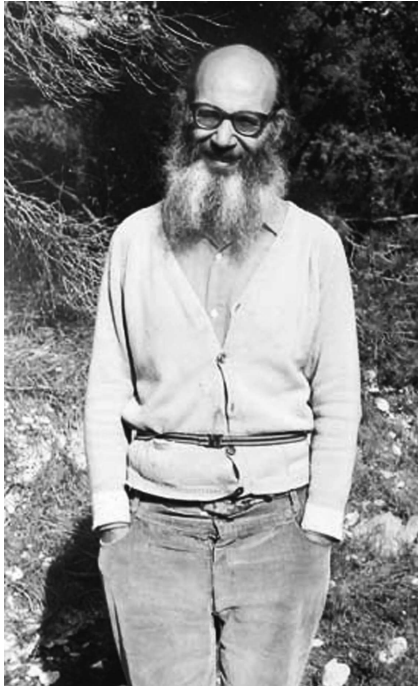


Уход Александра Гротендика

А. Б. Сосинский



Тринадцатого ноября 2014 года в больнице Сен-Жирона, небольшого городка в предгорьях Пиренеев, в возрасте 86 лет скончался великий французский математик Александр Гротендик.

Жизненный путь Гротендика с самого детства и до конца жизни был тяжёлым, его яркая личность, сложный характер и радикальные взгляды плохо вписывались во французский, да и в мировой научный истеблишмент. Более того, в последние 25 лет жизни он не только полностью порвал с математическим сообществом, но удалился от общества вообще, осознанно превратившись в затворника, жил один в небольшом доме в крохотной горной деревушке Ласер. Но не прекращал заниматься наукой, заполняя тонны бумаги своими математическими и философскими мыслями.

В этой статье я хотел бы по возможности объективно¹⁾ отследить жизненный путь Гротендика-математика, немного сказать о его научном наследии и попытаться пояснить истоки его жизненной позиции.

ДЕТСТВО И УЧЁБА

Александр Гротендик родился в Берлине 28 марта 1928 года. Его отец, Саша Шапиро, родом из Новозыbkова, убеждённый анархист, активно боровшийся с самодержавием, а затем с большевиками, перебрался в Берлин в 1922 году, где сошёлся с Йоганной (Ханкой) Гротендик, немкой из состоятельной протестантской семьи, тоже анархисткой. В 1933 году, опасаясь гитлеровской расистской политики, родители маленького Шурика (так его называли в семье) уехали в Париж, но год спустя отправили мальчика в Гамбург к Вильгельму Хейдорну, протестантскому пастору, антифашисту. Сами же продолжали отстаивать свои анархические взгляды во Франции, а затем в испанской гражданской войне. В 1939 году пастор, увидев, что черты лица взрослеющего мальчика всё более выдают его еврейское происхождение (по фотографиям видно, что взрослый Александр был очень похож на отца), отправил его обратно к родителям в Париж. Они воссоединились ненадолго: началась Вторая мировая война, и семья была интернирована. Мальчика, после нескольких тяжёлых месяцев в лагере, мать сумела отправить в деревню Шамбон-сюр-Линьон на юго-востоке Франции, где швейцарская благотворительная организация прятала от немцев и воспитывала еврейских детей. Там мальчик продолжил учёбу в местной школе.

Александр получил аттестат зрелости (baccalauréat) в 1945 году, сразу после окончания войны. Его отец погиб в Освенциме в 1942 году, но мать выжила, поселилась на юге Франции в Монпелье, куда затем переехал её сын. Александр поступил в местный университет на математический факультет.

Интерес, вернее, сильное увлечение математикой возникло у Александра очень рано. Десятилетний мальчик остро реагирует и испытывает настоящее озарение, когда понимает, что окружность, этот совершенный геометрический предмет, может быть в точности описана столь же элегантно формулой: $x^2 + y^2 = 1$. Эту реакцию Гротендик очень эмоцио-

¹⁾ Оговорка про объективность здесь уместна — его затворничество и отказ от обывательских ценностей вызвали ажиотаж у журналистов, которые в некрологах описывали выжившего из ума гения, не гнушаясь преувеличенными описаниями его странностей и прямым вымыслом. Призываю читателя смотреть только некрологи в серьёзных математических журналах, помня при этом, что и их авторы — члены того самого истеблишмента, который Гротендик отверг и демонстративно покинул.

