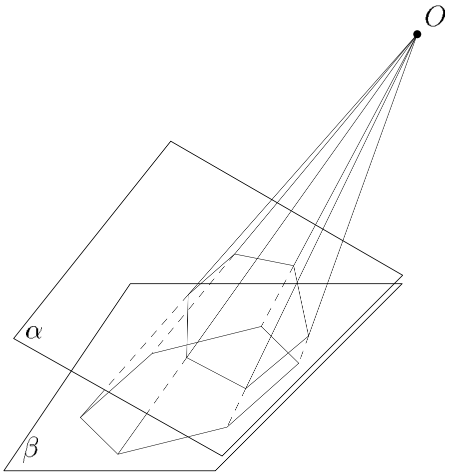

Рис. 28.

«Konika» Аполлония — было известно лишь частично. Предпринимались попытки дать модернизированные изложения теории, среди которых наиболее известное принадлежит Клоду Мидоржу (1585 – 1647), члену кружка Мерсенна, но его сочинение фактически не содержало новых идей. Дезарг заметил, что систематическое применение метода перспективы позволяет построить теорию конических сечений с совершенно новых позиций.

Рассмотрим центральную проекцию (из некоторой точки O) картинок на плоскости α на плоскость β. Применять такое преобразование в теории конических сечений очень естественно, поскольку само их определение — как сечений прямого кругового конуса — можно перефразировать так: все они получаются при центральном проектировании из вершины конуса на различные плоскости одного из них (например, окружности). Далее, заметив, что при центральном проектировании пересекающиеся прямые могут перейти или в пересекающиеся или в параллельные, объединим два последних свойства в одно, считая, что все параллельные друг другу прямые пересекаются в одной «бесконечно удаленной точке»; разные пучки параллельных прямых дают разные бесконечно удаленные точки; все бесконечно удаленные точки плоскости заполняют «бесконечно удаленную прямую». Если принять эти соглашения, то две любые различные прямые (уже не исключая параллельных) будут пересекаться в единственной точке. Утверждение, что через точку A вне прямой m можно провести единственную прямую, параллельную m, можно переформулировать так: через обычную точку A и бесконечно удаленную точку (отвечающую семейству прямых, параллельных m) проходит единственная прямая — в результате в новых условиях без всяких ограничений справедливо утверждение, что через две различные точки проходит единственная прямая (бесконечно удаленная, если обе точки бесконечно удалены). Мы видим, что получается очень изящная теория, но для нас важно то, что при центральном проектировании точка пересечения прямых (в обобщенном смысле) переходит в точку пересечения.

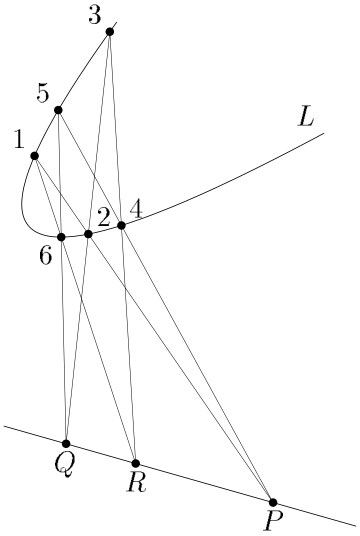

Рис. 29.

Важно продумать, какую роль в этом утверждении играет введение бесконечно удаленных элементов (при каких условиях точка пересечения переходит в бесконечно удаленную точку, когда прямая переходит в бесконечно удаленную прямую). Не останавливаясь на использовании этого простого соображения Дезаргом, мы расскажем о том, как замечательно применил его Паскаль.

В 1640 г. Б. Паскаль напечатал свой «Опыт о конических сечениях». Небезынтересны сведения об этом издании: тираж — 50 экземпляров, 53 строки текста напечатаны на афише, предназначенной для расклейки на углах домов (про афишу Паскаля достоверно не известно, но Дезарг заведомо рекламировал таким способом свои результаты). В афише, подписанной инициалами автора, без доказательства сообщается следующая теорема, которую ныне называют теоремой Паскаля. *Пусть на коническом сечении* L (на рисунке 29 L — парабола) *произвольно выбраны и занумерованы 6 точек. Обозначим через* P, Q, R *точки пересечения трех пар прямых* $(1,2)$ *и* $(4,5)$; $(2,3)$ *и* $(5,6)$; $(3,4)$ *и* $(6,1)$. (При простейшей нумерации — «по порядку» — это точки пересечения противоположных сторон шестиугольника.) *Тогда точки* P, Q, R *лежат на одной прямой*[1].

Паскаль вначале формулирует теорему для окружности и

[1]Сформулируйте самостоятельно следствия, получающиеся из этой теоремы, когда некоторые из рассмотренных точек являются бесконечно удаленными.

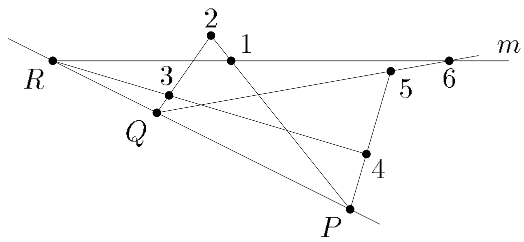

Рис. 30.

