

Интервью с Я. Г. Синаем, абелевским лауреатом 2014 года*

М. Рауссен, К. Скау



ПРЕМИЯ

Профессор Синай, прежде всего разрешите вас поздравить. Вы — двадцатый лауреат премии Абеля, завтра — церемония награждения. Скажите, вы этого ожидали? Как вы восприняли эту новость?

В начале марта сего года я узнал от друга, что комитет по премии Абеля интересуется моей фотографией. Я решил, что это должно что-то означать: раньше ведь такого не бывало. А затем мне позвонили из Норвежской академии наук и сказали про премию.

Это было прямо в день объявления премии?

Да, 26 марта.

* Newsletter of the European mathematical society, 93 (September 2014), pp. 12-19. Печатается с согласия правообладателей. Перевод С. М. Львовского.

Речь Я. Г. Синая при вручении премии опубликована в журнале «Математика в высшем образовании», № 12 (2014 г.).

МОЛОДОСТЬ

Вы родились в 1935 году в Москве, в семье научных работников. Оба ваших родителя были биологами, а ваш дед был известным математиком. Видимо, всё это оказало серьёзное влияние на формирование ваших интересов?

Бесспорно. Как же ответить «нет» на такой вопрос? Всё вращалось вокруг математики. Однако же в то время я предпочитал играть в волейбол.

Влияние математики было не таким прямым, как можно подумать. В школьные годы я участвовал во многих математических олимпиадах, но ничего не добился и не получил ни одной премии. Я так и говорю молодым людям, не имеющим олимпиадных достижений: возможно, в будущем вы отыграетесь.

В то время мой дед¹⁾ был уже человеком пожилым, и у него не хватало энергии подтолкнуть меня к занятиям математикой. И ещё у меня есть брат, Г. И. Баренблатт, который работал в МГУ и был убеждён, что своей профессией я должен выбрать математику.

А вы помните, когда обнаружилось, что у вас есть выдающиеся математические способности?

Если они и обнаружились, то произошло это очень поздно. Я был уже аспирантом, когда принёс статью об энтропии своему научному руководителю А. Н. Колмогорову и он сказал: «Наконец вы можете соперничать с другими моими учениками». Но я не уверен, что он был прав и что у меня есть какие-то исключительные способности к математике.

Вы ведь, наверное, пошли в школу в тот год, когда нацистская Германия вторглась в Россию. Как повлияла война на ваши первые школьные годы?

Я поступил в школу в 1943 году, когда моя семья вернулась в Москву из эвакуации. В то время мальчики и девочки обучались отдельно, а по окончании каждого класса надо было сдать около десяти экзаменов. До эвакуации жизнь [в Москве] была другой. В московских квартирах запрещалось открывать окна, так как надо было соблюдать режим затемнения. В 1943 году окна разрешили открывать. Никаких прямых признаков войны в Москве заметно не было, но жизнь была трудная, потому что это было сталинское время: надо было знать, как себя вести.

И на школьную жизнь это тоже влияло?

Это было повсюду; за несогласие с официальными мнениями могли исключить из школы и даже посадить в тюрьму.

Были ли в школе учителя, в частности учителя математики, оказавшие на вас серьёзное влияние?

¹⁾ В. Ф. Каган. — Прим. пер.

В старших классах у нас был очень хороший учитель математики, Василий Алексеевич Ефремов. Это был замечательный учитель старой закалки. Задачи, которые он нам задавал, он записывал аккуратным почерком на листках бумаги и раздавал эти листки ученикам. Его уроки были хорошо организованы и увлекательны, так что математику мы очень любили: мы обсуждали его задачи и старались их решить. В то время я не был среди лучших учеников, были другие школьники с заведомо лучшими результатами.

А сколько вам тогда было лет?

Это было в самых последних классах, перед поступлением в университет. Так что, видимо, лет 16–17.

СТУДЕНТ МЕХМАТА

Вы в 1952 году поступили на механико-математический факультет МГУ, когда были ещё фактически подростком. Каково было учиться на этом знаменитом факультете в столь юном возрасте?

У нас было много прекрасных профессоров. Например, курс математического анализа читал М. А. Лаврентьев, в то время очень известный учёный. У него было много административных обязанностей, но это был замечательный педагог, и его лекции были очень интересными. Кроме того, у нас был очень хороший преподаватель классической механики — Н. Г. Четаев. Он нам читал лекции на втором курсе. А лекции по геометрии нам читал Н. С. Бахвалов, который был хорошо известен в России, но не слишком известен на Западе. Про Бахвалова есть такая история. Первого сентября, когда мы только поступили в университет, он вошёл в аудиторию со словами: «Ну что же, продолжаем». А ведь это была самая первая лекция!

