

5. Воспользовавшись тем, что в моей работе над разделом «В погоне за стеками» выдался трехмесячный перерыв, снова берусь за «Введение». На этом самом месте я остановился в июне прошлого года. Только что я внимательно перечел все, что уже было написано, и добавил несколько примечаний.

Работая над этим введением, я с самого начала ясно осознавал, что, предлагая читателю размышления подобного рода, без недоразумений не обойдешься. И нет смысла пытаться оговорить все заранее: это привело бы только к нагромождению новых несуразиц. Так что я лишь добавлю по этому поводу, что объявлять войну научному стилю изложения, освященному тысячелетней традицией, отнюдь не входит в мои намерения. Я сам прилежно практиковал этот стиль больше двенадцати лет кряду, и добивался, чтобы мои ученики овладели им, как важным секретом математического ремесла. К худу ли, к добру ли, но в этом смысле мои взгляды нисколько не изменились, так что излагать свои мысли в традиционно-научном стиле я обучаю студентов и сейчас. Это, наверное, даже несколько старомодно с моей стороны — всегда настаивать на том, чтобы всякая работа непременно доводилась до конца, вручную, и так, чтобы в тексте не оставалось ни одного неясного места. Если, в ходе последних десяти лет, мне и приходилось порой отступаться от этого принципа, то уж во всяком случае не по своей вине! «Приведение результатов в надлежащий вид» было и остается для меня важным этапом математической работы. Научная строгость изложения — это, с одной стороны, инструмент первооткрывателя; его удобно использовать, когда хочешь проверить свою догадку. При работе с ним приблизительное, отрывочное поначалу представление о тех или иных вещах становится глубже. С другой стороны, этот же инструмент служит для передачи другим достигнутого тобой понимания. С профессиональной точки зрения, соблюдение норм строгости при передаче информации, то есть научный способ изложения (а он вполне позволяет набрасывать перед читателем широкие картины, открывая дальние перспективы) в известном смысле сильно облегчает работу. Преимущества очевидны: краткость, ясность, удобство ссылок. Они более чем реальны, и пользу, которую они нам приносят, трудно переоценить, когда речь идет, скажем, о докладе перед математической аудиторией — в особенности если он ориентирован на математиков, знакомых с предметом из первых рук или занимающихся смежными вопросами.

Эти же преимущества — пустой призрак, когда ты пишешь в расчете на детскую аудиторию, или на читателей-подростков; даже на взрослых

людей, если они заранее не знакомы с вопросом. У таких читателей (или слушателей) интерес к теме еще не разбужен. К тому же, они, как правило, ничего не знают о том, как на деле протекает труд, ведущий к открытию. (От чтения книг, написанных по всем правилам научной строгости, в этом смысле нет никакого толка — и неспроста...) Лучше сказать, читатели не подозревают о самом *существовании* такого труда, *доступного каждому*: любознательность, немного здравого смысла, — больше ничего и не требуется. А ведь это тот самый труд, в процессе которого рождается, обновляясь снова и снова, наше знание о Вселенной. Благодаря ему появились на свет «Происхождение видов» Дарвина, «Начала» Евклида, величественные в своей фундаментальности. У людей нет ни малейшего представления о том, что открытию всегда предшествует труд. Их не учат этому ни в школе, ни в университете: ведь преподаватели, в большинстве своем, и сами об этом не подозревают. Этот поразительный факт вдруг открылся мне в полном свете, когда я, в прошлом году, только приступал к настоящему Введению, раздумывая над первой главой. И уже тогда я начинал угадывать путь мощных корней этого невероятного явления — где-то на глубине...

Но даже когда ты имеешь дело с аудиторией, профессионально подготовленной со всех точек зрения, остается одна важная вещь, которую, как ни крути, не позволяет передать научная строгость. Эта вещь всегда была на плохом счету в кругу солидных людей; уж во всяком случае, наш брат ученый никогда не воспринимал ее всерьез. Я говорю о *мечте*. О грезах, о видениях, вдохновляющих нас — сперва неуволнимых, зачастую неохотно принимающих форму. Долгих лет, даже целой жизни напряженного труда, не достанет, быть может, чтобы полностью осуществить ту или иную мечту, увидеть, как сгущается ее призрачная ткань, обретая плоть; отшлифовать ее до прочности и блеска алмаза. В том и заключается наш труд, будь он работой рук или разума. Когда он закончен, мы поднимаем к свету осязаемый, немислимо живой результат; глядя на него, мы ощущаем немалую радость — и, пожалуй, гордимся своей работой. И все же не сам результат, не наш готовый алмаз, все эти долгие дни вдохновлял кропотливый труд своего ювелира. Может статься, нам удалось изготовить превосходный инструмент, прибор высокой точности, эффективное орудие исследования — но возможности всякого инструмента, изготовленного руками человека, сами по себе ограничены, даже если у нас при взгляде на него перехватывает дыхание от восторга. И вела нас к открытию не реальная вещь во плоти, а легкая греза, безымянное видение. Бесформенное поначалу, оно маячило

