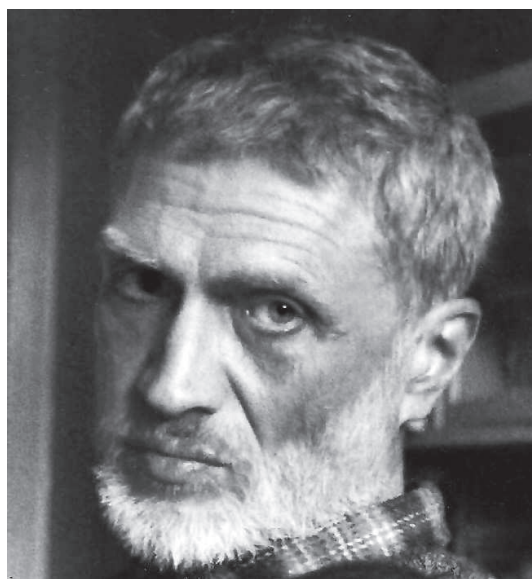


Памяти
Валерия Анатольевича Сендерова



Б. И. КАНЕВСКИЙ*

12 ноября 2014 г. ушёл из жизни выдающийся деятель математического образования и правозащитник Валерий Сендеров. Прилёг отдохнуть днём, а когда через некоторое время жена зашла в комнату, его уже не было в живых...

В студенческие годы Валерий часто напевал «неистов и упрям, гори огонь, гори...» Окуджавы. И всё, чем бы он ни занимался, было отмечено страстностью, последовательностью, энергетикой его личности.

В 1984 г. в известном математическом журнале появилась публикация В. С. Рицнера и В. А. Сендерова о спектральной теории в пространствах

* Сокращённая версия. Полностью статья публикуется в журнале «Посев».

Понтрягина¹⁾. Как обычно, приведены данные о местах выполнения работы. Крупный университет — место работы Рицнера, г. Хабаровск — для Сендерова. Место выполнения работы В. Сендерова оставляло простор для фантазии неосведомлённых. Осведомлённые были в полнейшем недоумении. Не столько потому, что в действительности Сендеров был весьма от Хабаровска удалён (как и от Москвы, впрочем). Дело в том, что математический результат требует длительной полной сосредоточенности, огромной внимательности при оформлении. У заключённого пермской политзоны № 35 Валерия Сендерова, казалось бы, условий для этого быть не могло.

Валерий Сендеров родился 19 марта 1945 г. в центре Москвы, в Уланском переулке. Его отец — крупный инженер — будучи беспартийным, достиг довольно высоких постов, был известен бескомпромиссной честностью и полным бескорытием. Он умер в 1951 г. на 50-м году, сыну было только шесть, и мать, одна из ведущих адвокатов Москвы, посвятила сыну свою жизнь, оставшись вдовой в возрасте около 30 лет. Валерий развивался, как обычный мальчик из интеллигентной семьи. В школе не участвовал в олимпиадах, но с интересом решал олимпиадные задачи.

Окончив школу в 1962 г., он поступил в МФТИ на аэромеханический факультет (где была математическая группа). Уже на первом курсе на него обратили внимание его преподаватели: выпускник аспирантуры МИАН им. Стеклова И. Г. Глобенко и доцент М. В. Федорюк. Неожиданность логических переходов Валерия им нравилась, и они прочили В. Сендерову большое математическое будущее. Довольно скоро он получает индивидуальный план занятий под научным руководством М. А. Наймарка.

Успешному началу научной деятельности помешала склонность к гуманитарным занятиям. Валерий увлекается философией, читает Хайдеггера, Ницше, Шопенгауэра. Начинает появляться на публичных выступлениях лекторов из общества «Знание» в Тургеневской библиотеке и задаёт им «неудобные» вопросы. Вскоре по настоянию КГБ его отчисляют с последнего курса физтеха. Два года Валерий проводит в поисках места дальнейшей учёбы, наконец, в 1970 г. в МФТИ соглашаются принять его дипломную работу (к этому времени у него уже подготовлены несколько публикаций). М. М. Вайнберг из областного пединститута соглашается по рекомендации Наймарка взять Валерия к себе в формальную (он уже самостоятельный исследователь) аспирантуру.