Лекции по алгебре нам читал Е. Б. Дынкин. Это был прекрасный педагог для тех, кто только начал учиться. Уровень его лекций был очень высок. Особо заинтересованным студентам Дынкин давал дополнительные задачи. На моём курсе к числу таких студентов относились И. Гирсанов, ставший в дальнейшем известным специалистом по теории вероятностей, и Л. Серёгин.

И это под руководством Дынкина вы написали свою первую статью?

Да. Дынкин преподавал у нас на втором и третьем курсах, и под его руководством я сделал свою первую работу. Дынкин сформулировал для меня задачу, а я её решил, так что моя первая статья была опубликована, когда я был третьекурсником. Мне эта работа и тогда нравилась, и до сих пор нравится.

Дынкин хотел, чтоб я занимался марковскими процессами в стиле работ В. Феллера. Статьи Феллера в то время были в Москве очень популярны, и Дынкин настаивал, чтоб я продолжал в том же духе. Но меня это не очень увлекало и не очень интересовало.

В какой степени математика была интегрирована с механикой в учебной программе?

Математика и механика были независимыми разделами программы. Каждый мог посещать лекции и по математике, и по механике. Я ходил и на те, и на другие, и ещё немного на лекции по физике. Но в основном я посещал занятия по математике.

Наряду с Дынкиным, весьма значимыми для вас людьми были А. Н. Колмогоров и И. М. Гельфанд, ведь так?

У Колмогорова было много учеников; я стал одним из них. Ученикам Колмогорова была предоставлена полная свобода: они могли работать над любой задачей. Колмогоров любил обсуждать со своими учениками их результаты. Бывали и случаи, когда Колмогоров писал за них статьи, чтобы продемонстрировать, как должны выглядеть математические тексты.

Колмогоров организовал семинар, который начинался как семинар по случайным процессам, а затем стал семинаром по динамическим системам и эргодической теории. Я начал посещать семинар вместе с такими математиками, как В. И. Арнольд, В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров и др. Потом я стал учеником Колмогорова. Колмогоров тогда интересовался вопросами энтропии в различных компактных и функциональных пространствах — такого рода задачи в то время были очень популярны.

Но ведь Гельфанд тоже хотел взять вас к себе в аспирантуру?

Да. Гельфанд организовал свой знаменитый семинар, на который ходили многие математики разных поколений. Я участвовал в работе этого семинара в течение многих лет. Если правильно помню, началось всё в 1955 году, когда Гельфанд писал один из томов в своей серии «Обобщённые функции». Гельфанд интересовался теорией вероятностей и хотел, чтобы я стал его учеником. Мы обсуждали это предложение несколько раз; я сказал Гельфанду, что мне очень хочется заниматься теорией вероятностей, но я уже написал статью под руководством Дынкина. Тогда Гельфанд меня спросил: «Вы хотите, чтоб теория вероятностей была для вас закуской или десертом?» Я ответил, что хочу, чтоб она была основным блюдом, на чем всё и кончилось...

Это не значит, что после этого мы перестали общаться. Мы много раз встречались, особенно когда Гельфанд занимался задачами из теории представлений, связанными с эргодической теорией (например, орициклами). Мы с ним многократно обсуждали эти задачи. Я много лет ходил на семи-

нар Гельфанда, потому что Гельфанд обладал замечательной способностью просто и ясно объяснять трудные математические теории.

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. ЭНТРОПИЯ И ХАОС

А вы можете объяснить, что такое динамическая система?

Под динамическими системами мы понимаем объекты, описывающие эволюцию в любом смысле. Наиболее интересны нелинейные динамические системы — в них уравнение, задающее эволюцию, линейным не является. Эти системы могут обладать самыми разными свойствами, требующими глубокого анализа.

А какие динамические системы называются эргодическими?

У меня есть очень хороший пример эргодической системы, который я всегда привожу моим студентам. Предположим, решили вы купить ботинки, а прямо в вашем доме расположен обувной магазин. Тогда у вас есть две разные стратегии: можно каждый день заходить в тот магазин, что у вас в доме, и смотреть, что там есть, — в конце концов найдёте то, что вам лучше всего подходит; но можно вместо этого сесть в машину, за день объездить все обувные магазины в городе и в тот же день купить то, что вам больше всего понравится. Так вот, система эргодична, если две эти стратегии приводят к одному результату. А энтропия характеризует то, с какой скоростью в динамической системе растёт число возможностей. Впервые мне таким образом объяснил роль энтропии И. М. Гельфанд.

Эргодическая теория происходит из физики, в частности, из теории гамильтоновых уравнений. Можете ли вы в общих чертах объяснить, что такое хаос и как его можно измерить?

Эта тема лекции, которую я прочту послезавтра, но вкратце могу сказать и сейчас. Основной вопрос — это различие между теорией хаоса и теорией вероятностей. В теории вероятностей мы имеем дело со статистическими экспериментами — ну, скажем, мы сто раз подбрасываем монету. В результате этого эксперимента можно получить много разных последовательностей «орлов» и «решек», и их можно анализировать.