ограничивается простейшей нумерацией точек. В этом случае это элементарная, хотя и не слишком простая задача. А вот переход от окружности к любому коническому сечению очень прост. Нужно преобразовать при помощи центральной проекции такое сечение в окружность и воспользоваться тем, что при центральном проектировании прямые переходят в прямые, а точки пересечения (в обобщенном смысле) — в точки пересечения. Тогда, как уже доказано, образы точек P, Q, R при проектировании будут лежать на одной прямой, а отсюда следует, что и сами точки P, Q, R обладают этим свойством.

Теорема, которую Паскаль назвал теоремой о «мистическом шестивершиннике», не была самоцелью; он рассматривал ее как ключ для построения общей теории конических сечений, покрывающей теорию Аполлония. Уже в афише упоминаются обобщения важных теорем Аполлония, которые не удавалось получить Дезаргу. Дезарг высоко оценил теорему Паскаля, назвав ее «великой паскалевой»; он утверждал, что в ней содержатся первые четыре книги Аполлония.

Паскаль начинает работу над «Полным трудом о конических сечениях», который в 1654 г. упоминается как оконченный в послании «знаменитейшей Парижской математической академии». От Мерсенна известно, что Паскаль получил около 400 следствий из своей теоремы. Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716) был последним, кто видел трактат Паскаля уже после его смерти, в 1675 – 1676 гг. Несмотря на совет Лейбница, родные не опубликовали рукопись, а со временем она была утеряна.

В качестве примера приведем одно из самых простых, но и самых важных следствий из теоремы Паскаля: *коническое сече-*

ние однозначно определяется любыми своими пятью точками. Действительно, пусть $\{1,2,3,4,5\}$ — точки конического сечения и m — произвольная прямая, проходящая через (5). Тогда на m существует единственная точка (6) конического сечения, отличная от (5). В обозначениях теоремы Паскаля точка P является точкой пересечения $(1,2)$ и $(4,5)$, Q — точка пересечения $(2,3)$ и m, R — точка пересечения $(3,4)$ и PQ, а тогда (6) определится как точка пересечения $(1,R)$ и m.

«Паскалево колесо». 2 января 1640 г. семья Паскалей переезжает в Руан, где Этьен Паскаль получает место интенданта провинции, фактически ведающего всеми делами при губернаторе. Этому назначению предшествовали любопытные события. Э. Паскаль принял активное участие в выступлениях парижских рантьеров, за что ему грозило заточение в Бастилию. Он был вынужден скрываться, но в это время заболела оспой Жаклина, и отец, несмотря на страшную угрозу, навещал ее. Жаклина выздоровела и даже участвовала в спектакле, на котором присутствовал кардинал Ришелье. По просьбе юной актрисы кардинал простил ее отца, но одновременно назначил его на должность. Бывший смутьян должен был проводить в жизнь политику кардинала (читателей «Трех мушкетеров» это коварство, наверное, не удивит).

Теперь у Этьена Паскаля было очень много счетной работы, в которой ему постоянно помогает сын. В конце 1640 г. Блезу Паскалю приходит мысль построить машину, чтобы освободить ум от расчетов «с помощью пера и жетонов». Основной замысел возник быстро и оставался неизменным на протяжении всей работы: «...каждое колесо или стержень некоторого разряда, совершая движение на десять арифметических цифр, заставляет двигаться следующее только на одну цифру». Однако блестящая идея — это только первый шаг. Несравненно больших сил потребовала ее реализация. Позднее в «Предуведомлении» тому, кто «будет иметь любознательность видеть арифметическую машину и пользоваться ею», Блез Паскаль скромно пишет: «Я не экономил ни время, ни труд, ни средства, чтобы довести ее до состояния быть тебе полезной». За этими словами стояло пять лет напряженной работы, которая привела к созданию машины («паскалева колеса», как говорили современники), надежно, хотя и довольно медленно, производившей четыре действия над пятизначными числами. Паскаль изготовил около пятидесяти экземпляров машины; вот только перечень материалов, которые он перепробовал: дерево, слоновая кость, эбеновое дерево, латунь, медь. Он потратил много сил на поиски лучших ремесленников, владеющих «токарным станком, напильником и молотком», и ему много раз казалось, что они не в состоянии достичь необходимой точности. Тщательно продумывается система испытаний, в их число включается перевозка на 250 лье. Паскаль не забывает и о рекламе: он заручается поддержкой канцлера Сегье, добивается «королевских привилегий» (нечто вроде патента), много раз демонстрирует машину в салонах и даже посылает экземпляр шведской королеве Христине. Наконец, налаживается производство; точное число произведенных машин неизвестно, но до настоящего времени сохранилось восемь экземпляров.

Поражает, как блестяще умел делать Паскаль самые разные вещи. Сравнительно недавно стало известно, что в 1623 г. Шиккард, друг Кеплера, построил арифметическую машину, однако машина Паскаля была гораздо совершенней.

