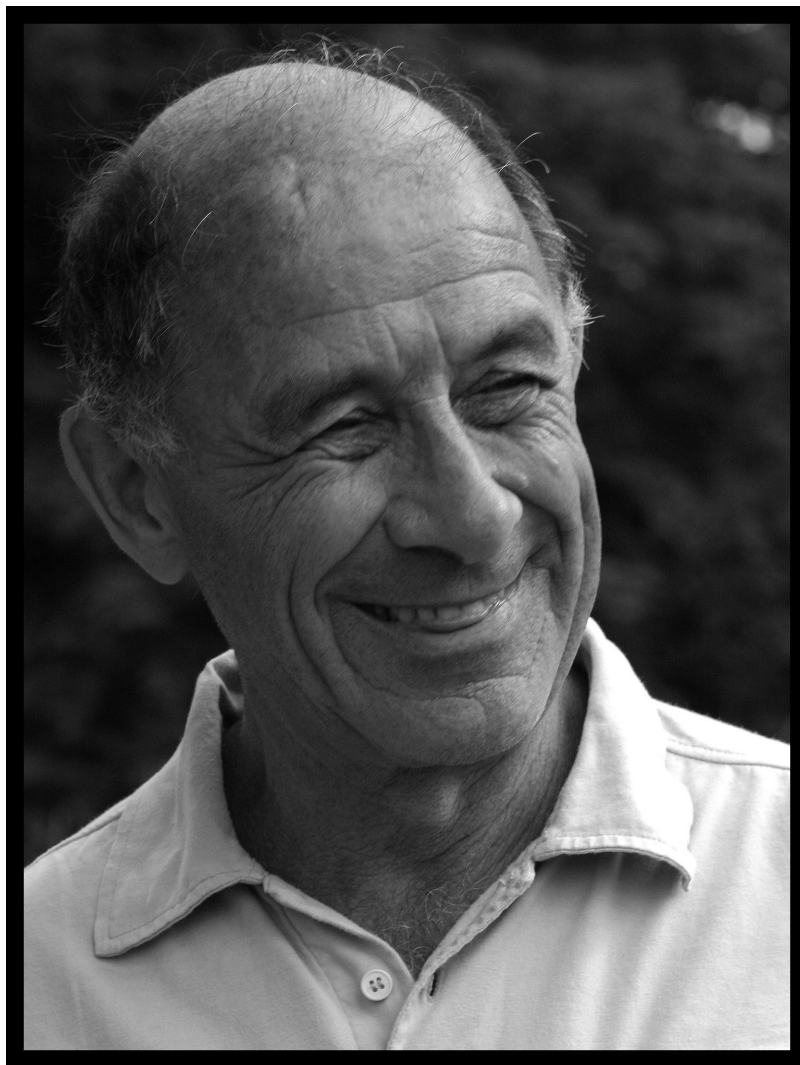

Математический мир



В. И. Арнольд (12.06.1937 – 03.06.2010)

Владимир Игоревич Арнольд и математическое просвещение

С. К. Ландо

*Иной и учится, но неусердно
и потому живет долго*
из письма Геннадия,
архиепископа Новгородского (ок. 1500)

Тонкий яд математического образования . . .
Приписывается В. И. Арнольдом Феликсу Клейну

Педагогическое наследие В. И. Арнольда велико и многогранно. Сейчас, спустя лишь несколько месяцев после его ухода, можно позволить себе только самые предварительные заметки — наверняка в его бумагах обнаружатся документы, о которых мы не имеем представления. В любом случае, однако, это наследие не сводится к документам. Впечатление, которое он производил на тех, кто его слушал, магия его личности, влияли на процесс обучения даже сильнее, чем его великие книги.

Владимир Игоревич много думал, говорил и писал о самых разных стадиях обучения математике — от начальной школы до периода вступления в самостоятельные исследования. Сам он продолжал учиться на протяжении всей жизни, учиться страстно. В эпиграф к этой статье вынесены любимые им слова Новгородского архиепископа Геннадия. Усердное же ученичество самого В. И. не позволило ему прожить по-настоящему долгую жизнь.