Если же вы имеете дело с хаосом — например, хотите измерить температуру в той же точке Земли, в которой вы её уже измеряли в течение года, — то этот эксперимент однократен. Вы не можете сто раз померить температуру в данном месте и в данное время. Так что теория хаоса изучает последовательности, в которых результаты измерения стремятся к некоторому пределу при времени, стремящемся к бесконечности, и изучает, как описать этот предел. А существование предела на самом деле вытекает из некоторых условий на уравнения движения. Так получается существование

распределения, определяющего значения всевозможных средних (точнее говоря, из существования распределения вытекает и существование средних, и возможность найти их значения).

Следующий вопрос такой: какими должны быть уравнения движения, чтобы из них получились распределение и средние? Основное утверждение теории хаоса состоит в том, что динамика должна быть неустойчивой. Неустойчивость означает, что малые возмущения начальных условий через некоторое время приводят к большим возмущениям динамики.

Есть математическая теория, которая говорит, что если система неустойчива, то существуют временные средние и есть возможность их вычислить. Вот, в общем и целом, как устроена теория хаоса, а для более подробного описания требуется больше математики.

А как измеряют хаос? Верно ли, что именно в этот момент в игру вступает энтропия?

Если понимать хаос так, как мы сказали выше, т. е. как существование временных средних плюс перемешивание, то у хаоса имеется естественное описание в терминах некоторого специального распределения. Энтропия используется в теории неустойчивых систем; она характеризует, сколько разных типов динамики может реализоваться у данной системы. Вне всяких сомнений это очень полезное понятие, поскольку положительность энтропии влечёт другие свойства системы, поддающиеся исследованию.

Физики всегда надеялись, что энтропия позволит им понять явление турбулентности (см., например, статью Б. В. Чирикова и книги таких авторов, как Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев и др.). Нельзя сказать, что эти надежды сбылись, но, с другой стороны, в физике возникает много ситуаций, в которых энтропия системы мала.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНТРОПИИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Колмогоров дал определение энтропии для сдвигов Бернулли, но затем заменил это определение на инвариантное. Затем вы предложили правильное определение. То, что сейчас называют теоремой Колмогорова — Синяя, даёт эффективный способ вычисления энтропии.

Колмогоров начал свой семинар с фон-неймановской теории динамических систем с чистым точечным спектром; он излагал эту теорию в рамках чистой теории вероятностей. Позднее я нашёл этот подход в книге Блан-Лапьера и Форте. На колмогоровских семинарах всё было чрезвычайно увлекательным. В то время мы считали, что главная задача эргодической теории — обобщить теорию фон Неймана на системы с непрерывным спектром, причём сделать это с помощью второй группы когомологий спектра

с коэффициентами в кольце ограниченных операторов. Это не получилось, но идея осталась. В то время Колмогоров в первую очередь занимался проблемами теории информации и понятием размерности линейного пространства. Не знаю, как так получилось, но однажды Колмогоров пришёл на свою лекцию и сформулировал своё определение энтропии. В современной терминологии можно сказать, что он дал определение энтропии для сдвигов Бернулли и тем самым предложил новый инвариант для динамических систем этого типа. Это был без сомнения великий результат. Колмогоров написал статью, отдал её в печать и отправился на целый семестр в Париж. Как известно, текст, поданный в журнал, отличался от того, что он рассказывал на семинаре. В своей статье он ввёл новый класс динамических систем, названных им квазирегулярными. Позднее их стали называть K -системами (K — в честь Колмогорова), и для этого класса систем он ввёл понятие энтропии. Пока Колмогоров был в отъезде, я думал о понятии энтропии, пригодном для всех динамических систем. Позднее это понятие появилось в моей статье об энтропии. В то время у всех было чёткое ощущение, что для динамических систем, возникающих в теории вероятностей, энтропия положительна, а для динамических систем, соответствующих обыкновенным дифференциальным уравнениям, она должна быть нулевой. Тем самым представлялось, что есть возможность различать два типа динамических систем: происходящих из теории вероятностей и происходящих из анализа.

Расскажите о своём сотрудничестве с В. А. Рохлиным.

История моего сотрудничества с Рохлиным, с которым мы в дальнейшем стали близкими друзьями, началась в 1958 году, когда вышла статья Колмогорова об энтропии. В то время Рохлин жил в Коломне — маленьком провинциальном городе недалеко от Москвы. У него был очень хороший аспирант по имени Леонид Абрамов. Абрамов доказал несколько общих теорем, например об энтропии специальных потоков, и ряд других результатов (например, «формулу Абрамова»). Когда Рохлин узнал о статье Колмогорова, он послал Абрамова в Москву — выяснить, что на самом деле сделано и какова ситуация, а по возможности и добыть текст.