«Боязнь пустоты» и «великий эксперимент равновесия жидкостей». В конце 1646 г. до Руана докатилась молва об удивительных «итальянских опытах с пустотой». Вопрос о существовании пустоты в природе волновал еще древних греков; в их взглядах на этот вопрос проявилось присущее древнегреческой философии разнообразие точек зрения: Эпикур считал, что пустота может существовать и действительно существует; Герон — что она может быть получена искусственно, Эмпедокл — что ее нет и ей неоткуда взяться, и, наконец Аристотель утверждал, что «природа боится пустоты». В средние века ситуация упростилась, поскольку истинность учения Аристотеля была установлена практически в законодательном порядке (еще в XVII веке за выступление против Аристотеля во Франции можно было попасть на каторгу).

Воспоминания о «боязни пустоты» еще долго сохранялись, о чем свидетельствует следующий пассаж из неоконченного произведения Ф. М. Достоевского «Крокодил»: «Как же достигнуть устройством крокодила, чтоб он глотал людей? Ответ еще яснее: устроив его пустым. Давно уже решено физикой, что природа не терпит пустоты. Подобно тому и внутренность крокодила должна именно быть пустою, чтобы не терпеть пустоты, а следственно беспрерывно глотать и наполняться всем, что только есть под рукою».

Классический пример «боязни пустоты» демонстрирует вода, поднимающаяся вслед за поршнем, не давая образоваться пустому пространству. И вдруг с этим примером произошел казус. При сооружении фонтанов во Флоренции обнаружилось, что вода «не желает» подниматься выше 34 футов (10,3 метра). Недоумевающие строители обратились за помощью к престарелому Галилею, который сострил, что, вероятно, природа перестает бояться пустоты на высоте, превышающей 34 фута, но все же предложил разобраться в странном явлении своим ученикам Торричелли и Вивиани. Вероятно, Торричелли (а, возможно, и самому Галилею) принадлежит мысль, что высота, на которую может подняться жидкость в насосе, обратно пропорциональна ее удельному весу. В частности, ртуть должна подняться на высоту в 13,3 раза меньшую, чем вода, т. е. на 76 *см*. Опыт приобрел масштабы, более благоприятные для лабораторных условий, и был проведен Вивиани по инициативе Торричелли. Этот опыт хорошо известен, но все же напомним, что запаянная с одного конца метровая стеклянная трубка заполняется ртутью, открытый конец зажимается пальцем, после чего трубка переворачивается и опускается в чашку с ртутью. Если отнять палец, то уровень ртути в трубке упадет до 76 *см*. Торричелли делает два утверждения: во-первых, пространство над ртутью в трубке пусто (потом его назовут «торричеллиевой пустотой»), а во-вторых, ртуть из трубки не выливается полностью, поскольку этому препятствует столб воздуха, давящий на поверхность ртути в чашке. Приняв эти гипотезы, можно все объяснить, но можно получить объяснение и введя специальные, довольно сложно действующие силы, препятствующие образованию вакуума. Принять гипотезы Торричелли было непросто. Лишь немногие из его современников смирились с тем, что воздух имеет вес; некоторые, исходя из этого, поверили в возможность получения вакуума, но поверить, что легчайший воздух удерживает в трубке тяжелую ртуть, было почти невозможно. Упомянем, что Галилей пытался объяснить этот эффект свойствами самой жидкости, а Декарт утверждал, что кажущийся вакуум всегда заполнен «тончайшей материей».

Паскаль с увлечением повторяет итальянские опыты, придумав много остроумных усовершенствований. Восемь таких опытов описаны в трактате, опубликованном в 1647 г. Он не ограничивается опытами с ртутью, а экспериментирует с водой, маслом, красным вином, для чего ему потребовались бочки вместо чашек и трубки длиной около 15 *м*. Эффектные опыты выносятся на улицы Руана, радуя его жителей. (До сих пор гравюры с винным барометром любят воспроизводить в учебниках физики.)

На первых порах Паскаля более всего интересует вопрос о доказательстве того, что пространство над ртутью пусто. Была распространена точка зрения, что кажущийся вакуум заполняет материя, «не имеющая свойств» (вспоминается подпоручик Киже из повести Ю. Н. Тынянова, «не имеющий фигуры»). Доказать отсутствие такой материи просто невозможно. Четкие высказывания Паскаля очень важны в плане постановки более широкой проблемы о характере доказательств в физике. Он пишет: «После того как я доказал, что ни одна из материй, которые доступны нашим чувствам и которые нам известны, не заполняет это пространство, кажущееся пустым, мое мнение, пока мне не докажут существование какой-то материи, заполняющей его, — что это пространство в самом деле пусто и лишено всякой материи». Менее академические высказывания содержатся в письме ученому-иезуиту Ноэлю: «Но у нас больше оснований отрицать ее (тончайшей материи — С. Г.) существование, потому что нельзя его доказать, чем верить в нее по той единственной причине, что нельзя доказать, что ее нет». Итак, необходимо доказывать существование объекта и нельзя требовать доказательства его отсутствия (это ассоциируется с юридическим принципом, состоящим в том, что суд должен доказать виновность и не вправе требовать от обвиняемого доказательств невиновности).