нально и красиво описал в автобиографической книге «Урожаи и посевы» («Récoltes et Semailles»). После такого эпизода можно сказать, что с раннего детства Гротендик был «приговорён» к тому, чтобы стать алгебраическим геометром!

Учился Гротендик очень неровно, практически не ходил на лекции, абстрактные математические предметы сдавал блестяще, но завалил курс астрономии и получил посредственную оценку по теоретической механике. Вместо учёбы он сразу стал заниматься математическим творчеством: его очень заинтересовало понятие объёма, и в течение года он разработал соответствующую теорию. Оказалось, однако, что он «изобрёл велосипед»: его теория, с точностью до терминологии и обозначений, совпадала с теорией интеграла Лебега! На странного, но одарённого мальчика обратил внимание один из преподавателей университета Монпелье и отправил его с рекомендательным письмом в Париж в 1948 году к великому Эли Картану. Но так уж вышло, что он попал не к нему, а к его сыну Анри; тот его приобщил к своему знаменитому семинару, где Гротендик быстро ликвидировал пробелы в своём образовании и заразился идеологией недавно созданной группы Бурбаки. Вскоре Анри Картан предложил Гротендику перебраться в город Нанси, где работали два выдающихся представителя этой группы²⁾, Жан Дьёдонне и Лоран Шварц, чтобы подготовить диссертацию по функциональному анализу.

РАСЦВЕТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА

Дьёдонне и Шварц предлагают Гротендику на выбор 14 важных задач, при попытках решения которых сами они зашли в тупик. В период с 1948 по 1951 год Гротендик решает их все и публикует шесть статей, каждая из которых могла бы послужить диссертацией. Для защиты он выбирает одну из них: «Топологические тензорные произведения и ядерные пространства». Его работы докладывает в Париже Лоран Шварц, после чего Гротендика кооптируют в группу Бурбаки. С 1950 года он работает научным сотрудником в CNRS (Национальном центре научных исследований), но в 1953 году его увольняют из этой государственной организации. Дело в том, что он апатрид (человек без подданства), и чтобы получить французское гражданство, он должен отслужить в армии, а это противоречит его принципам: он убеждённый пацифист.

²⁾ Николя Бурбаки — коллективный псевдоним группы молодых французских математиков, радикально переосмысливших всю математику; в это время основные члены группы работали в Нанси и Чикаго, поэтому выдуманного учёного Бурбаки они поселили в несуществующий университет «Нанкаго». Подробнее о Бурбаки можно прочитать в [1].

И Гротендик отправляется за границу (1953–1956), сначала в Бразилию, затем в США, где после года в университете в Канзасе он попадает в университет Чикаго — второй оплот бурбакизма, где работал Андре Вейль. Во время заграничных странствий у Гротендика меняются научные интересы, от функционального анализа он переходит к топологии и алгебраической геометрии. Его последующие работы по алгебраической геометрии принесут ему всемирную славу.

Вернувшись во Францию, он застаёт там свою мать умирающей от туберкулёза. После её смерти в 1957 году он впадает в тяжёлую депрессию. А после выхода из неё для Гротендика начнётся самый счастливый и плодотворный период жизни. Он женится (от первого брака у него будет трое детей). Его успешной работе существенно способствует создание Леоном Мочаном³⁾ Института высших научных исследований (IHÉS), негосударственного физико-математического научного центра, куда с самого начала Гротендик приглашается на позицию постоянного профессора вместе с Жаном Дьёдонне, Рене Томом, Луи Мишелем и Давидом Рюэлем.

Совместно с Серром Гротендик вводит понятие *схемы* алгебраической поверхности, которое перевернёт всё развитие алгебраической геометрии. Мы не будем формулировать здесь определение этого абстрактного понятия, а приведём его поэтическое описание, заимствованное у М. А. Цфасмана: «образно говоря, по Гротендику поверхность состоит не только из точек, но также и из (духов) лежащих на ней кривых и (духа) самой поверхности».