В Москве Абрамов нашёл меня, мы много беседовали, я научил его всему, что знал сам. После этого Абрамов пригласил меня в Коломну побеседовать с Рохлиным, и я это приглашение принял. Я очень хорошо помню свою первую поездку в Коломну. Рохлин жил в очень аккуратной квартире, и сам он был очень хорошо одет. Когда мы стали говорить, он произвёл на меня очень сильное впечатление.

Рохлин в эргодической теории хорошо разбирался: у него по этой тематике было уже несколько публикаций, и его докторская диссертация была

посвящена тому же предмету. Ему принадлежит постановка нескольких интересных задач эргодической теории; часть из них была связана с его теорией измеримых разбиений. Измеримые разбиения оказались очень важны для эргодической теории, поскольку с их помощью можно гораздо лучше понять условные вероятности.

Одной из задач, над которыми я стал работать под влиянием Рохлина, было вычисление энтропии для группы автоморфизмов двумерного тора. В то время не было известно, что колмогоровское определение энтропии необходимо изменить; задача оказалась тяжёлой, у меня ничего не выходило. В соответствии с тогдашними представлениями я пытался доказать, что энтропия равна нулю, но как ни старался — доказательства не получалось. Тогда я пошёл к Колмогорову и рассказал ему, что я делаю. Он сказал мне, что в данном случае энтропия, конечно же, должна быть положительна, и тогда я это доказал.

В то время не могло быть и речи о публикации моей статьи: ведь была уже опубликована статья Колмогорова и было непонятно, зачем нужно другое определение энтропии. Через некоторое время, однако, Рохлин указал на недочёты в колмогоровском определении. Стало ясно, что я должен опубликовать свою уже готовую работу с определением и вычислением энтропии автоморфизма.

Вот так началось моё сотрудничество с Рохлиным. Он организовал семинар по эргодической теории, на который ходили Арнольд, Аносов, Алексеев и другие. Параллельно Рохлин вёл семинар по топологии, на котором ведущей фигурой был С. П. Новиков.

В дальнейшем Рохлин переехал в Ленинград, а я ездил в этот город к нему на семинар рассказывать о своих результатах.

БИЛЬЯРДНЫЕ СИСТЕМЫ

Затем вы стали заниматься очень интересными примерами эргодических систем, так называемыми бильярдами. Можете объяснить, что это такое?

Бильярд — это, как известно, движение шарика по бильярдному столу. Интересная математическая теория возникает, если рассматривать столы более или менее произвольной формы. Естественный вопрос, поставленный русским учёным А. Н. Крыловым задолго до возникновения теории энтропии, звучит так: в каких бильярдных системах неустойчивость будет такой же, как для динамики частиц, движущихся в пространстве отрицательной кривизны? Частицы в пространстве отрицательной кривизны — лучший пример неустойчивой системы. Теория бильярдов гласит, что если

граница стола вогнута, то система неустойчива (в описанном выше смысле): для двух начальных условий с различными скоростями траектории расходятся экспоненциально. Если рассмотреть типичный неустойчивый бильярд, а именно обычный квадратный бильярд, из которого удалён круг, то разница между таким бильярдом и обычным состоит в том, что в неустойчивом бильярде частицы подходят к лункам много быстрее, чем в обычном бильярде.

Следующий вопрос, видимо, будет довольно техническим. Вы доказали очень важную теорему о системах с положительной энтропией. А именно, вы показали, что для системы с положительной энтропией можно найти сдвиг Бернулли, являющийся так называемым фактором, с той же самой энтропией. Стало быть, всякие два сдвига Бернулли с одинаковой энтропией будут по крайней мере слабо изоморфны. Позднее Орнстейн доказал, что энтропия — полный инвариант сдвигов Бернулли. Стало быть, из результатов Орнстейна вытекает, что бильярдные системы — максимально хаотические и что фактически они суть потоки Бернулли?

Из теоремы Орнстейна вытекает, что если у двух эргодических бильярдных систем энтропия одинакова, то они изоморфны. Это замечательный и очень сильный результат.

Значит, подбрасывание монеты в некотором смысле аналогично детерминистской бильярдной системе — удивительный факт.

Согласно моему результату, в системе с положительной энтропией могут быть подсистемы, эволюционирующие аналогично сдвигам Бернулли.

А что с бильярдными системами в высших размерностях? Про них что-нибудь известно?

Известно многое. Например, есть результат венгерского математика Нандора Шиманьи (Nándor Simányi), который работает сейчас в Алабаме. Он исследовал многомерные динамические системы, которые в конце концов становятся неустойчивыми, имеют положительную энтропию и эргодичны.

В своих работах по аносовским диффеоморфизмам вы использовали марковские разбиения. В результате возникло понятие, которое позднее назвали мерой Синая — Рюэля — Боуэна или SRB-мерой. Вы не могли бы это прокомментировать?

