

Онлайн-энциклопедия целочисленных последовательностей в 2021 году

А. Д. Заболотский

§ 1. ВВЕДЕНИЕ: ЧТО СОДЕРЖИТ ОНЛАЙН-ЭНЦИКЛОПЕДИЯ

Числа Фибоначчи:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610 ...

Последовательность факториалов чисел $n = 0, 1, 2, 3 \dots$:

1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40 320, 362 880 ...

Количество разбиений числа $n = 1, 2, 3 \dots$ на положительные целые слагаемые:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 15, 22, 30, 42, 56, 77, 101, 135, 176 ...

Всё это — целочисленные последовательности. В комбинаторике, теории чисел и развлекательных математических задачках они встречаются на каждом шагу. А раз есть множество схожих по форме объектов, значит, можно составить картотеку таких объектов. Такой картотекой и является Онлайн-энциклопедия целочисленных последовательностей — The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, OEIS. Она доступна в интернете по адресу <https://oeis.org/>.

Ссылки на OEIS регулярно встречаются на страницах «Математического просвещения». В то же время критерии включения в Онлайн-энциклопедию, устройство её редакционного процесса, её роль в математике и возможные перспективы редко обсуждаются в литературе. Поэтому надеюсь, что статья, освещающая эти вопросы, будет интересна читателю.

Что входит в OEIS? Иногда говорят, что главный критерий таков: целочисленная последовательность может попасть в OEIS, если ею когда-нибудь заинтересуется хоть кто-то независимо от её автора. Иначе говоря, последовательность должна быть интересной.

«Интересность», конечно, субъективное понятие. Однако бывший вице-президент Фонда OEIS Чарльз Грейтхаус написал эссе «Is this sequence interesting» (https://oeis.org/wiki/User:Charles_R_Greathouse_IV/Is_this_sequence_interesting) с классификацией последовательностей, позволяющей понять, как в Онлайн-энциклопедии оценивают, является ли последовательность интересной и подходящей. В основном следуя Грейтхаусу, поделим последовательности на следующие категории.

- **Интересные и, вероятно, подходят для OEIS.** Последовательность, которую порождает простая и естественная формула или алгоритм и которая при этом обладает неожиданными свойствами (хотя бы красивым графиком); последовательность, к которой приводят различные формулы или алгоритмы, которые кажутся не связанными между собой; последовательность, иллюстрирующая красивую теорему; последовательность из известной загадки или задачи. Также к этой категории относятся последовательности из опубликованной научной литературы.
- **Интересные, но, вероятно, не подходят для OEIS.** Очень короткие последовательности; последовательности, члены которых вычислены лишь приблизительно; последовательности, почти не отличающиеся от уже имеющихся в OEIS.
- **Неинтересные, но, возможно, подходят для OEIS.** Очень простые последовательности, например последовательность из одних единиц, а также последовательности из научной литературы, содержащие ошибки.
- **Неинтересные и, вероятно, не подходят для OEIS.** Последовательности, определения которых не являются *естественными*¹⁾.

Каждая последовательность в OEIS имеет шестизначный номер, предваряемый буквой A; в частности, приведённые выше последовательности имеют номера A000045, A000142, A000041. Каждая запись о последовательности содержит замечания о её свойствах, формулы и программы для её вычисления, ссылки на релевантную литературу и веб-страницы, текстовый файл с длинным списком членов последовательности (так называемый b-файл). В OEIS уже треть миллиона записей, и она продолжает непрерывно пополняться.

¹⁾ Особенно часто случаются злоупотребления операциями с десятичными цифрами или последовательностями простых чисел (в духе «Элементы последовательности A000055, являющиеся простыми числами» — бессмысленный выбор, учитывая, что A000055 подсчитывает количество деревьев на n вершинах).