В 1960-е годы Гротендик возглавляет работу над двумя огромными трактатами «*Éléments de géométrie algébrique*» (1774 страницы, совместно с Дьёдонне) и «*Séminaire de géométrie algébrique du Bois Marie*» (6521 страница!). Второй трактат опубликован в 1960–1969 годах в виде дюжины толстых книг, авторами которых числится Гротендик с учениками и коллегами. Роль Гротендика здесь была главенствующая: его нельзя считать автором опубликованных текстов, но он безусловно является главным автором их математического содержания. В этих работах введено несколько чрезвычайно важных понятий: *топосы*, *эталные когомологи*, *мотивы*, *мотивная группа Галуа*, ставших темами многочисленных работ таких авторов, как Ж.-П. Серр, П. Делинь, муж и жена М. Рейно, М. Демазюр, Л. Иллоси, М. Артин. Стоит отметить, что оба трактата, написанные очень

³⁾ Леон Мочан — ещё один выходец из России, хотел в молодости учиться математике, но не смог из-за бедственного материального положения, занялся бизнесом и очень преуспел. Когда ему было за 50, он вернулся в математику и даже защитил диссертацию, но главное — создал IHÉS, частный научно-исследовательский институт под Парижем. Об этом уникальном научном центре можно прочитать в [2].

подробно и формально на французском языке, на английский переведены лишь частично, а на русский не переведены вовсе.

В 1966 году на Международном конгрессе математиков в Москве Гротендику присуждается высшая награда математиков — медаль Филдса, но в знак протеста против нарушения прав человека в Советском Союзе он отказывается приехать в СССР её принять. По мере выхода из периода фанатического погружения в математическое творчество Гротендик всё больше интересуется общественно-политическими вопросами и экологией. Его антивоенные взгляды усиливаются в результате поездки во Вьетнам в 1967 году, он сильно реагирует на Пражскую весну 1968 года, на майские события 1968 года в Париже и манифестации в США против вьетнамской войны в том же году.

Узнав в 1970 году, что IHÉS частично финансируется военным министерством, Гротендик покидает этот институт. Вскоре он расходится с женой и прекращает публиковать математические работы. Ему 42 года. Начинается новый этап в его жизни.

ЭКОЛОГИЯ И ЖИЗНЕННАЯ ПОЗИЦИЯ

Гротендик пока ещё не порывает с математическим сообществом. Он становится в 1971 году французским гражданином и получает престижную позицию в Коллеж де Франс, но через год её теряет, когда выясняется, что вместо лекций по математике он читает курс под названием «Нужно ли вообще продолжать научные исследования?», в котором излагает своё радикальные общественные взгляды. После поездки в США он возвращается во Францию и получает в 1973 году профессорскую позицию в своей альма-матер — университете Монпелье. Там он преподаёт математику аспирантам, но не очень успешно — новые ученики уровня Делиня или Иллюзи у него в провинциальном университете не появляются, а тем, кто с ним работает, удаётся в лучшем случае лишь прикоснуться к трудным и глубоким задачам, которые он им предлагает.

В 1972 году он женится на своей американской студентке Джастин Бомби, образует с ней и группой друзей коммуну, сначала под Парижем, а потом недалеко от Монпелье. У них рождается сын, но вскоре жена забирает его и возвращается в США. В этот период Гротендик чередует занятия математикой с медитацией, иногда совмещая их. (Позднее он опишет свои занятия К-теорией как «йогу Римана — Роха — Гротендика».)

Гротендика очень волнуют экологические вопросы. Я помню, как в те годы некоторые мои французские коллеги возмущались: зачем он тратит всё своё время на идиотскую деятельность — закрытие атомных электро-

станций — вместо того, чтобы доказывать новые математические теоремы? Французские математики его поведение характеризовали примерно так: «наш гений совсем свихивается».

Тогда до Чернобыльской аварии оставалось менее десяти лет.

Но международное математическое сообщество не обращало внимания на странности поведения Гротендика и продолжало высоко ценить его работы. В 1988 году ему (вместе с его учеником П. Делинем) присуждается престижная премия Крафорда, но он от неё отказывается: для жизни, пишет он, мне хватает профессорской зарплаты, да и вообще все кандидаты на эту премию и так имеют достаточно денег и престижа, да к тому же нечего присуждать премию за труды 25-летней давности — ведь я с 1970 года удалился от научной деятельности.