К 1972 г. КГБ снова обращает внимание на Валерия, его просят уйти из аспирантуры, и он снова ищет работу. К этому времени в легендарной

¹⁾ Рицнер В. С., Сендеров В. А. К спектральной теории линейных отношений в пространстве Понтрягина // Известия вузов. Математика. 1984. № 8. С. 27–29.

уже московской Второй школе после разгрома 1970–1971 годов сменился директор. Из прежних преподавателей математики и физики остались два-три человека, принявшие лозунг физика Рудольфа Карловича Бега и математика Сергея Георгиевича Смирнова: «дети не виноваты, и их необходимо учить». Негласный бойкот создал положение, когда хорошие преподаватели опасались начинать работу в этой школе, плохих по старой памяти старались не брать. Дефицит преподавателей привёл к тому, что весьма осторожный завуч по математике согласился принять на работу В. Сендерова, которого я привёл «на смотрины».

Так начался заметный этап в биографии Валерия. Вторая школа в упадке. Правда, математический ручеёк струится на факультативе С. Г. Смирнова. С приходом Валерия изменения происходят стремительно. Помимо преподавания специального и обязательного школьного курса, он ведёт кружки, готовит школьную сборную к матбоям, занимается с некоторыми учениками индивидуально. Уже в 1973 г. сборная второй школы побеждает в матбоях 18-й (колмогоровский) интернат. Валерий организует в школе лекции-встречи с известными учёными, поэтами и литераторами. Атмосфера напоминает прежнюю, уровень занятий растёт, многие победители Московской математической олимпиады оказываются учениками Второй школы.

Между тем антисемитизм при приёме на мехмат МГУ процветал, он часто касался выпускников Второй школы. Валерий начал изучать это, для нашего поколения отчасти новое, явление. Он участвует в подготовке сборной СССР на Международную математическую олимпиаду, для чего иногда использует так называемые еврейские (завальные) задачи с приёмных экзаменов. Он узнаёт некоторые интересные подробности о национальной политике, например, об ограничениях для евреев в сборной. (Побочный эффект: крупный ныне математик, выпускник Второй школы 1975 г., ученик Сендерова Александр Гивенталь, один из самых первых кандидатов, не попадает в сборную и поэтому на мехмат, обучается в Институте нефти и газа.)

В 1978 году во время приёмных экзаменов на мехмате происходит знаменательное событие: Валерию удаётся проникнуть на мехмат, где он даёт пощёчину ответственному секретарю приёмной комиссии, а когда его вывели, он знакомится с Беллой Абрамовной Субботовской²⁾, и они обсуждают совместную идею организации альтернативного мехмата, впоследствии названного «Народным университетом». Первый набор в Народный университет произошёл тут же, на ступеньках у входа в клубную часть МГУ, куда выходили после экзаменов все абитуриенты и где каждый

²⁾ Подробнее о Б. А. Субботовской и Народном университете см. «Математическое просвещение», 2005, № 9, с. 12–31. — *Прим. ред.*

год (начиная с того же 1978 г.) дежурила бригада, собранная Валерием для экстренной психологической и математической помощи заваленным. Он же стал первым лектором Народного университета. В дальнейшем они с Беллой Абрамовной, будучи очень заняты разнообразными делами, решили привлечь и других преподавателей из числа лучших профессионалов. Вскоре А. М. Виноградов согласился вести анализ и прочёл великолепный и оригинальный курс. Потом в числе лекторов были: в 1978 г. А. Б. Сосинский, в 1979 г. А. Х. Шень с друзьями, в 1980 г. Д. Б. Фукс, А. В. Зелевинский и снова А. Б. Сосинский, затем А. Л. Онищик и В. Б. Шехтман. Последний набор (1982 года) поддерживал Е. Кузницкий, но после ареста Сендерова в июне 1982 г. вести занятия открыто многие опасались. Народный университет просуществовал около пяти лет (продвинутые семинары продолжались и позже). В нём проучились в общей сложности около 400 студентов. Занятия в нём велись совершенно открыто, экзамены по курсам были добровольными. В некоторых вузах Народный университет считали официальной формой дополнительного математического образования. Известен случай, когда студенту МИИТа комитет комсомола его факультета объявил выговор за пропуск занятий этого альтернативного мехмата.