1. В. И. АРНОЛЬД — ЛЕКТОР

При появлении на математическом небосклоне новой звезды математики сразу пытаются выяснить, чьим учеником является этот — чаще всего молодой — человек. Не только область, в которой работает новоиспеченный член сообщества, но и сам его «математический почерк» подсказывают, где искать истоки выдающихся результатов. Владимир Игоревич Арнольд был учеником великого математика Андрея Николаевича

Колмогорова. Многочисленные устные рассказы, записанные воспоминания Арнольда демонстрируют глубину влияния, оказанного Колмогоровым на его жизненный и исследовательский путь, равно как и стремление оторваться от своего учителя, выйти на свою собственную орбиту.

«Когда я начинал читать лекции на мехмате, Колмогоров сказал мне: „Ни одно слово лекции никакого значения для слушателей не имеет — они всё равно ничего не поймут. Нужно только, чтобы они поняли из курса лекций, какие вопросы будут им заданы на экзамене и как на эти вопросы надо отвечать“. Меня поразило здесь то, насколько точно Колмогоров понимал реакцию студентов на его курсы: его действительно никто не понимал (да и невозможно это было, так как ни одна фраза не была грамматически правильной — то ни одного подлежащего, то сразу три сказуемых, с неразборчивым мычанием вместо дополнения).»¹⁾

Для себя В. И. считал такой подход абсолютно неприемлемым. Каждая его лекция была образцом педагогического мастерства, тщательно продуманной попыткой донести до как можно большего числа слушателей суть излагаемого предмета. Это не означает, что его лекции было легко слушать — он лишь убирал барьеры между студентом и сопротивляющимся познанию материалом, не подменяя этот материал различного рода эрзацами. В результате процент тех, кто стремился понять происходящее на лекциях, был необычайно велик.

Чтобы поддерживать внимание аудитории и контролировать ее способность следить за изложением, В. И. любил вставлять в ключевые места лекции заранее заготовленные ошибки. Обычно за формулировкой неверного утверждения следовала пауза, в течение которой В. И. ожидал, заметит ли кто-нибудь ошибку, и радовался, когда сразу же раздавались вопросы. Если же этого не происходило, то он сам обращался к аудитории с предложением отыскать неточность в формулировке или пробел в доказательстве — тут пробуждались даже самые инертные. В то же время проскакивание ошибки непреднамеренной — неизбежный атрибут любого сколь-нибудь длинного курса — он считал для себя недопустимым и страшно не любил признаваться в чем-либо подобном, предпочитая выдавать такие ошибки за заранее подготовленный трюк. Впрочем, подобные случаи были на удивление редки.

Арнольд также считал себя обязанным не только знать об излагаемом им предмете больше, чем любой из потенциальных слушателей, но и свободнее ориентироваться в нем, находя ответы на возникающие вопросы

¹⁾Интервью, взятое В. Б. Демидовичем у В. И. Арнольда в ноябре 2008 г., в сборнике *Мехматяне вспоминают*: 2, М.: Мехмат МГУ, 2009. С. 40.

и решая задачи быстрее, чем многолюдная аудитория. Как правило, ему это удавалось, несмотря на задорную наглость мехматской молодежи, всегда пребывавшей в состоянии готовности подколоть маститого лектора и поймать его на каком-либо промахе.

2. В. И. Арнольд — автор учебников

Любовь к чтению лекций и тщательная подготовка к ним легли в основу умения Арнольда писать учебники. Он объяснял, что нет ничего проще — при подготовке к лекции вы записываете ее будущее содержание, а после лекции — сразу же, пока впечатления не остыли, вносите исправления, дополняете список задач. В результате по окончании чтения курса в вашем распоряжении оказывается готовая книга. Первые варианты книг представляли собой роталпринтированные брошюры, которые студенты получали в библиотеке. Учебник складывался после второго-третьего осуществления лекционного курса, и потом дорабатывался для последующих изданий. Так были созданы знаменитые «Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям», «Дополнительные главы теории дифференциальных уравнений», «Математические методы классической механики». Иногда подготовленный материал лекционных курсов дополнялся записками лекций, сделанными слушателями (так появился на свет двухтомник «Особенности гладких отображений» — библия теории особенностей, написанный В. И. в сотрудничестве с его учениками А. Н. Варченко и С. М. Гусейн-заде), или эти записки ложились в основу самостоятельных книг (отправной точкой для книги В. Б. Алексеева «Теорема Абеля в примерах и задачах» послужили лекции В. И. Арнольда для школьников колмогоровского интерната).