вперед, как клочок тумана. Оно и было тем призраком, что водил тогда нашей рукой; очарованные им, мы склонялись над работой, не замечая быстрых часов — да и лет, бывало. Невесомый клоч дима, бесшумно отделившийся от бездонного Моря туманов и полумрака... В душе каждого из нас есть какая-то глубина, нечто, что не знает пределов. Целое Море, дающее жизнь, готовое зачинать и рождать неустанно, в то время как наша жажда познания оплодотворяет Его. Возникает зародыш, Мечта; он прячется внутри питательного чрева, пока не приходит пора тайных, неясных трудов — схваток живорождения. Тогда из темноты он выходит на яркий свет.

Горе тому миру, где презирают мечту. Мечта в нас глубже всех прочих корней; чего же нам ждать от мира, в котором удел этой глубины — презрение? Наша культура, сверх меры наспигованная телевидением, компьютеризацией, межконтинентальными ракетами, обосновалась в умах не так давно; до нее были и другие. Не знаю, насколько тогда было распространено это презрение. Вероятно, его вездесущность в нашей среде — один из многочисленных признаков, отличающих нас от наших предшественников. Их духовные принципы мы вытеснили из мира раз и навсегда; так сказать, стерли с лица планеты. Я не слышал ни об одной культуре, помимо нашей, в которой к мечте относились бы без должного уважения, в которой ее глубокие корни не ощущались бы и не признавались бы всеми и повсеместно. Найдется ли хотя бы одно открытие, хотя бы один важный труд в жизни человека или народа, который родился бы не от грезы, и не в ней черпал бы силы перед тем, как, завершённым, появиться на свет? У нас же, однако, как известно (читай: одинаково, повсеместно) уважение к мечте держат за предрассудок. Всякий знает, что наши психологи с психиатрами, измерив мечту вдоль и поперек, нашли, что памяти небольшого компьютера для всех ее «параметров» с лихвой достаточно. Вот еще одна особенность нашей культуры: современный человек едва ли сумеет, скажем, собственноручно развести огонь; рождение ребенка, смерть матери или отца в собственном доме — кто в наши дни решится вынести подобное зрелище! Слава Богу, для этого есть больницы и родильные дома... Наш мир горд своим могуществом, измеряемым в атомных мегатоннах, он кичится количеством информации, хранящейся в его компьютерах, или, по старинке, в библиотеках. Но, как только речь заходит о каждом его обитателе в отдельности, он сразу оказывается миром *бессилия*. Ведь наш страх, наше презрение по отношению к простым и важным для жизни вещам достигли сегодня небывалой величины.

В обществе с наистрожайшими нравами всегда находилось место первородному влечению пола, как ни трудились моралисты. Вот и мечту, к счастью, так легко не убьешь. Предрассудок или общепризнанная реальность, она по-прежнему продолжает нашептывать нам слова тайны и намекать на разгадку. Рассудок не в силах уловить ее речи; мешает какая-то неповоротливость — или малодушие. Но мечте — взгляните! — и дела нет; одушевляя наши мысли, наделяя их крыльями на пути к осуществлению, она обходится своими средствами.

Я, кажется, недавно сказал, что мечта лишь нехотя обретает форму. Но это — только на первый взгляд! Нежелание, медлительность исходят от рассудка. Да и все эти слова: «неохотно», «медлительность», «нежелание», — по сути не что иное, как эвфемизмы. В действительности речь идет о глубоком презрении, за которым, в свою очередь, стоит заложенный в нас от века *страх перед знанием*. Когда дело доходит до мечты в собственном смысле этого слова, страх, пробуждаясь, становится намного более действенным. Он образует заслон, который тем эффективнее, чем более непосредственно весточка мечты затрагивает нас лично, чем более глубоким преобразованием, по прочтении, грозит она нашей душе.