В 1978 г. Валерий обнаружил подборку 13 «еврейских» задач с приёмных экзаменов мехмата. Такой же набор задач подробно обсуждался на семинаре Н. Н. Меймана (хотя имел иные источники). Даже А. Д. Сахаров решил только две задачи из предложенных, это один из лучших результатов среди участников семинара, профессионалов. В 1979 г. Сендеров (с помощью математического логика правозащитника Ю. Шихановича и других) публикует «Результаты приёма на мехмат выпускников шести московских школ». Эта работа уже окончательно доказывает математикам разных стран, что мехмат МГУ стал совершенно антисемитской организацией. Нечто подобное публикуется и после наборов 1980 г. (наиболее известный «интеллектуальный геноцид») и 1981 г. (Впоследствии публикация этих статистических данных и воспоминаний жертв приёмных экзаменов становится частью обвинения В. Сендерова в антисоветской пропаганде и клевете³⁾.)

В КГБ знают о многих сторонах деятельности Валерия. В 1978–1980 гг. помимо работы в школе, с поступающими и в Народном университете он активно участвует в работе СМОТ (независимый профсоюз), готовит материалы со статистической обработкой результатов поступления на мехмат, участвует в пресс-конференциях, где разоблачает антисемитскую работу

³⁾ Существенную роль сыграла также статья Б. И. Каневского и В. А. Сендерова «Интеллектуальный геноцид» <https://dl.dropboxusercontent.com/u/829163/ig-text.pdf>. — Прим. ред.

приёмной комиссии мехмата МГУ. Директор Второй школы в 1978 г. получает указание уволить его. Директор прекрасно понимает роль Сендерова в жизни школы, но (весьма неохотно) должен выполнить распоряжение. Юридически грамотный Сендеров несколько раз вынуждает руководство школы отменять его приказы из-за несоблюдения формальных правил. Это длится почти год. Только по окончании 1978–1979 учебного года Валерий сам подаёт заявление об уходе.

Вскоре он становится сторожем Института стран Африки АН СССР, где ему полагается сторожка у въезда на территорию. Очень скоро это индивидуальное (посменно) обиталище становится центром интеллектуальной деятельности. Но и это, в некотором смысле привлекательное, место быстро оказывается под надзором. А когда он (в соответствии со своими служебными обязанностями) потребовал предъявить пропуск у директора института Анат. А. Громыко, работа завершилась.

Валерий прекрасно понимал, что арест близок, и был готов к нему постоянно. 17 июня 1982 г. Валерия арестовывают. Приговор предрешён: 7 лет строгого режима + 5 лет ссылки (максимум по статье 70 «Антисоветская агитация и пропаганда») кажутся им достаточным для медленно-го уничтожения непоколебимого политзэка. Он практически не выходит из ШИЗО (карцера), доходит до крайнего истощения. Но перестройка, в местах заключения неожиданная, вытаскивает Валерия из тюрьмы в марте 1987 г. Выйдя из заключения, он немедленно принимается действовать: ищет семьи неизвестных на Западе политзэков, пытается помочь. Вновь собирает данные о продолжающемся антисемитизме на мехмате, публикует новые математические статьи.

Л. В. Полтерович, бывший в Москве во время августовского путча 1991 г., вспоминал о появлении Сендерова на баррикадах: «...чувствовалось приближение реальной опасности, всё ближе слышны танки. Вдруг появляется колонна марширующих милиционеров (Рязанское, если правильно помню, училище внутренних войск), впереди строя идут двое: начальник училища и Валерий Сендеров со своим неизменным портфельчиком. Он убедил училище присоединиться к протестующим».

Расцветает его талант публициста. И, конечно, остаётся любимая математика. И в виде научной деятельности, и в виде участия в организации математических олимпиад всех уровней, изобретения новых задач, и в виде многочисленных публикаций в математико-педагогических журналах. Он регулярный автор задач основанного Н. Н. Константиновым Турнира городов, Всероссийских олимпиад, его задачи появляются и на международных математических олимпиадах. Он продолжает регулярно публиковать статьи по функциональному анализу в журналах международного уровня.