Нет смысла пытаться определить, какое направление деятельности В. И. оказало большее влияние на развитие мировой математики — его исследовательская деятельность, воздействие его личности или книги. Практически сразу после выхода учебники Арнольда переводились на иностранные языки издательством «Мир» — тогда это было еще большей редкостью, чем немедленное издание книги. Несомненно, именно благодаря книгам, а не статьям, о В. И. слышали в самых отдаленных уголках земли, там, где есть хоть какие-то высшие учебные заведения, преподающие математику.

Не все замыслы Владимиру Игоревичу удавалось реализовать. Несмотря на свои настойчивые просьбы, он не получил возможности прочитать на мехмате курс лекций по уравнениям в частных производных. Впоследствии он прочитал этот курс студентам Независимого Московского университета. Записки лекций были изданы, однако в полноценную книгу они, к сожалению, не превратились, и оригинальный подход Арнольда к теории

уравнений в частных производных не получил адекватного изложения. Работать над книгами В. И. продолжал до последних дней — его «Геометрия», в полной мере отразившая его взгляд на математику в целом, еще не сдана в издательство.

При написании книг Арнольд считал необходимым приводить мотивировки даваемых определений. В его книгах введение всякого нового понятия предваряется примерами, в которых это понятие естественно возникает, после чего новые примеры дополняют базу для работы с ним. Ставшая классической «кошка Арнольда» исходно была предназначена лишь для иллюстрации понятия гиперболического преобразования тора.

Когда он вводил в своих учебниках понятие группы, то это всегда была группа преобразований — т. е. набор взаимно однозначных отображений множества в себя, содержащий тождественное преобразование, композицию любых двух своих элементов и обратное преобразование для любого своего элемента. При таком подходе из абстрактного определения группы выпадает требование ассоциативности, которое для человека, впервые знакомящегося с этим понятием, кажется труднее всего поддающимся проверке. Быть может, еще более важно то, что всякая группа оказывается подмножеством вполне понятного объекта — множества всех взаимно однозначных отображений некоторого множества на себя, т. е. множества перестановок.

Многообразие для него было классом диффеоморфности подмногообразий в евклидовых пространствах — т. е., подмножеств, допускающих локальное задание набором независимых гладких уравнений. Теорема Уитни о вложении гарантирует, что при таком подходе мы ничего не упустим. На первый взгляд, это определение вызывает трудности. Во-первых, многообразия можно задавать и по-другому, и далеко не всегда очевидно, каким образом многообразие можно вложить в евклидово пространство. Во-вторых, проверка диффеоморфности двух подмногообразий может представлять значительные сложности. Эти сложности, однако, в значительной степени компенсируются наглядностью определения — при слове «многообразии» возникает зрительный образ поверхности в пространстве. К тому же другие определения — вроде хаусдорфова топологического пространства со счетной базой, снабженного атласом с гладкими функциями перехода, — выглядят гораздо хуже. Они пригодны лишь для доказательства того, что какой-то объект является многообразием и ничуть не способствует пониманию.

И в случае группы, и в случае многообразия любимые им определения были ровно теми, которые давались самими изобретателями понятий. Владимир Игоревич считал, что последующее уточнение и формализация исходных подходов практически всегда приводят к их ухудшению, к затемнению сути. Многие часы провел он за изучением работ Ньютона,

Пуанкаре, Якоби, восстанавливая забытые открытия, и побуждал к тому же своих учеников. Распространенные сейчас попытки упрекнуть классиков в нестрогости встречали его яростный отпор.

3. РЕФОРМА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В начале 60-х годов прошлого века Андрей Николаевич Колмогоров предпринял значительные усилия для реформирования школьного математического образования. Его попытки втянуть в это предприятие своего лучшего и самого близкого ученика натолкнулись на упорное сопротивление последнего. И тогда, и позднее, Арнольду нравились использовавшиеся в советской школе стандартные учебники математики — в первую очередь, «Геометрия» Киселёва. Впоследствии он не раз предлагал к ним вернуться. Ниже речь идет только об обучении математике, хотя В. И. высказывался и по гораздо более широкому кругу проблем российской школы.

Направления предлагаемых Колмогоровым изменений также не вызывали у В. И. энтузиазма. Стремление осовременить школьный курс, сводившееся, во многом, к выстраиванию самосогласованной терминологии и подчеркиванию важности логически строгих выводов, не находило у него понимания. Арнольд любил говорить, что у аксиоматического метода много преимуществ по сравнению с традиционным подходом — подобных преимуществ воровства перед честным трудом.

И учитель, и ученик очень болезненно переживали такое взаимонепонимание.