И все же, как ни странно, то же самое недоверие преграждает дорогу даже сравнительно безобидным в этом отношении математическим «грезам». Кажется, дошло до того, что всяческое подобие мечты изгоняется не только из научных текстов (я, во всяком случае, не встречал исключений), но и из разговоров между коллегами — в узком кругу, и даже с глазу на глаз.

Пусть так, но это не значит, что математической мечты не бывает, или что она вдруг куда-то исчезла. Без нее наша наука стала бы бесплодной, а ведь мы знаем, что этого не случилось — наоборот. Мечта на месте, но о ней молчат, как молчат о *труде*, предшествующем открытию и обновлению нашего знания о мире. Эти два запрета явно сродни друг другу — а вернее всего, *как мечту в математике, так и труд ученого, ею ведомый и вдохновляемый, окружает молчанием один и тот же неумолимый закон*. Да что говорить: само словосочетание «математическая мечта» многие сочтут бессмыслицей. Мы так часто полагаемся на удобные, готовые клише, предпочитая их порой даже собственному опыту. А ведь он есть у каждого — непосредственный опыт общения с реальностью: совсем простой, повседневной, важной для нас.

6. Одни бегут от мечты, другие подходят к ней, вооружившись за-

патентованными инструментами для измерения всего и вся; разница невелика. Мечта — мечта и есть; она не отзовется на чужие имена из старых инвентарных таблиц. Но настоящей жажды познания — и это мне известно из первых рук — мечта охотно идет навстречу. Тогда она уже не медлит «принять форму», не отступает в тень, спокойно открываясь осторожному, внимательному взгляду. Ты можешь описать ее словами; задавай ей вопросы, и она сама нашепчет тебе разгадку. Всегда простую — и полную смысла, а подчас такую, что от волнения бегут мурашки по коже. Путь в неизвестное преграждают нам, по сути, только наши призрачные страхи. Кто-то должен раскрыть нам на это глаза, убедить нас попытаться преодолеть себя. Но ведь на то и Мечтатель, живущий в каждом из нас, — великий, непревзойденный мастер. Он говорит с нами, пробуя разные языки (иногда изобретая их на ходу) — и побуждает нас сбросить нелепое оцепенение, переступить порог, отряхнуть душу от пыли. Он играет с душами, как на сцене; а какой у него реквизит — любой театр позавидует. Он использует всякие средства: от полного отсутствия каких бы то ни было сценических эффектов до самых невероятных, ослепительных фейерверков. Он всегда выходит к нам открыто, уверенно, безо всякой робости; Его задача — ободрить нас. (А ведь Его попытки — чаще всего, лишь пустая трата времени; и все-таки Он не теряет веры, не оставляет нас своей милостью.) Мечтатель живет затем, чтобы дать нам силы справиться с предрассудками — да просто вылезти из самих себя, сбросить все, что стесняет в движениях. А как ловко (притом, с самым невинным видом) Мечтатель, мастер веселых перевоплощений, умеет подтрунивать над нашей неповоротливостью! Прислушаться к Его тихим, настойчивым речам — значит отыскать путь к себе самому. Инерция духа — серьезное препятствие на этой дороге; чтобы преодолеть его, нужна решимость.

А уж кто «способен на большее», тому и меньшее по плечу. Если, наедине с мечтой-посредницей, нам удалось услышать самих себя — значит, должен быть простой способ передать то, что мы узнали, другому. Ведь в «математической мечте» нет ничего интимного; к тому же, говорить о таких вещах с самим собой трудней, чем с другими. (Это из-за того, что мысли, идущей «изнутри», мы сопротивляемся намного сильнее, чем знанию со стороны.) В сущности, в своем «математическом» прошлом я только и делал, что преследовал мечту до тех пор, пока она, ясная, во плоти, как в новом платье, не выходила на свет. От целого моря теней и туманов оторвется клочок — и летит, и ведет тебя за собой; и по дороге ты можешь только гадать, каким он будет, когда станет из при-

