ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Первое издание этой книги появилось в 1981 году в библиотечке «Квант». Она несколько раз допечатывалась огромными тиражами вплоть до 1985 года, разошлась в общей сложности в более чем полумиллионе экземпляров, была переведена на английский, французский и японский языки. Основу книги составили статьи, которые прежде публиковались в журнале «Квант». В это издание добавлены некоторые тексты, которые уже существовали в 1981 году, но не были включены из-за очень жесткого ограничения на объем. Некоторые дополнительные главы были написаны позднее. Прошло более 20 лет с тех пор, как была написана значительная часть этой книги, и сегодня я о многом написал бы иначе, однако я предпочел ограничиться лишь исправлением замеченных ошибок и неточностей.

Из добавленных сюжетов отметим историю циклоиды — кривой необычайной судьбы, казавшейся математикам XVII века одной из величайших кривых и фигурировавшей в исследованиях крупнейших математиков, но оказавшейся в конечном счете одним из историко-математических курьезов. Рассказ о XVII веке — героическом веке математического анализа — дополнен главой о Лейбнице — одной из самых удивительных фигур в истории науки.

Следующий XVIII век представлен тремя наиболее значительными математиками столетия: Эйлером, Лагранжем и Лапласом (два последних работали и в XIX веке). По стандартной логике истории науки это должен был бы быть относительно спокойный век упорядочения неотшлифованных фактов, накопленных в предыдущий революционный век дифференциального и интегрального исчислений. Однако великий гений Эйлера, которому было тесно в естественных рамках, навязываемых современной ему математикой, поломал все правила и пришел к удивительным открытиям, необычайно опередившим время. В конце века ученые оказались объектом острого исторического эксперимента: французская революция соблазнила некоторых из них возможностью принять непосредственное участие в управлении государством, и этот соблазн стоил многим из них жизни. Судьбы Лапласа и Лагранжа — два примера поведения ученых в этих условиях.

XIX и XX века представлены, помимо Гаусса, рассказами о Клейне, Пуанкаре и Рамануджане. Конечно эта выборка достаточно случайна, но их истории, на наш взгляд, поучительны. Наконец, мы вынесли в дополнение две статьи об истории проективной геометрии и ее связях с одной из современных теорий математической физики — теорией твисторов Пенроуза. Математическая часть этой драматической истории предполагает более высокий уровень подготовки, чем остальная часть книги.

Я хочу еще раз напомнить читателю, что перед ним не систематически написанная книга, а сборник статей, которые первоначально преданазначались для школьников и студентов, интересующихся математикой, а потому я всюду, где это возможно, старался включить детальные математические фрагменты в исторические рассказы. Со временем оказалось, что круг читателей книги значительно шире. Я не без удивления обнаружил, что в ней нашли что-то для себя и некоторые профессиональные математики и физики, а с другой стороны, были читатели, которые опускали при чтении всю математику и все же обнаруживали нечто поучительное в остатке. Хотелось бы также предостеречь от восприятия этой книги как серьезной книги по истории математики: я не работал с первоисточниками, не проверял тщательно детали, не снабдил текст, включая цитаты, ссылками. Я лишь хотел поделиться с читателем, который, как и я, любит математику и физику, картиной, которая сложилась у меня после знакомства со значительным историко-научным материалом в ассоциации с моими профессиональными математическами знаниями. Идеалом для меня было изложение истории не в серьезных исторических книгах (которые, несомненно, важны), а, скорее, в романах Дюма.

Хотя эта книга не дает систематической картины развития математики, она содержит значительный материал для размышления об удивительных путях ее развития. Я уже отмечал в первом предисловии некоторые повторяющиеся сюжеты. Добавленные главы доставляют несколько новых важных примеров (упомянем, скажем, апокалиптические мысли о скором конце математики у Лейбница и Лагранжа). Непознанные законы управляют математической модой! Как понять, почему Ферма, достаточно уважаемый его современниками, не смог никого из серьезных математиков XVII века заинтересовать своими арифметическими работами? Лишь в результате удачного совпадения его деятельность была продолжена в следующем веке Эйлером, который передал эстафету Лагранжу и Гауссу, обеспечив непрерывность развития теории чисел. Напротив, проективную геометрию — одно из величайших достижений человеческой мысли, — открытую в том же XVII веке Дезаргом и Паскалем, немедленно забыли и переоткрыли лишь в XIX веке.