Напротив, деятельность А. Н. по организации в Москве физико-математического интерната для нестоличных школьников (ныне — СУНЦ им. А. Н. Колмогорова, и москвичей тоже принимают туда учиться) Арнольд всячески поддерживал. Эта поддержка не ограничивалась случайными встречами со школьниками — как уже упоминалось выше, В. И. подготовил и прочитал в интернате курс теории Галуа в задачах.

Недавно Арнольд писал по этому поводу²⁾:

«Во всяком случае, даже если школьникам в интернате и бывало порой трудно, польза от интерната была и остаётся огромной, неизмеримо, на мой взгляд, большей, чем от попыток Колмогорова модернизировать курсы математических наук с заменой классических учебников А. Киселёва новыми учебниками бурбакистского толка (с их современной терминологией, заменившей классические евклидовы „признаки равенства

²⁾В. И. Арнольд. *Новый обскурантизм и российское просвещение*. М.: Фазис, 2003.

треугольников“ малопонятными, хотя и логически предпочтительными, „признаками конгруэнтности“).

Это реформирование подорвало авторитет и школы, и учителей, и учебников, создав наукообразную иллюзию псевдознания, прикрывающую полное непонимание простейших фактов, вроде того, что $5 + 8 = 13$. В проекте новой реформы заметны такие же тенденции одурачивания школьников, которым предлагается непонятная „геометрия Лобачевского“ взамен исключаемых из обучения записи простых дробей десятичными и „текстовых арифметических задач“ об экипажах, следующих из пункта А в пункт В, или о купцах, продающих сукно за топоры, или о землекопах и трубах, наполняющих водоёмы, — задач, на которых выучились думать предыдущие поколения.»

Упомянутая в процитированном тексте «новая реформа» началась около 15 лет назад и продолжается по сей день. Среди вызвавших ее причин — видимое невооруженным глазом несоответствие целей, стоящих перед школьным математическим образованием, и результатами этого образования. За время реформы ее направление и цели неоднократно пересматривались, но глобальная тенденция, пожалуй, не изменилась. Состоит она в том, чтобы подогнать процесс обучения под западный образец. Здесь стоит заметить, что единого такого образца просто не существует (подходы к обучению во Франции, Финляндии и Южной Корее мало похожи друг на друга и все они не имеют ничего общего с обучением в США, которое, видимо, и выступает основной целевой моделью). Арнольд — и среди ведущих математиков он далеко не одинок — с его многообразным опытом преподавания в лучших западных университетах, пришел к недвусмысленному выводу о преимуществах российской системы школьного математического образования перед всеми западными подходами. Востребованность плодов этой системы на западе после 1990 г. — наилучшее тому подтверждение.

Реформы необходимы, альтернатива им — застой. Но заниматься реформированием должны высокопрофессиональные и талантливые люди, хорошо знакомые с предметом обучения, с историей развития системы, с текущим положением дел, с существующими проблемами и представляющие себе весь спектр возможных решений. Слепое следование наилучшим образцам может привести лишь к созданию их ухудшенных копий. Арнольд не чувствовал себя специалистом в организации школьного обучения и не брал на себя смелость выстраивать школьные курсы. Он полагал, что квалифицированные учителя лучше справятся с этой задачей. Однако он считал себя вправе — и у него для этого были все основания — оценивать предлагаемые изменения и избираемые пути, он справедливо полагал себя

экспертом высочайшей квалификации. А голоса экспертов экстра-класса не должны тонуть в мельтешении дилетантов.

4. СЕМИНАР АРНОЛЬДА И ЕГО ШКОЛА

Наибольшее влияние Владимир Игоревич Арнольд оказал, несомненно, на постоянных участников своего семинара. Этому семинару около 50 лет и именно его организация стала высшим педагогическим достижением Арнольда. Из семинара вышли и стали лидерами в своих областях такие замечательные и такие разные математики как Александр Варченко, Виктор Васильев, Сабир Гусейн-заде, Александр Гивенталь, Максим Казарян, Аскольд Хованский, и многие другие.

Помимо нескольких десятков постоянных участников, появлявшихся на семинаре еженедельно в течение десятилетий, через него прошли несколько сотен других людей — студенты в поисках научного руководителя, математики, зашедшие послушать интересный доклад, докладчики, приглашенные самим Арнольдом (среди докладчиков нередко были физики). Почувствовав искренний интерес к своим работам, некоторые случайные докладчики становились затем постоянными участниками семинара.