§ 2. ИСТОРИЯ И ОРГАНИЗАЦИЯ

Основатель Энциклопедии математик Нил Джеймс Александр Слоун рассказывал её историю неоднократно. В 1964 году, ещё будучи студентом, Слоун начал собирать коллекцию целочисленных последовательностей. Эта коллекция непрерывно пополнялась, дважды была издана в виде книги и стала относительно известной. В 1996 году в коллекции насчитывалось уже десять тысяч последовательностей, и Слоун сделал её непосредственно доступной для читателей через интернет; тогда Энциклопедия и стала Онлайн-энциклопедией. Это дополнительно увеличило как аудиторию, так и поток сообщений с комментариями и новыми последовательностями. Слоуну приходилось обрабатывать более сотни электронных писем в день. В 2009 году Слоун официально зарегистрировал некоммерческую организацию «Фонд OEIS» и сделал Фонд правообладателем материалов Онлайн-энциклопедии. В это же время была предпринята попытка превратить OEIS в вики²⁾ на движке MediaWiki, но применявшийся в этом вики-движке поисковый механизм не подходил для последовательностей. В результате Расс Кокс, разработчик из компании Google, написал специально для OEIS программное обеспечение (вики-движок и поиск), которое и используется с 2010 года.

Последние десять лет OEIS работает в режиме премодерируемой вики. Это значит, что любой желающий может зарегистрироваться и предложить новые последовательности или правки в существующие записи о последовательностях, но опубликованы эти правки будут только после одобрения редакторами. Ниже я расскажу подробнее о том, как устроен этот процесс.

Нил Слоун, которому сейчас 81 год, занимает пост президента Фонда OEIS. Он совместно с попечительским советом фонда решает юридические и финансовые вопросы. Фонд финансируется из частных пожертвований (в значительной степени приходящих от редакторов OEIS) и грантов Фонда Саймонса. Фонд OEIS тратит 20–30 тыс. долларов в год. Деньги уходят, в частности, на оплату сервера, на котором работает OEIS.

Помимо работы с документами Фонда OEIS, Слоун продолжает исследовать свойства разных интересных последовательностей и вести переписку о них, а также часто принимает окончательное решение по вопросам, касающимся OEIS, когда между редакторами есть разногласия.

²⁾ Вики, или вики-проект — сайт, содержимое которого редактируется пользователями совместно. Программное обеспечение «под капотом» вики-проекта называют вики-движком. Самый известный вики-проект — Википедия, она работает на движке MediaWiki.

§ 3. КАК УСТРОЕНА OEIS

Технически Онлайн-энциклопедия состоит из двух частей.

Первая часть — это основной сайт OEIS (<https://oeis.org>). Он представляет собой интерфейс к поиску по базе данных OEIS и вики-движку для её редактирования и пополнения (их в 2010 году создал Расс Кокс). Кроме того, на основном сайте содержатся старые справочные страницы разного качества.

Вторая часть — так называемая The OEIS Wiki, т. е. вики OEIS. Она расположена по адресу <https://oeis.org/wiki> и представляет собой вики на движке MediaWiki — ту самую, в которой в 2009 году попытались вести всю деятельность OEIS. В этой части OEIS содержится следующее:

- регистрация новых пользователей;
- справочные материалы для авторов;
- связь с другими авторами;
- указатель записей OEIS (довольно избирательный, в основном составленный вручную);
- поддерживаемый вручную список работ, ссылающихся на OEIS;
- списки редакторов и журнал блокировок;
- околomатематические страницы, написанные различными авторами.

Всё содержимое и почти весь интерфейс OEIS — на английском языке.

Новые последовательности и правки в уже имеющиеся записи обрабатываются на основном сайте. Запросить регистрацию в качестве автора может любой пользователь, а модерацией поступающих материалов занимаются редакторы. В OEIS две группы редакторов: старшие редакторы (Editors-in-Chief) могут публиковать исправления и новые последовательности на сайте, младшие редакторы (Associate Editors) могут лишь пометить их как «проверенные», т. е. их роль чисто консультативная.