На родине Паскаля в Клермоне жила в это время старшая сестра Б. Паскаля Жильберта; ее муж Флорен Перье, служа в суде, свободное время посвящал наукам. 15 ноября 1647 г. Паскаль отправляет Перье письмо, в котором просит сравнить уровни ртути в трубке Торричелли у подножия и на вершине горы Пюи-де-Дом: «Вы понимаете, если бы высота ртути на вершине горы оказалась меньшей, чем у подошвы (я так думаю по многим основаниям, хотя все, писавшие об этом предмете, придерживаются другого мнения), то из этого можно было бы заключить, что единственная причина явления — тяжесть воздуха, а не пресловутый horror vacui (боязнь пустоты — С. Г.). Ясно, в самом деле, что внизу горы воздух должен быть сгущеннее, чем наверху, между тем как нелепо предполагать в нем больший страх пустоты у подножия, нежели на вершине». Эксперимент по разным причинам откладывался и состоялся лишь 19 сентября 1648 г. в присутствии пяти «уважаемых жителей Клермона». В конце года вышла брошюра, в которую были включены письмо Паскаля и ответ Перье с очень скрупулезным описанием опыта. При высоте горы около 1,5 *км* разница уровней ртути составила 82,5 *мм*; это «повергло участников эксперимента в восхищение и удивление» и, вероятно, было неожиданным для Паскаля. Предположить существование предварительных оценок невозможно, а иллюзия легкости воздуха была очень велика. Результат был столь ощутим, что уже одному из участников эксперимента аббату де ла Мару приходит в голову мысль, что результаты может дать эксперимент в куда более скромных масштабах. И, действительно, разница уровней ртути у основания и наверху собора Нотр-Дам-де-Клермон, имеющего высоту 39 *м*, составила 4,5 *мм*. Если бы Паскаль допускал такую возможность, он не стал бы ожидать десять месяцев. Получив известие от Перье, он повторяет эксперименты на самых высоких зданиях Парижа, получая те же результаты. Паскаль назвал этот эксперимент «великим экспериментом равновесия жидкостей» (это название может вызвать удивление, поскольку речь идет о равновесии воздуха и ртути и тем самым воздух назван жидкостью). В этой истории есть одно запутанное место. Декарт утверждал, что именно он подсказал идею эксперимента. Вероятно, здесь произошло какое-то недоразумение, так как трудно предположить, что Паскаль сознательно не ссылался на Декарта.

Паскаль продолжает экспериментировать, используя наряду с барометрическими трубками большие сифоны (подбирая короткую трубку так, чтобы сифон не работал); он описывает разницу в результатах экспериментов для различных местностей Франции (Париж, Овернь, Дьепп): Паскаль знает, что барометр можно использовать как высотомер (альтиметр), но вместе с тем понимает, что зависимость между уровнем ртути и высотой местности не проста, и обнаружить ее пока не удается. Он замечает, что показания барометра в одной и той же местности зависят от погоды; сегодня предсказание погоды — основная функция барометра (прибор для измерения «изменений воздуха» хотел построить Торричелли). А однажды Паскаль решил вычислить общий вес атмосферного воздуха («мне хотелось доставить себе это удовольствие, и я провел расчет»). Получилось 8,5 триллиона французских фунтов.

Мы не имеем возможности останавливаться на других опытах Паскаля о равновесии жидкостей и газов, поставивших его наряду с Галилеем и Симоном Стевином (1548 – 1620) в число создателей классической гидростатики. Здесь и знаменитый закон Паскаля, и идея гидравлического пресса, и существенное развитие принципа возможных перемещений. Одновременно он придумывает, например, зрелищно эффектные опыты, иллюстрирующие открытый Стевином парадоксальный факт, что давление жидкости на дно сосуда зависит не от формы сосуда, а лишь от уровня жидкости: в одном из опытом наглядно видно, что требуется груз в 100 фунтов, чтобы уравновесить давление на дно сосуда воды весом в одну унцию; в процессе опыта вода замораживается, и тогда хватает груза в одну унцию. Паскаль демонстрирует своеобразный педагогический талант. Было бы хорошо, если бы и сегодня школьника удивляли те факты, которые поражали Паскаля и его современников.

Физические исследования Паскаля были прерваны в 1653 г. в результате трагических происшествий, о которых мы расскажем ниже.

«Математика случая». В январе 1646 г. Этьен Паскаль во время гололеда вывихнул бедро, и это едва не стоило ему жизни. Реальность потери отца произвела ужасное впечатление на сына, и это прежде всего сказалось на его здоровье: головные боли стали невыносимыми, он мог передвигаться лишь на костылях и был в состоянии проглотить только несколько капель теплой жидкости. От врачей-костоправов, лечивших отца, Б. Паскаль узнал об учении Корнелия Янсения (1585 — 1638), которое в то время распространялось во Франции, противостоя иезуитизму

(последний существовал к тому времени примерно сто лет). На Паскаля произвел наибольшее впечатление побочный элемент в учении Янсения: допустимо ли бесконтрольное занятие наукой, стремление все познать, все разгадать, связанное прежде всего с неограниченной пытливостью человеческого ума или, как писал Янсений, с «похотью ума». Паскаль воспринимает свою научную деятельность как греховную, а выпавшие на его долю беды — как кару за этот грех. Это событие сам Паскаль назвал «первым обращением». Он решает отказаться от дел «греховных и противных Богу». Однако это ему не удается: мы уже забежали вперед и знаем, что вскоре он каждую минуту, которую ему оставляет болезнь, посвятит физике.