Впервые появившись на семинаре в 1979 году, я обнаружил, что не понимаю в докладах ничего. Несмотря на декларируемое им требование доступности докладов, добиться выполнения этого требования было для В. И. не так просто. Причина этого понятна — в разгар разработки Арнольдом и его школой теории особенностей большинство докладов было посвящено именно ей, а постоянные участники семинара были погружены в нее гораздо глубже, чем зеленые новички. Необходимость же движения вперед требовала и отнесенной вперед отправной точки каждого доклада, иначе одна и та же порция сведений повторялась бы каждый раз. Некоторые проблески понимания возникали у меня, когда за объяснение брался сам В. И. Лишь несколько лет спустя, когда в моем сознании начала складываться общая картина происходящего, я пришел к выводу, что основной причиной моего непонимания было банальное незнание вещей, которым следовало бы обучать каждого студента-математика, — но либо нас им не обучали, либо я их своевременно не усвоил.

Для многих участников семинар начинался значительно раньше официального звонка. Обычным местом предварительного сбора была курилка — раньше на мехматской лестнице дозволялось курить — и приходили туда в том числе и некурящие. Лишь единицы семинаристов работали или учились на мехмате, а для всех остальных это была редкая возможность встретиться и обсудить математические вопросы. После же семинара — если в этот вторник не было заседания Московского математического

общества, сначала вице-президентом, а потом президентом которого был Арнольд, — к Владимиру Игоревичу выстраивалась очередь желающих что-то спросить, показать свой или чужой результат, обсудить планы. Эти разговоры могли продолжаться до позднего вечера, а процесс стояния в очереди сам по себе превращался в математическую дискуссию.

Благодаря международной известности В. И., многие исследователи со всего мира почитали за честь послать ему свою статью. Проходные работы, естественно, не посылались — только те, которые представляли ценность с точки зрения самих авторов. Признанные мэтры присылали достойные внимания работы своих учеников. Кроме того Арнольд получал и свежие выпуски журналов, в редколлегии которых он входил. В условиях крайне ограниченного доступа к свежей зарубежной периодике (справедливости ради надо сказать, что по обеспеченности журналами библиотека мехмата в 1960–80е годы была одной из лучших в СССР) участники семинара тем не менее могли знакомиться с только что вышедшими работами. В.И. лично просматривал все источники, отбирая из них то, что, по его мнению, могло представлять ценность, и распределял их между участниками семинара, предлагая разобрать статью и подготовить ее изложение. Случаи, когда, разобрав текст, потенциальный докладчик приходил к выводу о нецелесообразности доклада, были чрезвычайно редки — Арнольд редко ошибался в оценке значимости текста.

Нельзя сказать, чтобы Арнольд специально чему-то учил участников семинара. Скорее показывал, как он думает, предоставляя возможность учиться на собственном примере. И эта повторявшаяся раз за разом в течение многих лет демонстрация и служила стратегическим методическим приемом, позволяя слушателям кропотливо, по крупицам, осваивать — не знания, а подходы к их получению, обретать умение задавать природе правильные вопросы.

5. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТРИВИУМ И ЗАДАЧИ АРНОЛЬДА

В отличие от большинства научных сообществ математикам присуща высокая степень согласия относительно того, что означает понимание. Математики едины в том, что понимание предмета требует, не в последнюю очередь, умения решать задачи, его касающиеся. Верхнюю ступень в иерархии задач занимают тем или иным образом оформленные «великие проблемы» — вроде доказанной недавно последней теоремы Ферма, решенной проблемы четырех красок, почти исчерпанного списка проблем Гильберта или наследующего ему спустя век едва початого списка задач тысячелетия. Несмотря на то, что наука прокладывает свои пути, почти не замечая этих заброшенных в будущее маяков, они не перестают

привлекать к себе внимание и новообращенных юнцов, и опытных мастеров, и, в особенности, досужих внешних наблюдателей.

Однако, если польза попыток определить с помощью задач развитие науки на годы вперед и оказывается зачастую сомнительной, то на ближайшую перспективу и, в первую очередь, на процесс обучения, правильно подобранные задачи способны повлиять весьма существенно. Арнольд начал вести свой семинар будучи еще аспирантом, в самом конце 50-х годов, и с первого года работы семинара формулировал для него нерешенные задачи, которые представлялись ему важными. Проявив редкостную (и присущую ему в полной мере) организованность, он сохранил списки всех этих задач вплоть до 2010 года — последнего года своей жизни. В книге «Задачи Арнольда» (Москва, Фазис, 1997) и ее расширенном переводе «Arnold's problems» (Springer, 2003) опубликованы все доступные на момент публикации задачи с комментариями. Комментарии написаны самим В. И. и его учениками и отражают современное состояние дел в области, к которой задача относится, ссылки на посвященные ей работы. Многие из задач Арнольда не решены и по сей день — чем не вызов для молодого математика.