зрака явью... Последние шаги по пути к мечте сродни кропотливому труду ювелира: чтобы твоя находка, будь то алмаз или сапфир, предстала во всем своем блеске, ты должен, тщательно и ревниво, отшлифовать каждую грань. Сколько раз за этим занятием я в нетерпении топал ногами, проклиная собственную усидчивость и упрямство! Приходилось сдерживать в себе пыл, стремление рискнуть всем, пустившись на большую глубину — окунуться в самое море, причаститься его бесконечных тайн; погнаться за грезой из грез и добиться ее явного воплощения! Из неясного, размытого намека на мысль довести мечту до отчетливости математического утверждения; изложить ее на бумаге, повинаясь всевозможным канонам строгости — и тогда призрак обретает плоть, статью можно нести в печать. Впрочем, когда я работал над теорией «мотивов», я, кажется, был на грани того, чтобы целиком поддаться нетерпеливому устремлению и умчаться вперед, позабыв о строгости изложения и о «надлежащем виде» результатов. Это значило — заняться «научной фантастикой», грезить наяву, ведь вся теория к тому моменту оставалась на уровне предположения. В этом смысле ничего не изменилось и по сей день — за недостатком другого мечтателя, пустился бы в это сумасшедшее предприятие по моим следам. «Мотивами» я увлекся к концу шестидесятых; тем временем, в моей жизни уже намечался совершенно неожиданный (в первую очередь, для меня самого), решающий поворот. Вскоре после этого математика на целых десять лет отодвинулась для меня на второй план, если не вовсе сошла со сцены.

Призадумавшись, однако, я понял, что книга «В погоне за стэками», моя первая публикация после четырнадцатилетнего молчания, написана как раз в духе «грезы наяву» — невозможной и неосуществленной. Она как бы предвещает теорию мотивов, служит ее временной заменой. Конечно, у этой книги своя тема, на первый взгляд настолько далекая от «мотивов», насколько это вообще возможно в математике. К тому же, по моим представлениям, тема мотивов находится на грани того, что можно разработать подручными средствами, в то время как все, что связано со стэками, не должно вызывать особенных трудностей. Однако, стоит лишь внимательно посмотреть на эти две темы, чтобы понять, насколько поверхностны эти мнимые различия⁽³⁾. Трудиться над каждой из этих теорий и значит «грезить наяву»: стиль работы один и тот же, а все остальное не так уж важно. На случай, если это звучит слишком вызывающе, скажем иначе: это работа с широкими, еще не до конца определившимися концепциями; это поиск нужных формулировок путем последовательных приближений, «нащупывание» координат. Так путе-

шественник, плутая ночью, вычисляет местонахождение ориентиров: в темноте их не различить, но, если он выберет верный путь, впереди его ждет вполне реальная цель. При этом отдельные догадки собираются в единое представление о местности, внутренне согласованное и достаточно точное, чтобы можно было доверять ему, как хорошей карте. Если говорить о теме этой книги, то здесь общее видение картины уже сложилось. Теперь сверить его с действительностью — чисто техническая задача. Безусловно, для того чтобы ее разрешить, потребуется самая серьезная работа, а с ней — немалая доля мастерства и воображения. В этой работе будут свои непредвиденные повороты, неожиданно открывающиеся перспективы, — все, что отличает такой труд от пустой рутины (или «длинного упражнения», как сказал бы Андре Вейль).

Словом, это будет та самая работа, которую я сам в свое время делал и переделывал тысячи раз. С тех пор я выучил ее, как свои пять пальцев; кажется, в оставшиеся мне годы можно было бы заняться чем-то другим. Сейчас, после долгого перерыва, я возобновляю свои математические занятия лишь с тем, чтобы «грезить наяву» — и думаю, что не нашел бы для своих сил лучшего приложения. А впрочем, когда я делал свой выбор, меня не особенно вдохновляла мысль о том, что подобные затраты должны быть оправданы (если считать, что забота о рентабельности вообще может кого-нибудь вдохновлять). Я просто шел за мечтой — за грезой из грез. И ее одну стоит благодарить за все находки, что ждут меня на этой дороге.