Здоровье несколько улучшается, и с Паскалем происходят вещи, мало понятные для его близких. Он мужественно переносит в 1651 г. смерть отца, и его рационалистические, внешне холодные рассуждения о роли отца в его жизни резко контрастируют с реакцией пятилетней давности (он пишет, что теперь присутствие отца не является «абсолютно необходимым», что он нуждался бы в нем еще десять лет, хотя присутствие отца было бы полезно всю жизнь).

А потом у Паскаля появились знакомые, мало подходящие для янсениста. Он путешествует в свите герцога де Роанне и знакомится там с кавалером де Мере, человеком высокообразованным и умным, но несколько самоуверенным и поверхностным. С де Мере охотно общались великие современники, и только поэтому его имя сохранилось в истории. При этом он умудрился писать Паскалю письма с поучениями по разным вопросам, не исключая и математики. Сейчас все это выглядит наивным и, по словам Сент-Бёва, «такого письма вполне достаточно, чтобы погубить человека, его писавшего, во мнении потомства». Тем не менее довольно длительное время Паскаль охотно общался с де Мере, он оказался способным учеником кавалера по части светской жизни.

Мы переходим к истории о том, как «задача, поставленная перед суровым янсенистом светским человеком, стала источником теории вероятностей» (Пуассон). Собственно, задач было две, и, как выяснили историки математики, обе они были известны задолго до де Мере. Первый вопрос состоит в том, сколько раз нужно кинуть две игральные кости, чтобы вероятность того, что хотя бы один раз выпадут две шестерки, превысит вероятность того, что две шестерки не выпадут ни разу. Де Мере и сам решил эту задачу, но, к сожалению, ... двумя способами, давшими разные ответы: 24 и 25 бросков. Будучи уверенным в одинаковой достоверности обоих способов, де Мере обрушивается на «непостоянство» математики. Паскаль, убедившись в том, что правильный ответ — 25, даже не приводит решения. Основные его усилия были направлены на решение второй задачи — задачи «о справедливом разделе ставок». Происходит игра, все участники (их число может быть больше двух) вначале делают ставки в «банк»; игра разбивается на несколько партий, и для выигрыша банка надо выиграть некоторое фиксированное число партий. Вопрос состоит в том, как следует справедливо разделить банк между игроками в зависимости от числа выигранных ими партий, если игра не доведена до конца (никто не выиграл числа партий, достаточного для получения банка). По словам Паскаля, «де Мере ... даже не смог подступиться к этому вопросу ...».

Никто из окружения Паскаля не сумел понять предложенное им решение, но все же достойный собеседник нашелся. Между 29 июля и 27 октября 1654 г. Паскаль обменивается письмами с Ферма (при посредничестве Пьера Каркави, продолжавшего деятельность Мерсенна). Часто считают, что в этой переписке родилась теория вероятностей. Ферма решает задачу о ставках иначе, чем Паскаль, и первоначально возникают некоторые разногласия. Но в последнем письме Паскаль констатирует: «Наше взаимопонимание полностью восстановлено», и далее: «Как я вижу, истина одна и в Тулузе, и в Париже». Он счастлив тем, что нашел великого единомышленника: «Я и впредь хотел бы по мере возможностей делиться с Вами своими мыслями».

В том же 1654 г. Паскаль опубликовал одну из самых популярных своих работ «Трактат об арифметическом треугольнике». Теперь его называют треугольником Паскаля, хотя оказалось, что он был известен еще в Древней Индии, а в XVI веке был переоткрыт Штифелем. В основе лежит простой способ вычислять число сочетаний C_n^k индукцией по n (по формуле $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$). В этом трактате впервые принцип математической индукции, который фактически применялся и раньше, формулируется в привычной для нас форме.

В 1654 г. Паскаль в послании «Знаменитейшей Парижской математической академии» перечисляет работы, которые готовятся им к публикации, и в их числе трактат, который «может по праву претендовать на ошеломляющее название „Математика случая“ ».