На основании многолетних наблюдений Арнольд определил период полураспада своих задач в 7 лет — в среднем именно за этот срок половина поставленных задач оказывалась решенной. Впрочем, он любил говорить, что ученики никогда не решают поставленную задачу — они всегда заменяют ее той, которую могут решить. Решения некоторых из этих задач стали отправными точками новых теорий. Достаточно упомянуть симплектическую топологию, выросшую из вопроса Арнольда про число неподвижных точек симплектоморфизма. Эти теории он вероятно провидел. Однако совершенно сознательно не считал нужным формулировать гипотетические теоремы будущей теории, предпочитая ограничиваться первым содержательным вопросом, ответ на который неизвестен. Он полагал, что после получения ответа на такой вопрос теория произрастет сама без дополнительных усилий — как на самом деле и происходило. Свой подход он противопоставлял стремлению сформулировать задачу в максимально общем виде, присущему, по его мнению, французским математикам. И здесь его точка зрения близка к взглядам И. М. Гельфанда, полагавшего, что теории приходят и уходят, а примеры остаются.

Мне представляется, что одно из главных достоинств книги «Задачи Арнольда» — возможность проследить за тем, как менялись задачи. Нередко на протяжении многих лет В. И. возвращался к одной и той же проблеме, изменяя ее формулировку в соответствии с эволюцией своих взглядов. Эта драгоценная возможность предметно — и на очень сжатом материале — увидеть прорастание смыслов, пожалуй, не имеет аналогов в математической литературе. Как правило, при чтении исследовательских

статей нам приходится иметь дело с задачами в окончательной формулировке, а весь процесс развития остается за кадром.

Задачами он был пропитан. Когда спустя полтора года после окончания мехмата я, набравшись храбрости, впервые подошел к нему и попросил задачу, он, отослав меня было к списку задач для семинара (о существовании которого я не имел ни малейшего представления), тут же написал мне 4–5 штук. Через несколько месяцев я принес ему решение одной из них, что и определило его согласие взять меня в ученики.

Сформулированные В.И. задачи очищены от шелухи. За редким исключением понимание их формулировок не требует большого объема предварительных сведений, и попытать свои силы могли и младшекурсники. Важные задачи с такими формулировками редки и ценны, В.И. же в период своего расцвета порождал их дюжинами, чему нельзя не восхищаться. При этом он не считал для себя возможным навязывать ученику — даже своему официальному аспиранту — ту или иную задачу. По его мнению, это было все равно, что навязывать невесту, и при выборе для себя задачи мы пользовались большой свободой.

Среди сформулированных им задач практически не встречаются такие, на которые возможен ответ «да» или «нет». Он считал, что задача с бинарным ответом не может быть интересной. Интересными ему представлялись задачи, открывающие новую область исследований, устанавливающие связи между разными областями, задачи подсчета конкретных чисел геометрического происхождения, вычисления, имеющие физический смысл. Закрытие направлений его не волновало. Он публично высказывал свое неприятие и таких общепризнанно великих проблем, как упомянутая выше последняя теорема Ферма³⁾, что нередко вызывало раздражение многих, в том числе ведущих ученых. *«Как он может такое говорить»* — узнав, что я ученик Арнольда, выражал мне свое возмущение году в 96м Серж Ленг, — *«его же СЛУШАЮТ»*. Что-что, а свое мнение В.И. действительно охотно высказывал публично и недвусмысленно, и его действительно слушали. Слышали — далеко не всегда.

Задачи служили для него и естественным критерием качества собственно математического обучения.

«Чем определяется уровень подготовки математика? Ни перечень курсов, ни их программы уровень не определяют. Единственный способ зафиксировать, чему мы действительно научили своих студентов — это

³⁾ *«Ради рекламы современные математики иногда выдают подобные спортивные достижения за последнее слово своей науки. Понятно, что это не только не способствует высокой оценке математики обществом, а, напротив, вызывает здоровое недоверие к необходимости затраты усилий на занятия (типа скалолазания) этими экзотическими и неизвестно зачем и кому нужными вопросами»* В. И. Арнольд. О преподавании математики // УМН, т. 53, вып. 1, 1998. С. 229–234.