7. Мечта, как известно, вещь ненаучная. Однако исподволь она все равно проникает в научные миры; наверное, оттого, что творчество как таковое без нее невозможно. Гонят ее отовсюду, но по-разному; похоже, что мы, математики, по меньшей мере третье тысячелетие кряду стараемся больше других. В других областях человеческого знания (включая так называемые «точные» науки — физику, например), мечту все-таки иногда терпят, а то и приветствуют (это зависит от эпохи). Конечно, для нее подбирают более солидные имена: «теория», «предположение», «гипотеза» (как, скажем, знаменитая «гипотеза о существовании атома», родившаяся из мечты — виноват, предположения Демокрита)... Перемена статуса, переход от мечты-которую-не-смеют-называть-по-имени к «научной истине» происходит как-то незаметно, по общему соглашению — по мере того, как число «обращенных» в новую веру постепенно растет. В математике же, напротив, подобное превращение почти всегда осуществляется вдруг, как по мановению волшебной палочки — как только

появляется *доказательство* ⁽⁴⁾. В те времена, когда понятий определения и доказательства (в современном смысле этого слова) еще не было в математике, некоторые другие, заведомо важные математические объекты влачили довольно сомнительное существование. Например, многие ученые (в том числе Паскаль) не верили в «отрицательные» числа; позднее, «мнимые» числа также не признавались за реальный объект. (Что до двух последних понятий, то их названия, до сих пор используемые в математике, сами по себе достаточно красноречивы.)

Понятия определения, утверждения, доказательства, математической теории постепенно становились отчетливей; в известном смысле, это принесло нам немало пользы. Передать те или иные мысли словами бывает непросто, но теперь мы научились применять бесхитростные — и удивительно мощные инструменты, позволяющие нам без лишних мучений достигать своей цели. Стало возможным сформулировать «невыразимое», если с должной строгостью следовать законам современного математического языка. Надо сказать, что именно эта возможность и увлекала меня в математике с самого детства. Это, как чудо: поймать в сети языка сущность того или иного объекта в математическом мире — кажется, такую неясную, ускользающую, как будто словам, сорвавшись с губ, ее уже не догнать... И смотреть, как на бумагу ложится вполне осязаемая, совершенно отчетливая формулировка.

Но у этой замечательной возможности есть и обратная сторона, досадное последствие чисто психологического толка. С тех пор как появилось мощное средство, которому мы обязаны совершенной точностью сегодняшних доказательств, запрет на мечту в математике ужесточился еще сильнее. Это значит, что мысль, опередившую свое формальное воплощение (даже если на ней основывается новое, широкое видение математической проблемы), сейчас никто не рассматривает всерьез. Ее может спасти только доказательство, выполненное по всей форме; в крайнем случае — набросок доказательства, если у него достаточно солидный вид. На худой конец (правда, в последнее время все чаще и чаще) допускаются *гипотезы* — и то при условии, что они конкретны, как вопросы анкеты (так, что хочется добавить: напишите «да» или «нет» в соответствующей графе). Разумеется, автор гипотез должен занимать достаточно высокое положение в математическом мире; иначе его просто не услышат. «Экспериментальных» теорий, которые основывались бы преимущественно на предположениях, в математике, насколько мне известно, до сих пор никто не развивал. Правда, по нынешним меркам

весь «анализ бесконечно малых» из семнадцатого столетия — не что иное, как сомнительные мечтания. Позднее его стали называть дифференциальным и интегральным исчислением; в серьезную науку он превратился лишь два столетия спустя, когда Коши дотронулся до него волшебной палочкой. Дописывая эти слова, я вдруг подумал о мечте *Эвариста Галуа*, которой в свое время преградил дорогу тот же самый Коши. На сей раз, впрочем, и ста лет не прошло, как новый волшебник, Жордан (если не ошибаюсь), взмахнув палочкой, не поднял для нее тяжелые ворота в наш математический мир. Ради такого события мечту, восстановленную в своих правах, заново окрестили «теорией Галуа».

Иногда думаешь: счастье, что такие люди, как Ньютон, Лейбниц, Галуа (многих не назову, ведь я не силен в истории...), имели возможность творить свободно, не оглядываясь на каноны. В их жизни годы не уходили на то, чтобы тщательно приводить свои открытия в «надлежащий вид»! Мысли, не слишком лестные для «математики восьмидесятых»...