Сначала была моя статья, в которой я построил эту меру для так называемых аносовских, или гиперболических, систем. Затем появилась работа Боуэна и Рюэля, в которой они обобщили эту конструкцию на системы, рассматривавшиеся Смейлом, а именно системы с гиперболическим поведением, удовлетворяющие аксиоме А.

SRB-меры важны при исследовании необратимых процессов в таких системах. Пусть, например, мы начинаем с неравновесного распределения

и интересуемся, как оно в процессе эволюции стремится к равновесному. Теория таких систем приводит к результату, согласно которому эволюция является в некотором смысле очень неравномерной: по одним направлениям распространение очень медленно, все временные средние ведут себя очень хорошо и стремятся к некоторому пределу, в то время как по другим направлениям эта сходимость очень нерегулярна и поддается исследованию только с привлечением теории вероятностей. Так что SRB-меры гладки вдоль некоторых устойчивых направлений и чрезвычайно нерегулярны вдоль других направлений. Это класс мер, возникающих в теории эволюции распределений для хаотических систем.

Связаны ли SRB-меры с гиббсовскими мерами?

Да. SRB-меры — это один из примеров гиббсовских мер. Но гиббсовские меры — значительно более общий объект.

МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

Вернёмся к более общим вопросам. Начнём со взаимосвязи математики и физики. Физик Юджин Вигнер опубликовал в 1960 году статью под названием «Непостижимая эффективность математики в естественных науках». В этой статье он привёл множество примеров, демонстрирующих, как с помощью математического формализма удавалось добиться поразительных продвижений в физике. Есть ли у вас аналогичный опыт?

У меня впечатление, что эффективность математики никого больше не удивляет. Накопилось уже столько примеров! Скажем, теория струн есть фактически математическая теория для физики. В своё время Джоэл Лебовиц организовал обсуждение эффективности математики в свете этого высказывания Вигнера. В результате все пришли к заключению, что эффективность математики — твёрдо установленный факт.

В моём поколении была группа молодых математиков, решивших всерьёз изучить физику. Однако по вопросу о том, как заниматься математической физикой, мнения были разные. Ф. А. Березин всегда утверждал, что математики должны доказывать только такие теоремы, которые интересны физикам. Р. Л. Добрушин и я, напротив, всегда старались находить математические задачи в физических работах.

С другой стороны, имеется, похоже, влияние и в противоположном направлении. Исследования физиков оказали серьёзное влияние на квантовую геометрию и даже на теорию чисел. Физики предложили формализмы, в математике толком не развитые, но приводившие тем не менее к верным предсказаниям, которые математически обосновываются с большим трудом.

Значит, математика эффективна, но в меньшей степени, чем хотелось бы.

В 2006 году вы опубликовали статью под названием «Математики и физики — кошки и собаки?». В чём её основная мысль?

Мне хотелось привести примеры ситуаций, в которых математики и физики по-разному смотрят на одну и ту же задачу. Вот один случай. Мы с моим учеником С. А. Пироговым работали над задачами из теории фазовых переходов в статистической физике. Мы доказали ряд теорем, и я пошёл с ними к знаменитому российскому физику И. М. Лифшицу (Лифшиц заменял Л. Д. Ландау после того, как последний попал в автокатастрофу, превратившую его практически в инвалида). Когда я стал рассказывать ему наши работы, он прервал меня со словами: «Но ведь то, что вы рассказываете, очень просто». И он начал писать формулы, из которых в конечном счёте получился наш результат. Уходя от него в замешательстве, я стал думать, почему так получилось. И я понял, что главный результат нашей теории был для Лифшица очевидным фактом. Он, бесспорно, не знал, как его доказывать, но он и не нуждался в доказательстве: он просто пользовался этим результатом как очевидным фактом.

Известно такое высказывание великого Гаусса: «Итак, результат получен, остаётся только доказать его». Так что интуиция играет в математике важную роль...

Я вам тоже могу рассказать историю, опять связанную с Гельфандом. Как-то я сообщил ему теорему, которую доказали мы с Р. А. Минлосом. Гельфанд на это сказал: «Это очевидно. Все физики это знают». Тогда мы переспросили Гельфанда, стоит ли нам писать текст на двести страниц с полными доказательствами, раз это столь очевидно. Гельфанд посмотрел на нас и ответил: «Конечно, да!»

МАТЕМАТИК-ЕВРЕЙ В СОВЕТСКОМ СОЮЗЕ

Можно теперь задать политический вопрос? Вы сказали, что в сталинское время учиться в школе было непросто и что жизнь оставалась непростой, когда вы поступили в университет и начинали свою карьеру. Вы выросли в еврейской семье, а в СССР, по крайней мере время от времени, был распространён латентный антисемитизм...

Я могу назвать два эпизода в своей карьере, когда я столкнулся с антисемитизмом. Первый случай был, когда я не сдал вступительные экзамены в университет. Чтобы я всё же смог поступить, потребовалось участие моего деда, который возглавлял кафедру дифференциальной геометрии, и помощь ректора МГУ И. Г. Петровского. Это ясно свидетельствовало о том, что всё не так просто.