На момент написания этих строк в OEIS имелось 35 старших редакторов, многие из которых активно работают в OEIS, и около сотни младших редакторов, из которых собственно редактированием занимаются менее десятка. Все редакторы, как и руководство Фонда OEIS, работают бесплатно и добровольно. Автор OEIS может стать редактором, предложив свои услуги в этом качестве или неожиданно получив полномочия от Нила Слоуна, если тот сочтёт, что этот автор достаточно хорошо понимает дух Онлайн-энциклопедии.

Предположим, автор составил проект новой записи о последовательности или подготовил правку в существующую. И то и другое обраба-

Draft edits for A333855

(Underlined text is an addition; strikethrough text is a ~~deletion~~.)

<u>A333855</u>	allocated for <u>Wolfdieter Lang</u> (<u>history</u> ; <u>published version</u>)
Individual edits:	
#2 by <u>Wolfdieter Lang</u> at Tue May 12 11:33:46 EDT 2020	
NAME	allocated Numbers $2^k + 1$ with <u>A135303(k) >= 2</u> , for <u>Wolfdieterk >= 1</u> , sorted lang increasingly.
DATA	<u>17, 31, 33, 41, 43, 51, 57, 63, 65, 73, 85, 89, 91, 93, 97, 99, 105, 109, 113, 117, 119, 123, 127, 129, 133, 137, 145, 151, 153, 155, 157, 161, 165, 171, 177, 185, 187, 189, 193, 195, 201, 205, 209, 215, 217, 219, 221, 223, 229, 231, 233, 241, 247, 249, 251, 255, 257, 259, 265, 267, 273, 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289, 291, 297, 301, 305, 307, 313, 315, 321, 323, 325</u>
OFFSET	<u>1,1</u>
COMMENTS	<u>These are the numbers a(n) for which there is more than one periodic Schick sequence. In his notation B(a(n)) >= 2, for n >= 1.</u> <u>These are also the numbers a(n) for which there is more than one coach in the complete coach system Sigma(b = a(n)) of Hilton and Pedersen, for n >= 1</u> <u>These are the numbers a(n) for which there is more than one cycle in the complete system MDS(a(n)) (Modified Doubling Sequence) proposed in the comment by Gary W. Adamson, Aug 20 2019, in A003559.</u> <u>The complement relative to the odd numbers >= 3 is given in A333854.</u> <u>The subsequence for odd primes is identical with A268923.</u>
REFERENCES	<u>Carl Schick, Trigonometrie und unterhaltsame Zahlentheorie, Bokus Druck, Zürich, 2003 (ISBN 3-9522917-0-6). Tables 3.1 to 3.10, for odd p = 3..113 (with gaps), pp. 158-166.</u>
LINKS	<u>Peter Hilton and Jean Pedersen, A Mathematical Tapestry: Demonstrating the Beautiful Unity of Mathematics, Cambridge University Press, 2010, pp. 261-264.</u>
FORMULA	<u>Sequence {a(n)}_{n>=1} of numbers $2^k + 1$ satisfying <u>A135303(k) >= 2</u>, for <u>k >= 1</u>, ordered increasingly.</u>
CROSSREFS	<u>Cf. A003558, A135303, A216371, A268923, A333854.</u>
KEYWORD	<u>allocated</u> <u>nonn</u>
AUTHOR	<u>Wolfdieter Lang, May 12 2020</u>
STATUS	<u>approved</u> <u>editing</u>
#3 by <u>Wolfdieter Lang</u> at Tue May 12 11:33:52 EDT 2020	
STATUS	<u>editing</u> <u>proposed</u>
#4 by <u>Michel Marcus</u> at Wed May 13 11:24:27 EDT 2020	
REFERENCES	<u>Peter Hilton and Jean Pedersen, A Mathematical Tapestry: Demonstrating the Beautiful Unity of Mathematics, Cambridge University Press, 2010, pp. 261-264.</u>
LINKS	<u>Peter Hilton and Jean Pedersen, A Mathematical Tapestry: Demonstrating the Beautiful Unity of Mathematics, Cambridge University Press, 2010, pp. 261-264.</u>
STATUS	<u>proposed</u> <u>editing</u>
Discussion	
Wed May 13 11:24	<u>Michel Marcus</u> : data section bit big: could be cut right after 255
#5 by <u>Michel Marcus</u> at Wed May 13 11:24:52 EDT 2020	
STATUS	<u>editing</u> <u>proposed</u>
#6 by <u>Wolfdieter Lang</u> at Wed May 13 11:30:09 EDT 2020	
DATA	<u>17, 31, 33, 41, 43, 51, 57, 63, 65, 73, 85, 89, 91, 93, 97, 99, 105, 109, 113, 117, 119, 123, 127, 129, 133, 137, 145, 151, 153, 155, 157, 161, 165, 171, 177, 185, 187, 189, 193, 195, 201, 205, 209, 215, 217, 219, 221, 223, 229, 231, 233, 241, 247, 249, 251, 255, 257, 259, 265, 267, 273, 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289, 291, 297, 301, 305, 307, 313, 315, 321, 323, 325</u>
STATUS	<u>proposed</u> <u>editing</u>
Discussion	
Wed May 13 11:31	<u>Wolfdieter Lang</u> : O.k. Michel. Thanks for the shifting Links ->refs.
#7 by <u>Wolfdieter Lang</u> at Wed May 13 11:31:37 EDT 2020	
STATUS	<u>editing</u> <u>proposed</u>
Discussion	
Wed May 13 11:33	<u>Amiram Eldar</u> : The first character of the name is "\"...?
#8 by <u>Wolfdieter Lang</u> at Thu May 14 03:29:49 EDT 2020	
NAME	Numbers $2^k + 1$ with <u>A135303(k) >= 2</u> , for <u>k >= 1</u> , sorted increasingly.
STATUS	<u>proposed</u> <u>editing</u>
Discussion	
Thu May 14 03:30	<u>Wolfdieter Lang</u> : Thanks Amiram Eldar! Sorry, I overlooked this.
#9 by <u>Wolfdieter Lang</u> at Thu May 14 03:30:47 EDT 2020	