Два года назад Сендеров тяжело заболевает. У самого — как всегда абсолютно бескорыстного — Валерия Анатольевича нет денег. Друзья и ученики быстро собирают необходимую для лечения сумму. Но и болезнь не влияет на продуктивность его деятельности. Статьи (научные и публицистические), задачи и организация олимпиад — всем этим он занимается до последних своих дней.

Конечно, это стало возможным только благодаря самоотверженной поддержке и полному пониманию важности деятельности Валерия со стороны его жены, художницы Юлии Садовской. Радовали и трое детей (двое маленьких, все трое — несовершеннолетние).

Валерий был глубоко верующим православным христианином. При этом главным человеческим качеством для него всегда была независимость мышления, которую он воспитывал (в том числе на личном примере) у своих учеников. Одним из вопросов, интересовавших КГБ, был текст его молитвы: «покарай, Господи, большевиков...». Кажется, будто всего несколько дней назад он говорил, что убеждён, что необратимо формируется нерабская психология у нового поколения людей в России...

Мир пустеет без таких людей.

А. Я. КАНЕЛЬ-БЕЛОВ

Я знал Валерия Анатольевича будучи школьником. Он постоянно организовывал математические бои, а я был их постоянным участником. Помнятся несколько матбоёв, где Саша Разборов⁴⁾ был капитаном команды Второй школы, я заместителем, а капитаном команды 91-й школы был Максим Концевич⁵⁾.

Валерий Анатольевич Сендеров вместе с Борисом Ильичом Каневским заложили традицию олимпиад и математических боёв во Второй школе, продолжающуюся и по сей день. Очень часто эти матбои Вторая школа выигрывала. Такая традиция принесла плоды не только во Второй школе. Ныне покойный Митя Дерягин (выпускник 1981 года, победитель Всесоюзной олимпиады) впоследствии начал кодификацию правил. Более-менее окончательную форму матбои приняли в начале 1990-х, после синтеза московской и питерской версии правил, большая в этом заслуга Саши Ковальджи (ныне — зам. директора по науке лицея «Вторая школа») ⁶⁾.

Сендеров научил меня одной важной вещи. Говоря о решении задач, он показывал идейное ядро, где всё и происходит. Оно маленькое, словно «жало» станка, и именно это ядро — главное, что надо увидеть. Станок состоит из большой станины, приводных ремней и т. п., а жало маленькое. Так же устроена и задача: важно выделять, где всё происходит и почему происходит.

Выделению ядра, или «жала», он научил не только меня. Как писал мне другой математик, «В. А. показывал некоторое „ядро“ и „всё остальное“, и делал это так мастерски, как никто другой в контексте олимпиадных задач... И это была даже не красота самих задач, а красота раскладывания на „ядро“ и „всё остальное“».

Однако влияние Сендерова не сводилось к профессиональным вопросам. Очень многие, общаясь с ним, чувствовали, что это героический человек, прошедший через тюрьмы и карцер, и думать рядом с ним о собственном комфорте невозможно.

Чтобы не создалось искажённого представления об общественных взглядах Валерия Анатольевича, следует отметить, что он был государственный. Его последнее интервью можно найти по ссылке <http://www.russ.ru/pole/>

⁴⁾ Ныне член-корреспондент РАН.

⁵⁾ Лауреат Филдсовской премии 1998 года.

⁶⁾ См. *Дерягин Д. В., Канель А. Я., Ковальджи А. К. и др.* Математический бой двух команд: Правила, комментарии, опыт проведения // Математика в школе. 1990. №4. С. 20–25.

*Kak-byvshij-dissident-i-politzaklyuchionnyj-stanovitsya-ohranitelem*⁷⁾.

Упомянем также последнюю статью В. А. Сендерова (совместно с Ю. Кублановским и Ф. Разумовским) <http://www.rg.ru/2014/03/12/pismo.html>.