Второй случай был, когда я сдавал вступительные экзамены в аспирантуру. Это было на экзамене по истории КПСС: я знал этот предмет очень плохо и провалил экзамен (мне бы не хотелось обсуждать подробности). Однако П. С. Александров, который возглавлял отделение математики механико-математического факультета, вместе с А. Н. Колмогоровым пошли к заведующей кафедрой истории КПСС и попросили её разрешить мне пересдачу. Разрешение было получено, на пересдаче мне поставили четвёрку, и этого было достаточно для поступления. То, что в итоге всё кончится хорошо, не было заранее очевидно, события могли бы пойти и по-другому²⁾.

Невзирая на эти обстоятельства, бесспорно, что многие знаменитые российские математики — еврейского происхождения. Есть ли у вас какие-то объяснения этого удивительного факта?

Начну с банального: стремление к образованию заложено в еврейских традициях сильнее, чем у других народов. Евреи изучали Библию, Талмуд, другие религиозные книги. Они проводили за этим занятием много времени — это и есть традиция учиться. В моё время следовать еврейской религии было строго запрещено; некоторые всё равно это делали, но они находились под большим давлением, а когда ты находишься под давлением, ты и работаешь больше: это что-то вроде закона сохранения. Ну вот в этом, по-моему, и кроется причина еврейских успехов.

То есть вы должны были превосходить окружающих, чтобы получить равные с ними шансы?

Нет, нельзя сказать, что мы считали именно так. Бесспорно, мы тщательно готовились ко всем экзаменам и конкурсам; результат не был заранее известен, но всегда была надежда, что что-нибудь получится.

Возможно, ещё одна причина (особенно применительно к сталинскому времени, но также и к более позднему) была в том, что большое количество одарённых людей заинтересовалось естественными науками, поскольку в них было меньше идеологических ограничений, чем, скажем, в истории или политических науках.

Бесспорно! Могу привести такой пример. В то время на мехмате было много аспирантов-иностранцев, и существовало такое правило: их научными руководителями могли быть только члены КПСС. Но какие-то аспиранты хотели работать, скажем, с Арнольдом, со мной или ещё с кем-то. Из этой ситуации был такой выход: члены партии становились офици-

²⁾ Оценки на подобных экзаменах нередко предопределялись административно-политическими соображениями, в частности стремлением обеспечить желательный национальный состав. — *Прим. ред.*

альными научными руководителями таких аспирантов, но на самом деле аспиранты работали под руководством беспартийных математиков.

ВОСТОК И ЗАПАД

Вы рассказывали, что в течение многих лет вам, как и многим другим российским математикам, был запрещён выезд за границу. Затрудняли ли эти ограничения развитие науки? Не помешало ли это должному признанию российских математиков на Западе?

На ваш вопрос ответить очень трудно: ведь вы спрашиваете, что бы случилось, если бы чего-то не случилось. Как о таком судить? Вред эти ограничения, бесспорно, принесли, а насколько большой — неясно.

Позиция Арнольда была категорична: российские математики не имеют должного признания на Западе. В период изоляции их результаты иногда переоткрывались на Западе вследствие слабости контактов. Поэтому российские математики получили меньшее признание, чем заслужили.

На это у меня, может быть, особая точка зрения. Вопрос в том, можно ли какой-то результат украсть. Моё мнение таково, хотя с ним многие, вероятно, не согласятся: если результат можно украсть, то он не слишком хорош.

Расскажите про Институт теоретической физики имени Ландау Российской академии наук — институт, в котором вы проработали много лет.

В течение многих лет Институт Ландау был лучшим научно-исследовательским институтом в России. Его организовали после безвременной смерти Л. Д. Ландау. У директора института И. М. Халатникова был замечательный дар находить для института талантливых людей по всей России. За несколько лет в институте сформировалась очень сильная группа физиков, таких как А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, А. Б. Мигдал, А. И. Ларкин, В. Е. Захаров, А. М. Поляков, А. А. Мигдал и многие другие. Группу математических физиков возглавлял С. П. Новиков; эта группа была гораздо менее многочисленна.

Выяснилось, что в теоретической физике есть большие разделы, в которых математики и физики прекрасно понимают друг друга и могут даже работать над похожими задачами. В числе таких математиков я могу назвать С. П. Новикова, И. М. Кричевера, К. М. Ханина, А. Б. Шабата и О. И. Богоявленского. Иногда мы приглашали физиков на наши семинары с докладами о своих результатах. Традиция совместно обсуждать вопросы, интересные и математикам, и физикам, сохраняется по сей день.

В 1993 году вы перешли из Института Ландау в Принстонский университет, сохранив за собой место в Москве. Почему должность в США была для вас столь привлекательна?