Луи де Монтальт. Вскоре после смерти отца Жаклина Паскаль уходит в монастырь, и Блез Паскаль лишается присутствия очень близкого человека. Какое-то время его привлекает возможность жить, как живет большинство людей: он подумывает о том, чтобы купить должность в суде и жениться. Но этим планам не суждено было сбыться. В середине ноября 1654 г., когда Паскаль переезжал мост, передняя пара лошадей сорвалась, а коляска чудом задержалась у края пропасти. С тех пор, по словам Ламетри, «в обществе или за столом Паскалю всегда была необходима загородка из стульев или сосед слева, чтобы не видеть страшной пропасти, в которую он боялся упасть, хотя знал цену подобным иллюзиям». 23 ноября происходит необычайный нервный припадок. Находясь в состоянии экстаза, Паскаль записывает на клочке бумаги мысли, которые проносятся в его голове: «Бог Авраама, Бог Исаака, Бог Иакова, но не Бог философов и ученых ...». Позднее он перенес эту запись на пергамент; после его смерти обе бумаги обнаружили зашитыми в его камзоле. Это событие называют «вторым обращением» Паскаля. С этого дня, по свидетельству Жаклины, Паскаль чувствует «огромное презрение к свету и почти непреодолимое отвращение ко всем принадлежащим ему вещам». Он прерывает занятия и с начала 1655 г. поселяется в монастыре Пор-Рояль (оплоте янсенистов), добровольно ведя монашеский образ жизни. В это время Паскаль пишет «Письма к провинциалу» — одно из величайших произведений французской литературы. «Письма» содержали критику иезуитов. Они издавались отдельными выпусками — «письмами», — начиная с 23 января 1656 г. до 23 марта 1657 г. (всего 18 писем). Автора — «друга провинциала» — звали Луи де Монтальтом. Слово «гора» в этом псевдониме (la montagne) уверенно связывают с воспоминаниями об опытах на Пюи-де-Дом. Письма читали по всей Франции, иезуиты были в бешенстве, но не могли достойно ответить (королевский духовник отец Анна предлагал 15 раз — по числу написанных к тому времени писем — сказать, что Монтальт — еретик). За автором, оказавшимся смелым и талантливым конспиратором, охотился судебный следователь, которого контролировал сам канцлер Сегье, когда-то покровительствовавший создателю арифметической машины (по свидетельству современника, уже после двух писем канцлеру «семь раз отворяли кровь»), и, наконец, в 1660 г. государственный совет постановил сжечь книгу «мнимого Монтальта». Но это было по существу символическим мероприятием. Тактика Паскаля дала поразительные результаты. «Делались попытки самыми различными способами показать иезуитов отвратительными; Паскаль сделал больше: он показал их смешными», — так оценивает «Письма» Вольтер. «Шедевром шутливой логики» назвал их Бальзак, «кладом для комедиографа» — Расин. Образы Паскаля предвещали появление мольеровского Тартюфа.

Работая над «Письмами», Паскаль ясно понимал, что правильное владение логикой важно не только математикам. В Пор-Рояле много думали о системе образования, и существовали даже специальные янсенистские «маленькие школы». Паскаль активно включился в эти размышления, сделав, например, интересные замечания о первоначальном обучении грамоте (он считал, что нельзя начинать с изучения алфавита). В 1667 г. посмертно вышли два фрагмента работы Паскаля «Разум геометра и искусство убеждения». Это сочинение не является научной работой; его назначение более скромно — быть введением к учебнику геометрии для янсенистских школ. Многие высказывания Паскаля производят очень сильное впечатление, и не верится, что такая четкость формулировок была достижима в середине XVII века. Вот одно из них: «Все должно быть доказано, и при доказательстве нельзя использовать ничего кроме аксиом и ранее доказанных теорем. Никогда нельзя злоупотреблять тем обстоятельством, что разные вещи нередко обозначаются одним и тем же словом, поэтому определяемое слово должно быть мысленно заменено определением». В другом месте Паскаль замечает, что обязательно существуют неопределяемые понятия. Исходя из этих высказываний, Жак Адамар (1865–1963) считал, что Паскалю оставался маленький шаг, чтобы произвести «глубокую революцию во всей логике — революцию, которую Паскаль мог бы осуществить тремя веками раньше, чем это действительно случилось». Вероятно, здесь имеется в виду тот взгляд на аксиоматические теории, который сложился после открытия неевклидовой геометрии.

Удивительные события не переставали происходить в жизни Паскаля. В страшный для него 1654 год у его любимой племянницы Маргариты появилась опухоль в уголке глаза. Врачи были бессильны помочь девочке, состояние которой непрерывно ухудшалось. В марте 1657 г. к глазу приложили хранившийся в Пор-Рояле «святой терний» (колючка, по преданию, снятая с тернового венца Христа), и … опухоль пошла на убыль. «Чудо святого терния», по словам Жильберты Перье (матери Маргариты), «было засвидетельствовано знаменитыми врачами и искуснейшими хирургами и легализовано торжественным постановлением церкви». Слухи о случившемся произвели настолько сильное впечатление на церковь, что янсенистский монастырь в очередной раз избежал закрытия. Что касается Паскаля, то «радость его была столь огромна, что ум его отдался этому чувству всецело, и у него явилось много удивительных мыслей о чудесах» (Жильберта Перье). Великий ученый поверил в чудо! Он писал: «Невозможно разумно рассуждать против чудес». Позднее он даже попытался дать определение чуда: «Чудо — это действие, которое превышает естественную силу способов, при нем употребляющихся …». Потом были предприняты многочисленные попытки рационально объяснить случившееся (одно из объяснений: причиной опухоли была металлическая соринка, а терний обладал магнитным свойством). С тех пор на печати Паскаля был изображен глаз, окруженный терновым венцом.