перечислить задачи, которые они должны уметь решать в результате обучения. Речь идет здесь не о каких-либо трудных задачах, а о тех простых вопросах, которые составляют строго необходимый минимум. Этих задач не обязательно должно быть много, но уметь решать их нужно требовать жестко.»

Эталонный список из ста задач, которые должен уметь решать выпускник физического факультета, — «Математический тривиум» — он разработал и опубликовал в 1991 г.⁴⁾ Отсылка к физикам была, подозреваю, способом защиты от неизбежных последующих нападок — круг профессоров-математиков, не только владеющих терминологией, необходимой для понимания условий всех задач, но и способных решить, не прикладывая к этому сверхусилий, хотя бы половину из них, крайне ограничен. И это при том, что за пределы университетской программы ни одна из задач не выходит. Знакомство с этим списком, видимо, самый эффективный способ составить представление о взглядах В. И. Арнольда на университетское математическое образование.

6. НЕЗАВИСИМЫЙ МОСКОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ И ЛЕТНЯЯ ШКОЛА «СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА»

К концу 80-х годов в Москве оформился круг математиков, по большей части молодых, не имевших возможности преподавания сильным студентам, но стремившихся такую возможность получить. За плечами многих из них был опыт преподавания в специализированных школах, входивших в «систему Константинова», включавшую несколько московских школ, объединенных общим подходом к обучению старшеклассников, выработанным в начале 60-х годов Николаем Николаевичем Константиновым, одним из первых кружковцев которого был и Дима Арнольд. Эта система сформировалась благодаря неумной энергии Константинова и способности посвящать все свое время общению со школьниками, их обучению, организации олимпиад и конкурсов. Набранный опыт и выработанные при общении со своими учителями представления о том, как должно быть организовано университетское образование в области естественных наук и математики, требовали выхода. Неудивительно поэтому, что при первой же возможности, открывшейся при смене общественного строя в России, Николай Николаевич инициировал создание нового университета, ориентированного на подготовку исследователей, и эта его инициатива получила энергичную поддержку.

⁴⁾ В. И. Арнольд *Математический тривиум* // УМН, т. 46, вып. 1, 1991. С. 225–232, *Математический тривиум-II* // УМН, т. 48, вып. 1, 1993. С. 211–222.

Поддержка исходила с двух сторон. Молодые математики — среди которых были и исследователи с уже заработанным именем — с энтузиазмом взялись за преподавание выпускникам специализированных классов, поставившим себе цель подготовиться к исследовательской деятельности. Ведущие ученые старшего поколения выступили с формальной инициативой о создании университета, и принимали активное участие в его работе, особенно в годы его становления. Массовые отъезды ученых за границу ослабили образовательную базу НМУ, но не разрушили ее полностью.

Владимир Игоревич Арнольд был первым из тех, к кому Н. Н. Константинов пришел со своей инициативой. Он согласился возглавить Научный Совет Математического Колледжа, поставив условием, что именно Константинов будет его главным организатором и именно он будет нести ответственность за реализацию выработанных подходов к обучению. О поддержке Константинова и Арнольда заявили академики (тогда еще АН СССР) С. П. Новиков, Я. Г. Синай, Л. Д. Фаддеев. Тесно связанные с российской математикой Роберт Макферсон и Пьер Делинь также сыграли ключевую роль в создании НМУ. А. А. Кириллов, В. М. Тихомиров были первыми лекторами, а А. Н. Рудаков стал еще и первым деканом Математического колледжа.

Следует упомянуть, что В. И. испытывал инстинктивное отвращение к занятию руководящих постов. Он тщательно оберегал свою свободу и никогда не был даже заведующим лабораторией. Лишь изредка он брался возглавлять общественные дела, важность которых представлялась ему неоспоримой. Среди таких дел — президентство в Московском математическом обществе, руководство редколлекгией журнала «Функциональный анализ и его приложения», руководство Международным математическим союзом (он был вице-президентом), руководство Попечительским Советом Московского центра непрерывного математического образования. Научное руководство Математическим колледжем НМУ относится к их числу.

О создании Независимого Московского университета было объявлено в конце 1990 года, и в сентябре 1991 года начались занятия в двух колледжах — Математическом и Математической физики. Химический колледж существовал несколько в стороне и вскоре его связи с Независимым университетом прервались.