В размышлениях о математических «грезах наяву» пример Галуа пришел мне на ум сам собой. История его жизни затрагивает во мне какую-то чувствительную струну. Кажется, когда я еще учился в школе или в университете, кто-то при мне завел разговор об этом человеке, о его странной судьбе. Помнится, как только я услышал эту историю, меня сразу же охватило чувство братской симпатии: как и Галуа, я был страстно увлечен математикой — и, как он, в «высшем свете» сам себе казался чужим. Правда, позднее я и сам стал одним из представителей «высшего света» в математике — но лишь с тем, чтобы в один прекрасный день, без сожаления, оставить его навсегда... Это ощущение родства заговорило ко мне с новой силой совсем недавно, когда я писал свой «Набросок программы» (составляя заявление на должность сотрудника CNRS²). Это был, по сути, отчет о проделанной работе: в нем я обрисовал в общих чертах все основные темы своих размышлений о математике за последние десять лет. Одна из этих тем меня сейчас особенно занимает; я собираюсь разрабатывать ее в ближайшие годы. Я бы отнес ее как раз к типу «математической мечты»; работа над ней сулит предоставить новый подход к пресловутой «мечте о мотивах». Составляя «Набросок», я вспомнил о шести месяцах в 1981 году (с января по июнь), которые я провел в размышлении над этой замечательной темой. За последние четырнадцать лет это был единственный случай, когда я думал

²Centre national de la recherche scientifique = Национальный центр научных исследований — *прим. перев.*

о математике так много времени кряду, без перерыва. «Долгий поход сквозь теорию Галуа» — так я назвал свои записки из этого периода. Мало-помалу я стал догадываться о том, что ландшафты и перспективы, то и дело мелькавшие передо мною в мечтах вот уже несколько лет, не мне первому являлись из темноты. Другой математик — более века тому назад — томился по ним же, вглядываясь в туман. Мои грезы, в конце концов получившие имя «анабелевой алгебраической геометрии» — не что иное, как продолжение, «логическое завершение теории Галуа и, без сомнения, в духе Галуа».

Когда мне открылась эта удивительная преемственность в математике (в самый момент появления двух предыдущих строк, взятых из текста «Наброска»), я ощутил прилив радости. Это живое тепло, не рассеявшееся и по сей день, вознаграждает меня за долгие годы уединенного труда. Оно пришло вдруг, я совсем не ждал его — как и той холодности, с которой двое-трое моих коллег (и давних друзей; один из них был когда-то моим учеником) позднее приняли мой пылкий рассказ... Я говорил с ними о своей новой работе, о дороге, полной находок, о горизонтах впереди; мое сердце переполняла горячая радость — и я мечтал ее с кем-нибудь разделить.

Но мне следовало помнить о том, что наследство Галуа отмечено печатью его творческого одиночества. Сегодня вступить на путь Галуа — значит, решиться разделить его судьбу. Пожалуй, времена меняются не так уж быстро, как мы привыкли считать! А впрочем, эта «угроза» меня не страшит. Мне может причинить боль подчеркнутое безразличие или пренебрежение — в особенности, когда оно исходит от дорогих мне людей. Но мысль об одиночестве, как в математике, так и в жизни вообще, никогда не пугала меня. Одиночество мне вовсе не враг; напротив, я не знаю друга верней. Не случайно, едва расставшись с ним, я всей душой стремлюсь к нему вернуться!

8. Но вернемся к мечте и к тому соглашению, что упрямо ставит ее вне закона на территории Математики вот уже которое тысячелетие. Оно представляет собой, пожалуй, самую застарелую из всех догм, определяющих (подчас неявно) наше восприятие научных реалий. Дескать, вот это — действительно математика; а это уже нет, помилуйте. Для того чтобы простые, ребенку понятные вещи, на которые натыкаешься буквально на каждом шагу — такие, как группа симметрий одних или топологическая форма других геометрических фигур, число «нуль», множества, — получили допуск в святилище науки, потребова-

лась, опять-таки, не одна тысяча лет. Когда я говорю студентам о топологии сферы и о том, что получается, если к сфере «приделать ручки», то первым делом неизменно слышу в ответ: «Но... разве это математика?!» То, что не удивило бы и малого ребенка, приводит студентов университета в полное замешательство: ведь они так хорошо усвоили, что относится к математике, а что — нет. В самом деле, о чем тут спорить; математика — это теорема Пифагора, высоты треугольника и многочлены второй степени... Эти студенты не глупее нас с вами: они рассуждают так же, как рассуждали всегда, вплоть до сего дня, все математики во всем мире — если не считать Пифагора, Римана и, может быть, еще пяти-шести человек. Даже Пуанкаре, а это вам не первый встречный, в один прекрасный день, используя самые что ни на есть научные философские приемы, доказал, что бесконечные множества не имеют никакого отношения к математике! Несомненно, были времена, когда считалось, что треугольники и квадраты — тоже не математика. Так, фигурки; пускай мальчишки да гончарных дел мастера рисуют их на песке, чертят на глиняных вазах... Не извольте смешивать игрушки с серьезной наукой.