Рис. 1. Предложенная последовательность с комментариями редакторов

тывается редакторами почти одинаково, так что будем для краткости называть и то и другое «открытая правка» (в интерфейсе OEIS — «draft»). После создания открытой правки следующий шаг для автора — нажатием соответствующей кнопки пометить открытую правку как предложенную на рассмотрения редакторам (статус «proposed»). На любом этапе рассмотрения открытой правки её автор или другой пользователь может внести в неё изменения, после чего её вновь надо предложить к рассмотрению. Редакторы OEIS могут оставить указания, вопросы или реплики для других редакторов в «розовых комментариях» («pink-box comments») к открытой правке или внести собственные изменения.

Когда кто-то из редакторов сочтёт новую последовательность готовой к публикации, он переведёт её в статус «проверено» («reviewed»). После этого кто-то из главных редакторов переведёт её в статус «одобрено» («approved»), и в этот момент последовательность будет опубликована в OEIS. Если же редакторы решат, что предложенная последовательность не подходит для OEIS (например, выяснится, что это дубликат существующей последовательности), то она будет удалена, точнее, «переработана» («recycled») — содержимое удалено, а выделенный для последовательности номер будет использован позже кем-то другим. Принятие или отклонение изменения в существующую последовательность устроено так же, но в случае отрицательного решения переработка не происходит.

Время, которое пройдёт до момента, когда открытая правка будет отмечена проверенной (иногда — сразу одобренной), трудно предсказать. Это может занять буквально от часа до нескольких месяцев. В большинстве случаев — от месяца до двух для новых последовательностей.

Обычно имеется порядка трёхсот открытых правок одновременно. Редакторы сами решают, какими из них заняться. У редакторов нет практически никаких специальных инструкций. Есть две закрытые почтовые рассылки, но они очень мало используются, почти всё общение между редакторами происходит прямо в OEIS, в «розовых комментариях» к открытым правкам.