Я не пытаюсь объяснять в этой книге законы развития математики: я не знаю их. Я лишь с интересом наблюдаю этот процесс, пытаясь вовлечь читателя в поиски скрывающейся в нем логики. Существует ли естественная эпоха для создания математической теории? Можно привести много аргументов в пользу этого предположения. Построение дифференциального и интегрального исчисления было начато сразу несколькими математиками XVII столетия и в конечном счете завершено независимо Ньютоном и Лейбницем; аналитическую геометрию независимо построили Декарт и Ферма. Некоторые проблемы, которые по много лет оставлись нерешенными, были решены на коротком промежутке времени сразу несколькими математиками (по странному совпадению, часто тремя): неевклидову геометрию независимо открыли Гаусс, Лобачевский, Бойяи; теорию эллиптических функций независимо построили Гаусс, Абель, Якоби. С другой стороны, были великие ученые, которые сильно опередили свое время и сделали открытия, не следовавшие естественной логике развития науки. Иногда такие открытия в конечном счете воспринимались современниками (в случае Архимеда или Эйлера), а иногда забывались (как в случае Николая Орезмского, который в XIV веке пользовался координатами и рассматривал за 250 лет до Галилея равноускоренное движение; см. также выше примеры с арифметикой и проективной геометрией). Богатейшую информацию о законах математического творчества мы получаем из истории удивительной жизни Рамануджана.

Какую роль играют личности в истории математики? Например, насколько решающей в судьбе математики была непримиримая позиция Платона по вопросу о предмете математики при его неограниченном влиянии на современную ему науку? Было ли предрешено развитие геометрии как аксиоматической науки, или она могла развиваться при других обстоятельствах как наука скорее экспериментальная? Пользу или вред принесло почти экстремистское требование Платона использовать в геометрических построениях только циркуль и линейку? Как были бы открыты в противном случае неразрешимые геометрические задачи, алгебраические уравнения, неразрешимые в радикалах, трансцендентные числа?

Я принадлежу к поколению математиков, которых иногда посещает двусмысленная ностальгия по времени расцвета математики на фоне всех ужасов советской действительности (слово «несмотря» было бы неуместным в этом контексте). Математика была престижной профессией, которая привлекала многих талантливых молодых людей, стремившихся к интеллектуальной деятельности, относительно свободной от влияния господствующей марксистской идеологии. Этот феномен много обсуждался последние 10 лет, и мы не будем здесь пытаться продолжить эту важную дискуссию. Сегодня положение математики значительно изменилось. Я имею возможность наблюдать значительное снижение приоритета математики и науки вообще в жизни США. Я не вижу трагедии в том, что большинство талантливых молодых людей предпочитают профессии ученого другие профессии, часто открывающие несравненно лучшие перспективы на финансовый успех, но меня пугает излишне утилитарный взгляд на роль математики в образовании, решительное непонимание ее уникальной роли для общего интеллектуального развития личности. Можно вспомнить, что в Академии Платона изучали геометрию не будущие ученые, но, в первую очередь, будущие цари (впрочем, в Спарте не разделяли этот пиетет перед математикой, да и римляне не включили ее в число ценностей, унаследованных у греческой цивилизации). Выпускники математических школ в бывшем Советском Союзе были успешны далеко за пределами математики. Сегодня многие молодые профессиональные математики решают оставить математику ради карьеры в бизнесе. Часто они успешны, и не благодаря каким-то конкретным математическим знаниям, но благодаря интеллектульному тренингу, который они получили при подготовке к математической профессии.

В современной России условия жизни изменились, и математика переживает трудные времена. Математики сталкиваются с прозаическими проблемами, неведомыми их западным коллегам. Просматривая некоторые российские газеты, я подумал однажды, что, может быть, напрасно в XVIII веке математики с радостью исключили составление гороскопов из своих профессиональных обязанностей: сегодня это могло бы оказаться удачным дополнением к нашей профессии.