Когда скопившееся в голове мертвое «знание» начинает стеснять дыхание рассудка, он становится инертным. Конечно, этим страдают не одни только математики. Здесь я немного отклоняюсь от темы *запрета, наложенного на мечту в математике* — и тем самым на все, что выходит за рамки инструкций, приложенных к готовому продукту, «научному результату». Того немногого, что мне известно о других естественных науках, достаточно, чтобы получить представление о бедах, которые, бывало, навлекал на них подобный запрет. По его вине науки становились бесплодными — или, в лучшем случае, едва ползли вперед в черепашьем галопе. Так было, например, в средние века (если только речь шла не о том, чтобы пожить за счет буквы Святого Писания; богословие как раз процветало). А ведь я знаю наверное, что все открытия, по большому счету, делаются одинаково, будь то в математике или в любой другой науке, в ремесле или в жизни вообще. К чему бы на свете ни влекло нас, умом или телом — там, на глубине, источник знаний один и тот же, и никакая другая вода нашей жажды не утолит. *Изгнать мечту* — значит *перекрыть источник*, сослать его в губернию суеверий, обречь на полупризрачное существование.

И еще кое-что мне известно по собственному опыту, который, начиная с моих самых первых, юношеских увлечений математикой, никогда меня не обманывал. Когда дорога выводит тебя на высокое место, так

что перед глазами разворачивается новое видение, и взгляд уже охватывает обширные математические пейзажи, тогда тебе легко наметить дальнейший путь. И это восхождение, эта проясняющаяся перспектива, это понимание, приходящее шаг за шагом, всегда *предшествует* доказательству. Подсказывая методы доказательства, оно в то же время придает ему смысл. Когда ты достиг понимания в своем вопросе (серьезном или незначительном, не так уж важно) в общих, существенных чертах, — доказательство само летит к тебе в руки, как созревший плод с яблони. Если же ты сорвешь его с дерева раньше срока, еще зеленым, то само познание оставит привкус неудовлетворенности; пускай ты вкусил плода, но жажда не отпускает. Два-три раза, в своих математических занятиях, я решался, за неимением лучшего, сорвать плод, не дождавшись, когда он созреет. Не то, чтобы я сейчас в этом раскаивался. Но лучшее из того, что мне удалось сделать в математике, то, над чем я трудился с настоящей страстью, пришло ко мне по своей воле — я не тянул его силой. Если математика всегда приносила мне необыкновенную радость, если моя тяга к ней не остыла в мои зрелые годы, то это не потому, что мне нравится упражнять мускулы, обрывая с деревьев крепко сидящие на ветках зеленые плоды. Нет; я слышу в ней неисчерпаемую тайну, безупречную гармонию духа, готовую открыться любящему взгляду. Эта немислимая глубина влечет меня к математике, и от предчувствия красоты у меня всякий раз перехватывает дыхание.

9. Кажется, пришло время поговорить о моих взаимоотношениях с миром математиков. (Не путать с «миром математики»; это — совсем другая история. С этой планетой, и с ее странными обитателями — математическими объектами, я подружился еще с юных лет. Подружился задолго до того, как узнал, что где-то на Земле, в своей собственной «научной среде», живут такие люди — математики.) И в самом деле, это целый сложный мир: научные общества, газеты, встречи, коллоквиумы, конгрессы... В нем — свои примадонны и поденщики, дворяне и крепостные (кто на барщине, а кто — на оброке), те, что бьются денно и ночью над статьями и диссертациями. Впрочем, даже в «низших слоях» населения есть такие, кому работа в радость: у них много идей, которые они сами в силах осуществить. У них есть опыт настоящего творчества — и, неизбежно, опыт двери, захлопнутой перед носом. Что делать, ведь их превосходительства у власти (а власть немалая: дать или не дать добро на публикацию работы!) не любят назойливых оборванцев... К тому же, они, эти важные господа, вечно спешат.