Если вы сами попробовали стать автором и вашу последовательность приняли — замечательно! Не приняли — не страшно: OEIS — не единственная и не всегда наиболее подходящая площадка для публикации математических идей.

Содержимое OEIS публикуется по лицензии CC BY-NC 3.0, что позволяет использовать и модифицировать его в некоммерческих целях при наличии ссылки на источник.

§ 4. Сообщество и влияние

Сообщество OEIS обладает своеобразной привлекательностью. В создании Онлайн-энциклопедии участвуют люди со всего света, представители самых разных народов, и поскольку все выступают под своими настоящими именами, то можно видеть редкостное разнообразие имён — английские, русские, немецкие, испанские, румынские, китайские, индийские, вьетнамские и так далее, и так далее.

Среди авторов есть как математики (студенты, аспиранты и профессора на пенсии, гораздо реже — постдоки и работающие профессора, в том числе известные), так и более или менее квалифицированные любители: физики, инженеры, работники сферы информационных технологий, учителя математики, школьники. Энциклопедия OEIS может быть подходящим местом для публикации результатов школьного проекта, если руководитель знаком с требованиями к содержанию и оформлению предлагаемых записей о последовательностях: например, последовательности A275302–A275305 (касаются муравья Лэнгтона, ползающего по треугольному паркету) и A275667 (касается клеточного автомата типа игры «Жизнь» на треугольном паркете, в котором изначальный паттерн порождает собственные копии) были получены школьниками в Летней школе «Слон» на организованном мной исследовательском проекте по клеточным автоматам.

Большинство авторов добавляют материал в OEIS единожды или изредка. Некоторых авторов OEIS затягивает, и Энциклопедия становится их многолетним увлечением. Постоянные авторы часто имеют определённую специализацию. Например, Шон Ирвин, разработчик программного обеспечения для биоинформатики из Новой Зеландии, занимается Энциклопедией с самого момента её выхода в интернет; с 2009 года Шон постоянно снабжает последовательности, начав с A000001 «Количество групп порядка n », написанными на языке Java программами. Попутно Шон регулярно находит и исправляет ошибки в OEIS; по его словам, это быстро стало основным стимулом к его работе. Программы Шона объединены в единый комплекс под названием jOEIS (<https://github.com/archmageirvine/joeis>), и количество последовательностей, члены которых jOEIS научился генерировать за 11 с лишним лет, превысило сто тысяч.

Постоянные авторы иногда обсуждают идеи последовательностей в открытой почтовой рассылке seqfan. Наиболее квалифицированным постоянным авторам, таким как тот же Шон Ирвин, Нил Слоун в конце концов даёт полномочия редакторов (соответственно, большинство из редакторов — не профессиональные математики). Встречаются среди по-

стоянных авторов и фрики, чьё упорство больше похоже на одержимость; наиболее одиозных из них Нил Слоун блокирует.

Вносить информацию в OEIS не значит заниматься математикой, но в идеале значит помогать тем, кто занимается математикой. Лектор университета Стратклайда Сергей Китаев, неоднократный автор OEIS, и почётный профессор Ратгерского университета Дорон Цейльбергер, член консультативного совета фонда OEIS, оценивают Онлайн-энциклопедию как известный, уважаемый и ценный инструмент для математиков, работающих в соответствующих областях (комбинаторика, теория чисел), а также для математиков-любителей. Цейльбергер не преминул заметить, что любительская математика «столь же важна и часто более интересна» по сравнению с профессиональной; в самом деле, многие материалы из OEIS вряд ли окажутся очень уж важными для математической науки, но они красивы и интересны.