На этот вопрос ответить легко. Во-первых, в Принстоне у меня было много друзей: когда мы встречались, нам было много о чём поговорить, у нас было много общих интересов. Другая причина состояла в том, что многие учёные из России эмигрировали, и это изменило ситуацию в России. В прежние времена все были в Москве или Ленинграде; чтобы задать вопрос или что-то обсудить, достаточно было позвонить по телефону. А теперь такое стало невозможно; условия для работы на Западе, и в частности в Принстоне, стали лучше, чем в России.

Вы в США уже более двадцати лет; наверняка вы знаете американскую систему не хуже, чем российскую. Можете ли вы их сравнить?

Мне представляется, что жизнь научного сообщества и там, и тут устроена примерно одинаково. Впрочем, должен сказать, что в Московском университете я никогда не входил ни в какие комитеты и никогда не приглашался на организационные совещания. Сейчас же я председатель учёного совета Института проблем передачи информации РАН.

ПРЕПОДАВАНИЕ И СОТРУДНИЧЕСТВО

Вы преподавали почти всю свою жизнь. Есть ли у вас какие-то специальные педагогические приёмы и принципы?

Во-первых, преподавать студентам мне нравится больше, чем аспирантам. Когда ты читаешь лекции студентам, тебе сразу видно, как они становятся умнее и образованнее, как они усваивают новые знания. В аспирантских же курсах тема обычно достаточно узка и специальна, а слушателям в первую очередь интересны конкретные темы, нужные им для их диссертаций. Мне такое менее интересно.

Мой основной педагогический принцип таков: если студенты моих объяснений не понимают, то виноват в этом я. Я всегда прошу студентов задавать мне побольше вопросов. У тех, кто задавал мне больше вопросов во время курса, шансы на хорошую отметку будут выше.

Список ваших учеников, добившихся серьёзных успехов в науке, впечатляет. Упомянем хотя бы Григория Маргулиса, который в 1978 году получил филдсовскую премию и который будет на этой неделе читать одну из абелевских лекций, посвящённых вашим работам...

Думаю, причина здесь не во мне, а в том, над какими задачами мы работали. Мы занимались очень интересной математикой и формулировали интересные задачи, привлекавшие студентов. Я полагаю, что дело в этом.

Многие мои ученики предпочитали работать независимо — я никогда против этого не возражал.

Вы — прекрасный пример того, что математики могут успешно работать и в почтенном возрасте. В этом году у вас вышла совместная с двумя учениками статья по теории чисел. По теории чисел у вас есть и другие публикации; значит ли это, что вы по-прежнему интересуетесь этим аспектом эргодической теории?

Бесспорно. В том разделе теории чисел, в котором мы работаем, есть много задач, которые естественнее отнести к эргодической теории. Я не буду вдаваться в подробности, но наша статья скорее вышла бы из-под пера специалиста по эргодической теории, чем теоретико-числовика, так что нам получить результаты было проще.

В вашем списке публикаций присутствует много совместных работ. Видимо, вам нравится работать с большим количеством сотрудников.

Ну да, нравится, и им это нравится! И я никогда никому не предлагал стать моим соавтором. Я могу только обсуждать разные задачи и объяснять, что в них интересного.

И да, у меня было много соавторов. Мне очень нравилось работать с Донгом Ли (Dong Li), который сейчас работает в университете Британской Колумбии. Когда мы работаем над одной задачей, мы перезваниваемся много раз за день. И со многими другими учениками мне нравится работать. С разными людьми работается по-разному. Разумеется, я могу работать и с российскими математиками, и с математиками из других стран. Иногда мне нравится работать одному, но с возрастом мне стали нужны соавторы.

У вас всего одна совместная публикация с Колмогоровым, но вы упоминали, что хотели бы, чтобы их было больше.

В какой-то момент Колмогоров решил, что в Советском Союзе недостаточно развита прикладная статистика. Сам он занимался теоретической статистикой и получил в этой области много красивых и глубоких результатов, но ему не нравилось, что теоремы прикладной статистики не применяются на практике. Он нашёл задачу, связанную с движением земной оси, к которой можно было применить методы математической статистики. Французские обсерватории два раза в месяц публиковали данные о положении земной оси, а Колмогоров хотел построить статистические критерии, позволяющие предсказать её смещение. Он хотел, чтобы мы занялись этой задачей, и пригласил в группу очень хорошего геофизика Евгения Фёдорова — одного из ведущих специалистов в этой области. Сидим мы все, включая Колмогорова и Фёдорова, обсуждаем, и тут Колмогоров говорит: «Вы только посмотрите на этих людей: они лучше напишут статью для „Докладов“, чем будут делать что-нибудь по-

лезное!» (А «Доклады АН СССР» были главным российским научным журналом.) В нашей совместной статье (авторы: М. Арато, Колмогоров и я), написанной по этой теме, практически всё было сделано и записано самим Колмогоровым. Позднее Арато написал на ту же тему большую монографию.