Он высоко ценил «Вехи» — сборник статей о русской интеллигенции, созданный деятелями «серебряного века». Этот сборник перевернул моё сознание, дал мне порцию свободы и понимания, в том числе тех людей, с которыми мне часто приходится иметь дело. Одна из мыслей ему и мне, как человеку, занимающемуся классификацией идей решения олимпиадных задач, оказалась близка. Чтобы разобраться, что такое «правые» и что такое «левые», выпишем типичные «правые» и типичные «левые» взгляды и заметим, что люди мыслят «пакетно», т. е. принимают или отвергают набор идей целиком, редко когда смешиваются взгляды из разных наборов. (Вспоминается остроумное высказывание Валерия Анатольевича о «дискуссиях» между людьми из противоположных лагерей: «они каются в грехах друг друга».) Эти взгляды (вернее «пакеты убеждений») надо объяснять, исходя не из их «истинности» или «ложности», а из их эмоциональной основы. И такая попытка, пусть весьма неполная, была сделана в сборнике «Вехи»⁸⁾.

Есть люди, с которыми не во всём соглашаешься, но с их уходом возникает некая пустота (такими, например, для меня были Н. Б. Васильев и И. Ф. Шарыгин). Я хотел обсудить с В. А. ряд вещей, собирался позвонить — но как-то всё откладывалось...

⁷⁾ Заголовок и манера, в которой было взято интервью, автору не нравятся — в конце концов, интервьюер не должен давать ярлыки, тем более в заголовке. Автор приводит эту ссылку только потому, что это интервью — последнее.

⁸⁾ Я бы добавил, что анализ должен использовать технику, в частности, З. Фрейда и К. Юнга, находивших «смысл» в симптомах. И в этом есть родство с книгой В. Проппа «Исторические корни волшебной сказки» (в первой части классифицируются сюжеты и элементы сказки, даётся структурный анализ, во второй даются объяснения).

П. А. КОЖЕВНИКОВ

Более 15 лет назад Валерий Сендеров начал активную работу в методкомиссии Всероссийской олимпиады школьников по математике (хотя формально никогда не входил в неё). Он стал одним из самых плодовитых авторов задач Всероссийских олимпиад. Более семи десятков (!) его задач вошли в варианты, причём более двух десятков из них предлагались на заключительных этапах олимпиады. Ещё до начала работы комиссии все знали, что Валерий привезёт большое количество задач (иногда более сорока!), в основном по теории чисел и алгебре. Конечно, не все эти задачи выдерживали конкуренцию при составлении варианта олимпиады. Валерий это понимал, но, по-видимому, предлагая задачу, главным образом он хотел поделиться с коллегами своими идеями. А идеи, как многократно случалось, в процессе совместных обсуждений перерождались в новые задачи. Таким образом, Валерий нередко оказывался соавтором задачи, будучи автором начальной мысли. Некоторые его задачи становились украшением олимпиад и были высоко оценены главными критиками — школьниками. Например, на заключительном этапе Всероссийской олимпиады 2013 года его задача, в которой сочеталась изящная оценка с применением малой теоремы Ферма, была признана лучшей по данным опроса участников олимпиады. Некоторые особо трудные задачи Валерия использовались при подготовке команды России к Международной олимпиаде. Одна из его задач прошла многоступенчатый отбор и вошла в вариант Международной олимпиады 2000 года. Ещё одна задача попала в вариант престижной олимпиады Romanian Masters 2013 года.

В 2000-е годы Валерий стал одной из ключевых фигур для Всероссийской олимпиады. Он был ценен тем, что не был ни на кого похож. В отличие от многих других составителей олимпиады, воспитанных на олимпиадном фольклоре недавних лет, Валерий черпал идеи в классических трудах. Наверное, это причина его совершенно особого подхода к задачам. Подчас вещи, трудные для сильного олимпиадника, казались ему простыми, и наоборот. А наличие разных решений и разных взглядов было очень полезно для работы комиссии.

Все, кто работали с Валерием, помнят его стиль общения — тихий голос, уважительный, интеллигентный, с характерным «Господа...» при обращении к большой или не очень большой компании. Кажется, Всероссийская олимпиада и круг её составителей тоже стали важной частью жизни Валерия. Он живо участвовал во всем, что происходило вокруг олимпиад. Его звонки обычно начинались с вопроса «Какие новости?» (значит, есть ли новые задачи, какие последние результаты олимпиад?) и заканчивались словами «Всем приветы!» (всем — это коллегам-составителям олимпиады).