ПОПЫТКА ВЕРНУТЬСЯ В НАУКУ

В 1984 году Гротендик предпринял попытку вернуться в основное русло математической науки и подал заявление на исследовательскую позицию в лаборатории CNRS в Монпелье. И получил отказ: отсутствие публикаций за предшествующее десятилетие противоречило формальным правилам приёма в лабораторию этой государственной организации. Отказ вызвал возмущение математической общественности и привёл к тому, что «в виде исключения» Гротендику разрешили вместо списка трудов последних лет представить проект исследований на ближайшие годы. И он такой проект написал: это ныне знаменитый текст *Esquisse d'un programme*⁴⁾ («Эскиз программы»).

Я хорошо помню, как этот текст, в виде препринта, попал в Россию. Так уж вышло, что Израиль Моисеевич Гельфанд поручил автору этих строк изложить содержание препринта на его семинаре. Реакции на доклад были самые разные — от откровенного недоумения и непонимания до одобрения и увлечения. Сам Израиль Моисеевич высказал своё положительное отношение к математическому содержанию препринта, но не стал призывать своих учеников заниматься соответствующей тематикой и не назначил продолжения моего доклада (я за один раз успел рассказать лишь около трети математического содержания текста Гротендика).

⁴⁾ Это 42-страничный опус, написанный блестящим литературным языком, в котором формальный математический текст перемешан с околomатематическими комментариями, иногда довольно эмоциональными. В этом произведении нет ни теорем с доказательствами, ни выделенных формальных определений, однако в нём вполне строго вводятся новые понятия и формально точно описываются разные математические конструкции. «Эскиз программы» так и не был переведён на русский язык, но перевод на английский доступен в интернете [3].

Не вдаваясь в подробности, хочу сказать несколько слов о математическом содержании этого текста. Прежде всего следует отметить, что Гротендик совершил в нём абсолютно неожиданный и радикальный переход от очень общих и изошрённых абстрактно-алгебраических построений (вроде теории схем, топосов и этальных когомологий) к наглядным геометрическим образам, а именно к изучению римановых поверхностей (комплексных алгебраических кривых). При этом изучении центральным оказалось понятие с удивительным названием *dessins d'enfants* («детские рисунки»). Грубо говоря, детский рисунок — это прообраз при разветвлённом накрытии линий разреза, по которым строится данная риманова поверхность. По поводу геометрии римановых поверхностей вот что пишет сам Гротендик: «С удивлением и изумлением в течение ряда лет я открывал (вернее, переоткрывал) потрясающее, неисчерпаемое богатство и не подозревавшуюся глубину этой темы. Я чувствую в ней $\langle \dots \rangle$ привилегированную точку, к которой направлены главные математические идеи и основные конструкции...»

Я оставляю за кадром остальные идеи, содержащиеся в этом тексте, как-то: связь *группоидов Тейлмюллера* и групп Галуа, *∞ -группоиды*, *ручная топология*, *правильные многогранники над конечным полем*, *некоммутативная гомологическая алгебра*.

Эти идеи впоследствии развивались математиками разных стран, но именно понятие детского рисунка оказалось наиболее востребованным и породило огромный поток публикаций в России и за рубежом.

А вот сам Гротендик (и его исследовательский проект) оказался невостребованным в официальных инстанциях: он так и не получил позиции в CNRS! Характерно, что во всех статьях про Гротендика, которые мне довелось читать, об этом позорном факте я не нашёл ни слова. Сегодня можно только гадать, что ещё мог бы придумать и опубликовать Гротендик, если бы он стал тогда работать как математик-исследователь в очень комфортных условиях лаборатории CNRS.

Итак, Гротендик остаётся на профессорской позиции в университете Монпелье и будет там работать до пенсии. На пенсию его отправляют, в соответствии с французским законом, по достижении 60-летнего возраста в 1988 году.