Я стремился рассказывать Колмогорову и более поздние свои результаты. Иногда его реакция была неожиданной: «Почему вы занимаетесь этой задачей? Вы что, уже взрослый?» Но обычно он реагировал в высшей степени дружелюбно. Жаль, что мы с ним вместе так и не поработали. Возможно, причиной тому разница в стиле.

А это не Колмогоров утверждал, что он думает над задачей не больше двух недель?

Колмогоров любил говорить, что ни над одной своей статьёй он не работал долго. Как правило, он писал статью за две недели, и в этом наш с ним стиль работы серьёзно расходится. У Колмогорова был очень сильный темперамент, он не мог ничего делать медленно. Я же над некоторыми статьями работал годами.

Он ведь был выдающейся фигурой не только в российской математике, но и вообще в математике XX века.

Да, бесспорно. Можно я вам расскажу про него ещё одну историю? Когда Колмогорову было уже под восемьдесят, я спросил его, как так вышло, что он стал чистым математиком, хотя он работал над конкретными физическими задачами наподобие турбулентности. Он ответил, что он изучал результаты конкретных экспериментов. У него на полу были разложены статьи с экспериментальными данными, и именно на основе этих данных он сформулировал свои гипотезы о турбулентности.

То есть его интуиция подкреплялась физическими соображениями?

Да. Он выписывал физические журналы, и можно сказать, что он хорошо разбирался в физике.

А про вас тоже можно так сказать? Вы мыслите алгебраически, аналитически, основываясь на геометрической интуиции или у вас присутствует всё это?

Это зависит от задачи. Я могу, например, прийти к заключению, что у данной задачи есть конкретный ответ. Я тут как раз рассказывал журналисту историю о такой задаче. Я решал эту задачу два года и в конце концов нашёл, что ответ равен одной второй!

Но в целом я предпочитаю развивать общие теории, иногда — давать «правильные» определения, а не решать конкретные задачи.

Бывало ли у вас когда-нибудь «озарение по Пуанкаре», когда вы вдруг видите готовое доказательство?

Идеи часто приходят в голову неожиданно, иногда и как озарения. Но это происходит только после длительной напряжённой работы, и этот период работы может длиться годами. У меня не бывало озарений, когда я ловил такси или занимался ещё чем-нибудь в этом роде. Сначала — долго и много работать, а затем вдруг становится ясно, как решается задача.

Как бы выглядел список ваших результатов, которыми вы гордитесь больше всего?

Мне они все нравятся.

ГОРЫ

В своих ответах вы упоминали скончавшегося несколько лет назад В. И. Арнольда, блестящего российского математика. Арнольд, помимо многого другого, знаменит своим вкладом в так называемую КАМ-теорию. Вы оба посещали курсы и семинары Колмогорова в 1958 году, и вы говорили, что ваши с Арнольдом деды были близкими друзьями.

И вы, и Арнольд любили походы. Как-то вы вместе с ним ходили на Кавказ — расскажите нам историю про то, как вы пережидали дождь в пастушьем шатре.

Это очень забавная история. Погода была очень плохая, шёл сильный дождь. Мы пришли к пастушьему шатру, и пастухи пустили нас внутрь, чтобы мы обсушились. Мы потеряли в горах нашу палатку, так что решили вернуться и поискать её. Мы собрались было выйти, но у этих пастухов были очень крупные собаки — кавказские овчарки. Пастухи к тому времени уже ушли, а когда собаки увидели, что мы собираемся уходить, они окружили нас и стали яростно лаять. Арнольд в ответ начал ругаться на них самыми страшными ругательствами, и собаки его не тронули, зато они напали на меня. Покусать они меня не покусали, но штаны мне разорвали. В конце концов вернулись пастухи и нас вызволили.

Наш последний вопрос — не про математику. Разумеется, математика была главным делом вашей жизни, но ведь наверняка у вас были и другие интересы?

Я занимался, особенно когда был моложе, многими видами спорта. Я играл в волейбол и увлекался лыжами — и горными, и беговыми. Ещё я любил ходить в горы, хотя не могу сказать, что в этом деле я был профессионалом. Я часто ходил в горы со своим близким другом В. Е. Захаровым, занимавшимся интегрируемыми системами. Однажды мы оказались на очень трудном трёхсотметровом склоне, с которого мы спускались целых четыре часа! Пришлось пользоваться верёвками и прочим снаряжением. Сейчас мои спортивные возможности стали скромнее.

Большое спасибо за чрезвычайно интересную беседу. Мы бы хотели поблагодарить вас от имени Норвежского, Датского и Европейского математических обществ.

Вам большое спасибо.

Мартин Рауссен преподаёт математику в Олборгском университете в Дании. Кристиан Скау — профессор Норвежского научно-технического университета в Трондхейме. Они вместе берут интервью у всех абелевских лауреатов начиная с 2003 г.