История Независимого Московского университета — отдельная тема, подробное обсуждение которой увело бы нас слишком далеко от предмета разговора. Скажу лишь, что в начале 90-х годов новые университеты рождались как грибы (видимо, подобная идея носилась в воздухе), но до сегодняшнего дня из них дожили считанные единицы. Крепкая человеческая база, на которой создавался НМУ даже при отсутствии какой бы то ни было материальной, придала ему достаточно жизнестойкости, и он

продолжает служить целям, для достижения которых был создан, год от года привлекая в свои ряды способную молодежь.

Для Арнольда научное руководство Математическим колледжем НМУ было возможностью реализации выстраданных им взглядов на построение математического образования. Именно он (при активном участии А. Н. Рудакова, Ю. С. Ильяшенко и других) составил базовый план обучения, и именно в соответствии с этим базовым планом строится преподавание в НМУ и сейчас. Принципы построения этого базового плана сохраняются и на факультете математики Высшей школы экономики, созданном ею недавно в сотрудничестве с Независимым университетом. Так получилось — и в этом нет ничего удивительного, — что в первоначальном составе преподавателей Независимого университета лучше всего были представлены школы Арнольда, Новикова, Манина, Гельфанда. В. И. вообще иногда говорил, что эти школы не существуют как отдельные единицы, а есть единая мощная Московская математическая школа. Возможно, именно это единство послужило залогом того, что образовательные планы Арнольда получили адекватное воплощение.

С приглашением В. И. на постоянную позицию в парижском университете Дофин (это произошло в 1991 году) его московский семинар потерял былой блеск. Многие из его ранее активных участников разбрелись по свету в поисках средств, необходимых для поддержания жизни своей семьи. Оговорюсь, что в абсолютном большинстве случаев эти поиски были весьма успешными, и ученики Арнольда сейчас занимают достойные позиции в ведущих университетах и исследовательских центрах многих стран мира. Владимир Игоревич регулярно проводил в Москве весенний семестр, а осенью руководил работой семинара издалека — парижское ответвление семинара было ориентировано на его вновь набранных французских учеников. Преподавание французским студентам явно не удовлетворяло потребность В. И. в общении с молодежью, а его длительные отлучки из Москвы препятствовали появлению у него новых учеников в России.

Отдушиной для него стала летняя школа «Современная математика» в санатории «Ратмино» под Дубной. С 2000 года она проводится ежегодно усилиями Московского центра непрерывного математического образования (директор и инициатор Школы — Иван Валерьевич Яценко, в последние годы основную тяжесть организации несет на себе заместитель директора МЦНМО, племянник В. И. Виталий Дмитриевич Арнольд). Для участия в Школе отбираются со всей страны около 120 старшеклассников и студентов младших курсов, склонных к занятиям математикой.

В рамках Школы Арнольд и молодежь нашли друг друга, и я не берусь определить, для кого из них возможность общения оказалась важнее.

Владимир Игоревич не читал в Школе длинных лекционных курсов — обычно это были 2-3 лекции, в которых он излагал актуальное состояние собственных исследований. Полезно бросить взгляд на темы его выступлений перед школьниками:

- ▷ 2001 г. Астроидальная геометрия и топология
- ▷ 2002 г. Арифметика совершенных квадратичных форм, симметрия их непрерывных дробей и геометрия их мира де Ситтера
- ▷ 2003 г. Топология алгебры и гидродинамика арифметики
- ▷ 2005 г. Статистика топологии и алгебры
- ▷ 2006 г. Тригонометрические многочлены Морса и шестнадцатая проблема Гильберта
- ▷ 2007 г. На сколько частей n прямых делят плоскость?
- ▷ 2007 г. Квадратичные иррациональные числа, их цепные дроби и их палиндромы
- ▷ 2008 г. Цепные дроби квадратных корней из целых чисел
- ▷ 2009 г. Измерение объективной степени случайности конечного набора точек
- ▷ 2009 г. Об истории обобщенных функций

В те же самые годы он писал и публиковал научные статьи, посвященные этим темам, и одной из целей выступлений перед школьниками было совершенствование этих статей.

Неизбежные вопросы после лекций нередко перерастали в длительные индивидуальные беседы, и многие навсегда запомнили Владимира Игоревича, уходящего по тропинке в сторону Волги, объясняя идущему рядом школьнику устройство раскинувшейся над рекой радуги.