После 1984 года Гротендик по-прежнему не публикует никаких математических статей. В 1985 году он заканчивает 929-страничное автобиографическое произведение «Урожай и посевы», но ни одно издательство не отваживается его опубликовать⁵⁾.

⁵⁾ Неполный перевод на русский доступен в интернете. Французский текст опубликован позднее.

УХОД

В 1988 году Гротендик покидает общество математиков, а через два года порывает с обществом людей вообще: он уединяется в доме в крохотной пиренейской деревне Ласер, становится настоящим отшельником.

В свой деревенский дом Гротендик перевозит большое количество картонных коробок, содержащих черновики математических текстов, написанных им после 1970 года. В 1991 году пять таких коробок (20 000 листов рукописей) он переправляет своему ученику Жану Маглуару на хранение, но в письме к нему в 2010 году запрещает какую-либо публикацию содержащихся в них записей (коробки сейчас хранятся нетронутые в университете Монпелье). В том же году он сообщает своему любимому ученику Люку Иллюзи, что запрещает какое-либо распространение, электронное или бумажное, своих трудов, так же как их издание или переиздание.

В последние годы жизни Гротендик не пускал в свой дом никого, ни коллег-друзей, ни своих детей, ни соседей. В девяностые и нулевые годы его иногда посещал постоянный профессор IHÉS и бывший коллега по Бурбаки Пьер Картье. Мне Картье рассказывал, что в доме был простой монашеский быт, организованный так, чтобы минимально мешать медитации и работе. Впоследствии Гротендик отказался общаться и с Картье.

НАСЛЕДИЕ

Конечно, странности в поведении Гротендика во второй половине его жизни, его уход из жизни людей после 1990 года стали поводом для разных спекуляций в средствах массовой информации, которые представляли его для обывателей в образе классического выжившего из ума профессора. Это, увы, многократно встречавшаяся ситуация — человека, думающего не как все, молва объявляет умалишённым. Так в России было с Чаадаевым, а совсем недавно с Перельманом. Кстати, нельзя не отметить несколько совпадений в судьбах и жизненных позициях этих двух математиков: быстрое достижение вершин математического творчества, ранний уход из официальной науки, отказ от премий, аскетический образ жизни, полное отсутствие каких-либо карьерных устремлений и, начиная с определённого момента жизни, — отшельничество.

Для нас, математиков, пошлый публичный ажиотаж вокруг смерти Гротендика не должен затмевать объективную оценку доступной и понятной части его творческого наследия. А что касается неизвестной, неопубликованной части его бумаг, я надеюсь, что найдутся люди, готовые искать и способные обнаружить в десятках тысяч исписанных его рукой листков те самородки, которые наверняка в них содержатся.

В заключение я приведу список основных достижений Гротендика, составленный им самим:

1. Топологические тензорные произведения и ядерные пространства.
2. «Непрерывная» и «дискретная» двойственность (производные категории, «шесть операций»).
3. «Йога» Римана — Роха — Гротендика (К-теория, связь с теорией пересечений). (Под «йогой» Гротендик подразумевает основы теории, исходя из которых её можно развивать.)
4. Схемы.
5. Топосы.
6. Этальные и l -адические когомологии.
7. Мотивы и мотивная группа Галуа (\otimes -категории Гротендика).
8. Кристаллы и кристальные когомологии, «йога» коэффициентов де Рама, коэффициентов Ходжа.
9. «Топологическая алгебра»: ∞ -стеки, дериваторы; когомологический формализм топосов как основа для новой гомотопической алгебры.
10. Ручная топология.
11. «Йога» анабелевой алгебраической геометрии, теория Галуа — Тейхмюллера.
12. Взгляд на правильные многогранники и правильные конфигурации произвольного рода с точки зрения теории схем или теории чисел.

Более подробные сведения о Гротендике и его работах можно найти на сайте «Grothendieck Circle».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] *Сосинский А. Б.* Умер ли Никола Бурбаки? // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 2. М.: МЦНМО, 1998. С. 4–12.
- [2] *Сосинский А. Б.* IHÉS // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 10. М.: МЦНМО, 2006. С. 64–70.
- [3] *Grothendieck A.* Sketch of a program. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997. (London Math. Soc. Lecture Note Ser.; V. 242). P. 243–283.