Амос Деттновиль. «Я провел много времени в изучении отвлеченных наук; недостаток сообщаемых ими сведений отбил у меня охоту к ним. Когда я начал изучение человека, я увидел, что эти отвлечения ему несвойственны и что я еще больше запутался, углубляясь в них, чем другие, не зная их». Эти слова Паскаля характеризуют его настроение в последние годы жизни. И все же полтора года из них он занимался математикой …

Началось это весной 1658 г. как-то ночью, когда во время страшного приступа зубной боли Паскаль вспомнил одну нерешенную задачу Мерсенна про циклоиду. Он замечает, что напряженные размышления отвлекают от боли. К утру он уже доказал целый ряд результатов о циклоиде и . . . исцелился от зубной боли. Поначалу Паскаль считает случившееся грехом и не собирается записывать полученные результаты. Позднее, под влиянием герцога де Роанне, он изменяет свое решение, в течение восьми дней, по свидетельству Жильберты Перье, «он только и делал, что писал, пока рука могла писать». А затем в июне 1658 г. Паскаль, как это часто делалось тогда, организовал конкурс, предложив крупнейшим математикам решить шесть задач про циклоиду. Наибольших успехов добились Христиан Гюйгенс (1629 – 1695), решивший четыре задачи, и Джон Валлис (1616 – 1703), у которого с некоторыми пробелами были решены все задачи. Но наилучшей была признана работа неизвестного Амоса Деттонвиля. Гюйгенс признавал позднее, что «эта работа выполнена столь тонко, что к ней нельзя ничего добавить». Заметим, что «Amos Dettonville» состоит из тех же букв, что «Louis de Montalte» (если вы будете проверять это, имейте в виду, что в XVII веке буквы u и v не различались). Так придуман новый псевдоним Паскаля[1]. На премиальные 60 пистолей труды Деттонвилля были изданы.

Теперь несколько слов о работе. Мы уже говорили о циклоиде. Эту кривую описывает точка круга, катящегося по прямой без скольжения. Первоначальный интерес к циклоиде стимулировался тем, что ряд интересных задач для нее удалось решить элементарно. Например, по теореме Торричелли, чтобы провести касательную к циклоиде в точке A, нужно взять соответствующее этой точке положение производящего (катящегося) круга и соединить его верхнюю точку B с A. Вот еще одна теорема, которую Торричелли и Вивиани приписывают Галилею: площадь криволинейной фигуры, ограниченной аркой циклоиды, равна утроенной площади производящего круга.

Задачи, рассмотренные Паскалем, уже не допускают элементарных решений (площадь и центр тяжести произвольного сег-

[1]Еще одна анаграмма этого имени «Соломон де Тульти» (Salomon de Tulti») появилась в последнем произведении Паскаля «Мысли» среди авторов, которым он следует (наряду с Эпиктетом и Монтенем). Паскалеведы немало потрудились в поисках загадочного философа, пока догадались, в чем дело.

мента циклоиды, объемы соответствующих тел вращения и т. д.). На этих задачах Паскаль разработал по существу все, что необходимо для построения дифференциального и интегрального исчисления в общем виде. Лейбниц, который делит с Ньютоном славу создателя этой теории, пишет, что когда по совету Гюйгенса он ознакомился с работами Паскаля, его «озарило новым светом», он удивился, насколько был близок Паскаль к построению общей теории и неожиданно остановился, будто «на его глазах была пелена».

Для работ, предвосхищавших появление дифференциального и интегрального исчисления, было характерно то, что интуиция их авторов сильно опережала возможности провести строгие доказательства; математический язык был недостаточно развит, чтобы перенести на бумагу ход мыслей. Выход был найден позднее путем введения новых понятий и специальной символики. Паскаль не прибегал ни к какой символике, но он так виртуозно владел языком, что временами кажется, что у него в этом просто не было потребности. Приведем высказывание Н. Бурбаки: «Валлис в 1655 г. и Паскаль в 1658 г. составили каждый для своего употребления языки алгебраического характера, в которых, не записывая ни единой формулы, они дают формулировки, которые можно немедленно, как только будет понят их механизм, записать в формулах интегрального исчисления. Язык Паскаля особенно ясен и точен; и если не всегда понятно, почему он отказался от применения алгебраических обозначений не только Декарта, но и Виета, все же нельзя не восхищаться его мастерством, которое могло проявиться лишь на основе совершенного владения языком». Хочется сказать, что здесь Паскаль-писатель помог Паскалю-математику.