Скоро 50 лет как я занимаюсь математикой, и я не перестаю восхищаться этой удивительной наукой. Мне приятно ощущать, что все еще много людей, включая молодых, разделяют эту мою любовь. Им в первую очередь и адресована эта книга.

Я сердечно благодарен редактору книги С. М. Львовскому за неоценимую помощь при подготовке этого издания.

11 февраля 2001 года, Принстон, США.

Предисловие к первому изданию

Эта книга написана на основе статей, публиковавшихся в журнале «Квант» в течение ряда лет. Этим объясняется некоторый элемент случайности в выборе людей и событий, которым посвящены рассказы, собранные в книге. Однако нам кажется, что в книге идет речь о принципиальных явлениях в истории науки, достойных внимания любителей математики и физики.

Мы захватываем промежуток в четыре века и начинаем в очень важный для европейской математики XVI век, когда ей собственно предстояло заново родиться, через тысячу лет после заката античной математики. Наш рассказ начинается в тот момент, когда европейские математики после трех веков ученичества смогли получить результаты, которых не знали ни математики Древней Греции, ни математики Востока: была найдена формула для решения уравнений третьей степени. События следующей серии рассказов начинаются на рубеже XVI и XVII веков, когда Галилей, исследуя свободное падение, заложил фундамент и для развития новой механики, и для развития анализа бесконечно малых. Параллельное формирование этих двух теорий — одно из самых знаменательных научных явлений XVII века (от

Галилея до Ньютона и Лейбница). Мы рассказываем также о замечательных астрономических открытиях Галилея, прервавших его занятия механикой, о его драматической борьбе за утверждение учения Коперника. Наш следующий герой — Гюйгенс — непосредственный продолжатель Галилея в науке. Избранный нами сюжет — это продолжавшаяся сорок лет работа Гюйгенса над созданием и совершенствованием маятниковых часов. Значительная часть достижений Гюйгенса и в области физики, и в области математики непосредственно стимулировалась этой деятельностью. XVII век представлен у нас также Паскалем — одним из самых удивительных людей в истории человечества. Паскаль начинал как геометр, и его юношеская работа знаменовала, что европейская математика уже способна состязаться с великими греческими математиками на их собственной территории — в геометрии. Со времени первых успехов европейской математики в алгебре прошло сто лет.

К концу XVIII века математика неожиданно оказалась без опорных задач, вокруг которых концентрировались бы усилия ведущих ученых. Математический анализ в некотором приближении был построен; ни алгебра, ни геометрия не выдвинули к тому времени подходящих проблем. Положение «спасла» небесная механика. Построение теории движения небесных тел на основе закона всемирного тяготения потребовало величайших усилий крупнейших математиков, начиная с Ньютона. Долгое время почти все крупные математики считали делом чести продемонстрировать свои возможности на какой-нибудь задаче небесной механики. Не был исключением и Гаусс, которому посвящена последняя часть книги. Но к этим задачам Гаусс пришел уже будучи зрелым ученым, а дебютировал он беспрецедентным образом. Он решил задачу, стоявшую 2000 лет: доказал возможность построения циркулем и линейкой правильного 17-угольника (древние умели строить правильные n-угольники при $n = 2^k, 3 \cdot 2^k, 5 \cdot 2^k, 15 \cdot 2^k$ и много сил потратили на безуспешные попытки придумать построение для других n). Технически это открытие Гаусса основывалось на арифметических рассмотрениях. Работы Гаусса подводили итог полуторавековой деятельности по превращению арифметики из набора удивительных фактов о конкретных числах, накапливавшихся с глубокой древности, в науку. Этот процесс начался с работ Ферма и был продолжен Эйлером, Лагранжем, Лежандром. Поразительно, что Гаусс в юности, не имея доступа к математической литературе, самостоятельно воспроизвел большинство результатов своих великих предшественников.