Его волновало всё — опечатки в решениях, статистика решения конкретной задачи на региональном этапе, успехи наших лучших олимпиадников на международной арене. Кстати, этим успехам Валерий придавал большое значение, анализировал динамику результатов, делал выводы о ситуации в математическом образовании разных стран, публиковал в «Посеве» заметки, в которых была и обеспокоенность положением дел, и гордость за российскую математическую школу.

Ниже публикуются некоторые задачи В. А. Сендерова.

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ В. А. СЕНДЕРОВА

- (Московская олимпиада 1999 г., задача 8.3, совместно с В. Произволовым.) Найдите какие-нибудь четыре попарно различных натуральных числа a, b, c, d , для которых числа $a^2 + 2cd + b^2$ и $c^2 + 2ab + d^2$ являются полными квадратами.
- (Региональный этап Всероссийской олимпиады 2013 г., задача 10.6.) Натуральные числа $a, b, c \geq 2$ удовлетворяют равенству

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}.$$

Докажите, что хотя бы одно из чисел $a + c, b + c$ составное.

- (Турнир городов 1987/88 гг.) Даны три неотрицательных числа a, b, c . Про них известно, что $a^4 + b^4 + c^4 \leq 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$.
 - а) Докажите, что каждое из них не больше суммы двух других.
 - б) Докажите, что $a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$.
 - в) Следует ли из неравенства пункта б) исходное неравенство?
- (Зональный этап Всероссийской олимпиады 2007 г., задача 9.7, совместно с И. Богдановым.) Бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия, состоящая из натуральных чисел, содержит точный куб натурального числа. Докажите, что она содержит и точный куб, не являющийся точным квадратом.
- (Заключительный этап Всероссийской олимпиады 2006 г., задача 10.2.) Сумма кубов трёх последовательных натуральных чисел оказалась кубом натурального числа. Докажите, что среднее из этих трёх чисел делится на 4.
- (Заключительный этап Всероссийской олимпиады 2013 г., задачи 10.3, 11.3.)
 - а) Найдите все такие натуральные k , что произведение первых k простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).

- б) Та же задача для произведения первых k нечётных простых чисел.
- («Квант», 1982, № 10, с. 26, задача М770; решение: «Квант», 1983, № 3, с. 47. Задача не была подписана, а решение подписано псевдонимом, поскольку автор находился в заключении.) В основании треугольной пирамиды $PABC$ лежит правильный треугольник ABC . Докажите, что если величины углов PAB , PBC , PCA равны, то пирамида $PABC$ правильная.
 - (Московская олимпиада 2003 г., задача 11.7.) Дано равенство

$$(a^{m_1} - 1) \dots (a^{m_n} - 1) = (a^{k_1} + 1) \dots (a^{k_l} + 1),$$

где a, n, l и все показатели степеней — натуральные числа, причём $a > 1$. Найдите все возможные значения числа a .

- (Заключительный этап Всероссийской олимпиады 2008 г., задача 10.7, совместно с В. Произволовым.) При каких натуральных $n > 1$ существуют такие натуральные b_1, \dots, b_n , не все из которых равны, что при всех натуральных k число $(b_1 + k)(b_2 + k) \dots (b_n + k)$ является степенью натурального числа? (Показатель степени может зависеть от k , но должен быть всегда больше 1.)
- (Заключительный этап Всероссийской олимпиады 2008 г., задача 11.3.) Дано конечное множество простых чисел P . Докажите, что найдётся натуральное число x такое, что оно представляется в виде $x = a^p + b^p$ (с натуральными a, b) при всех $p \in P$ и не представляется в таком виде для любого простого $p \notin P$.
- (Romanian Masters 2013 г., задача 1.) Для натурального числа a определим последовательность целых чисел x_1, x_2, \dots следующим образом: $x_1 = a$, $x_{n+1} = 2x_n + 1$ при $n \geq 1$. Положим $y_n = 2^{x_n} - 1$. Найдите наибольшее возможное k такое, что для некоторого натурального a каждое из чисел y_1, \dots, y_k является простым.
- (Международная олимпиада 2000 г., задача 5.) Существует ли натуральное число n такое, что n имеет ровно 2000 различных простых делителей и $2^n + 1$ делится на n ?