«Мысли». После середины 1659 г. Паскаль уже не возвращался ни к физике, ни к математике. В конце мая 1660 г. он в последний раз приезжает в родной Клермон; Ферма приглашает его заехать в Тулузу. Горько читать ответное письмо Паскаля от 10 августа. Вот несколько выдержек из него: « . . . в настоящее время я занимаюсь вещами, столь далекими от геометрии, что с трудом вспоминаю о геометрии . . . хотя Вы тот человек, кого во всей Европе я считаю самым крупным математиком, не это качество привлекает меня; но я нахожу столько ума и прямоты в Вашей беседе и поэтому ищу общения с Вами ... я нахожу математику наиболее возвышенным занятием для ума, но в то же время я знаю, что она столь бесполезна, что я делаю малое различие между человеком, который только геометр, и искусным ремесленником. Поэтому я называю ее самым красивым ремеслом на свете, но, в конце концов, это лишь ремесло. И я часто говорил, что она хороша, чтобы испытать свою силу, но не для приложения этой силы ...». И, наконец, строчки, говорящие о физическом состоянии Паскаля: «Я так слаб, что не могу ни ходить без палки, ни ездить верхом. Я не могу даже ехать в экипаже более двух или трех лье ...». В декабре 1660 г. Гюйгенс дважды посетил Паскаля и нашел его глубоким стариком (Паскалю было 37 лет), который не в состоянии вести беседу.

Паскаль решает разобраться в самых сокровенных тайнах человеческого существования, в смысле жизни. Он растерян: «Я не знаю, кто меня послал в мир, я не знаю, что такое мир, что такое я. Я в ужасном и полнейшем неведении ... Как я не знаю, откуда я пришел, так же точно не знаю, куда уйду ... Вот мое положение: оно полно ничтожности, слабости, мрака». Его занятия естественными науками не могут помочь ответить на возникшие вопросы: «Знание физики не утешает меня в незнании начал нравственности в момент страданий». Когда-то Паскаль писал: «Нет нигде настоящих доказательств, кроме как в геометрии и там, где ей подражают». Но на сей раз геометрия не может быть образцом (хотя немало людей пыталось строить математическую теорию нравственности!). А. С. Пушкин писал не без иронии: «„Все, что превышает геометрию, превышает нас“, — сказал Паскаль. И вследствие того написал свои философские мысли!». Но Паскаль не видит здесь противоречия. Он искал истину на другом пути: «Я одобряю только тех, которые ищут с болью в сердце». Паскаль пишет: «Все наше достоинство заключено в мысли. Не пространство и не время, которых мы не можем заполнить, возвышают нас, а именно она, наша мысль. Будем же учиться хорошо мыслить: вот основной принцип морали». Он неоднократно возвращается к этому вопросу: «Человек, по-видимому, создан, чтобы мыслить; в этом все его достоинство, вся его заслуга; вся его обязанность в том, чтобы мыслить как должно ... А о

чем думают люди? ... о том, как бы потанцевать, поиграть на лютне, попеть, написать стихи, покататься на карусели и т. д., как бы построиться, сделаться королем ... Все достоинство человека в его мысли. Но что такое эта мысль? Как она глупа!» Но хорошо мыслить — небезопасно: «Крайнюю степень ума обвиняют в безумии точно так же, как полное отсутствие ума. Хороша только посредственность». Паскаль много думает о роли религии в жизни человека. Почти нет вопроса, мимо которого он проходит. Он продумывает человеческую историю, подчеркивает роль случая в ней («Если бы нос Клеопатры был бы короче, вся поверхность земли приняла бы другой вид»), повествует о страшных сторонах человеческой жизни («Может ли быть что-нибудь нелепее факта, что такой-то человек имеет право убить меня, потому что он живет по ту сторону реки или моря и потому что его правительство в ссоре с моим, хотя я никакой не имею с ним ссоры»). Высказывания Паскаля по самым разным вопросам необычайно проницательны. Его мысли о государстве ценил Наполеон, который, находясь в изгнании на острове св. Елены, говорил, что «сделал бы Паскаля сенатором».

Паскаль не окончил главную книгу жизни. Оставшиеся материалы были изданы посмертно в разных вариантах, под разными названиями. Чаще всего книгу называют «Мысли».

Популярность этой книги была необычайной. Мы ограничимся тем, что подчеркнем ее влияние на деятелей русской культуры. Не все принимали ее. И. С. Тургенев называл «Мысли» «самой ужасной, самой несносной книгой из всех когда-либо напечатанных», но писал, что «...никогда еще никто не подчеркивал того, что подчеркивает Паскаль: его тоска, его проклятия ужасны. В сравнении с ним Байрон — розовая водица. Но какая глубина, какая ясность — какое величие!... Какой свободный сильный, дерзкий и могучий язык!...». Н. Г. Чернышевский писал о Паскале: «...погибать от избытка умственных сил — какая славная погибель...». Полемика с Паскалем прошла через всю жизнь Ф. М. Достоевского. Для Л. Н. Толстого Паскаль был одним из самых почитаемых мыслителей. Имя Паскаля постоянно встречается в составленном им «Круге чтения» (около 200 раз). Паскаль для Л. Н. Толстого писатель, «пишущий кровью сердца».

Блез Паскаль скончался 19 августа 1662 г. 21 августа в церкви Сент-Этьен-дю-Мон был составлен «Похоронный акт»: «В понедельник 21 августа 1662 г. был похоронен в церкви покойный Блез Паскаль, при жизни стремянный, сын покойного Этьена Паскаля, государственного советника и президента палаты сборов в Клермон-Ферране. 50 священников, получено 20 франков».