Наблюдение над историей науки из сравнительно случайно выбранных точек оказывается во многом поучительным: например, бросаются в глаза многочисленные связи, выявляющие единство науки в пространстве и времени. Связи разного характера иллюстрируются рассматриваемым в книге материалом: непосредственная преемственность у Галилея и Гюйгенса; идеи Тартальи о траектории брошенного тела, доведенные Галилеем до точного результата; сослужившее пользу тому же Галилею предложение Кардано пользоваться пульсом для измерения времени; задачи Паскаля о циклоиде, оказавшиеся кстати Гюйгенсу, работавшему над изохронным маятником; теория движения спутников Юпитера, открытых Галилеем, в которую ученые нескольких поколений старались внести хоть небольшой вклад, и т. д.

Можно подметить много ситуаций в истории науки, которые часто повторяются с небольшими вариациями (по словам французского историка Токвиля, «история — это картинная галерея, в которой мало оригиналов и много копий»). Обратим внимание, например, как трансформируется оценка ученого с течением веков. Кардано не сомневался, что его главные заслуги относятся к медицине, а не к математике; похоже, что Кеплер считал своим главным достижением «открытие» мифической связи между орбитами планет и правильными многогранниками; ни одно свое открытие Галилей не ценил так, как ошибочное утверждение, что приливы и отливы доказывают истинное движение Земли (в значительной степени ради его публикации он пожертвовал своим благополучием); Гюйгенс считал своим важнейшим результатом применение циклоидального маятника в часах, который оказался полностью бесполезен на практике, да и вообще Гюйгенс мог считать себя неудачником, так как не смог решить главной своей задачи — создать морской хронометр (очень многое из того, что сегодня рассматривается как его основные заслуги, было лишь средством для построения морских часов). Самые великие люди не защищены от ошибок в прогнозах. А ведь иногда ученому приходится принимать критическое решение — прервать одни исследования в пользу других. Так, Галилей отказывается от доведения до публикации результатов своих двадцатилетних исследований по механике, вначале отвлекшись на год для астрономических наблюдений, а затем он на двадцать лет вообще, по существу, прекратил научные исследования в собственном смысле слова ради популяризации гелиоцентрической системы. Через полтора века опять-таки ради астрономии оставляет неопубликованными свои исследования по эллиптическим функциям Гаусс. Вероятно, оба они не предвидели, сколь долгим будет перерыв, и оба не видели кругом никого, кто мог бы угрожать их приоритету. Галилей все же успел (через 30 лет!) опубликовать свои работы по механике, когда приговор инквизиции закрыл для него возможности для других занятий (и лишь сообщение Кавальери о параболичности траектории брошенного тела, хотя и не посягавшее на приоритет Галилея, заставило его немного поволноваться). Гаусс опять-таки 30 лет не находил времени завершить свои результаты, и они были переоткрыты Абелем и Якоби.

Отбор материала и характер изложения диктовался тем, что книга и предшествующие ей статьи адресованы любителям математики и физики, в первую очередь, школьникам. Мы всегда отдавали приоритет точному изложению конкретных достижений ученых (работы Галилея по механике, математические и механические исследования Гюйгенса в связи с маятниковыми часами, две первые математические работы Гаусса). К сожалению, это не всегда возможно, даже если речь идет о давних работах. Нет большего удовольствия, чем следить за полетом мысли гения, как бы давно он ни жил. Дело не только в том, что любителю физики или математики это недоступно в отношении современных работ. Уметь почувствовать революционный характер старого достижения — важный элемент культуры. Высокомерие по отношению к давно жившим людям — опасная черта. Рассказывая детям о великих открытиях, мы часто не учим их этим открытиям удивляться.

Мы хотим подчеркнуть, что собранные в книге рассказы не носят характер историко-научных текстов. Это проявляется в сильной адаптации исторических реалий. Мы свободно модернизируем рассуждения ученых: пользуемся алгебраической символикой в доказательствах Кардано, вводим ускорение свободного падения в выкладки Галилея и Гюйгенса (чтобы не мучить читателя бесконечными пропорциями), работаем с натуральными логарифмами вместо неперовых при рассказе об открытии Непера, пользуемся поздними высказываниями Галилея, чтобы реконструировать логику его ранних исследований по механике. Всюду мы сознательно пренебрегали деталями, уместными в работе по истории науки, с тем чтобы выпукло изложить небольшое число основных идей.