Трудно сказать, насколько часто данные OEIS приводят к нетривиальным математическим открытиям, но несомненно, что такое случалось неоднократно. Так, Китаев рассказывает о последовательности A022493 «Числа Фишберна $\langle \dots \rangle$; также количество неизоморфных интервальных порядков на n неразличимых точках»:

Эта история началась, когда я и двое моих коллег развлекались с новым типом паттернов перестановок (известным ныне как бивинкулярные паттерны, *bivincular patterns*) и обнаружили с помощью OEIS, что они связаны с интервальными порядками (которые суть то же самое, что $(2+2)$ -свободные частично упорядоченные множества). Мы сумели не только комбинаторно объяснить эту связь, но и подсчитать интервальные порядки с помощью так называемых подъёмных последовательностей, *ascent sequences* (мы ввели их как инструмент, но теперь они привлекли значительный интерес в литературе), решив таким образом задачу, которая оставалась открытой около 40 лет. Наша работа была весьма влиятельной, и позже она привела к семейству симпатичных обобщений интервальных порядков, предложенных различными авторами. По сути, вся эта работа не смогла бы состояться без OEIS, ведь как бы мы смогли догадаться, что наши перестановки, избегающие определённые паттерны, связаны, скажем, с интервальными порядками?!

Энциклопедия OEIS вдохновила и другие подобные проекты — «базы идентификационных данных» (*fingerprint databases*, <https://www.ams.org/journals/notices/201308/rnoti-p1034.pdf>). Характерный пример — «Эн-

циклопедия центров треугольника» (<https://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>) Кларка Кимберлинга, профессора Университета Эвансвилла и многолетнего автора OEIS. Эта база данных начинается с точек пересечения биссектрис, медиан, срединных перпендикуляров и высот треугольника и продолжается сведениями о десятках тысяч точек, которые в том или ином смысле можно назвать центрами треугольника. В этом проекте невооружённым глазом заметно влияние OEIS во многих аспектах, от организации информации до спартанского дизайна, да и в самом грандиозном размере.

§ 5. ПЕРСПЕКТИВЫ И ВЫЗОВЫ

Сейчас, как сообщает Расс Кокс, OEIS имеет 300 тысяч посещений в месяц и 80 тысяч правок в год. Появление нынешнего программного обеспечения OEIS в 2010 году позволило распределить огромную работу по редакции всех входящих правок, которую раньше выполнял Нил Слоун в одиночку, на несколько десятков активных редакторов. Йёрг Арндт, профессор Нюрнбергского технического университета им. Георга Симона Ома и один из самых активных редакторов OEIS, отмечает: «Двадцать лет назад многие записи были очень краткими, часто включали лишь название, приблизительно обозначающее, о чём эта последовательность, и одну-две ссылки на статьи. Теперь же многие последовательности включают самостоятельное определение и примеры». Это несомненный успех, как и несколько тысяч цитирований OEIS в научной литературе. Нил Слоун же получил возможность уделять больше времени математической работе (исследование последовательностей, написание статей), отвечать на математические и историографические запросы о последовательностях с помощью своих огромных бумажных и электронных архивов, больше заниматься популяризацией OEIS (делать доклады и писать статьи о новых интересных последовательностях), а также делать формально-бюрократическую работу по руководству фондом OEIS и осуществлять фактическое стратегическое руководство Энциклопедией.

Что будет с OEIS дальше, в долгосрочной перспективе? Когда я задал этот вопрос Нилу Слоуну, он ответил:

ОЧЕНЬ ВАЖНО, чтобы она **не менялась слишком сильно**. У нас хорошая система, и важно её сохранить. Она работает почти 60 лет. Я надеюсь, что эта база данных будет существовать сотню лет без больших изменений. Я прожил долго, и многие вещи некоторое время существовали, а затем были куплены, или проданы, или погибли, или исчезли. Или изменились до неузнаваемости.

Кроме того, Слоун считает, что не следует как-либо менять ни правила и руководства OEIS, ни её программное обеспечение. В будущем управлять OEIS будет Фонд OEIS; попечительский совет Фонда доселе занимался только финансовыми вопросами, так что, видимо, когда Слоун перестанет руководить Фондом, фактическое руководство перейдёт вице-президенту Фонда. Сейчас это место занимает Расс Кокс³⁾, и он также считает, что нужно сосредоточиться на содержании Энциклопедии, а в программном обеспечении OEIS он планирует в первую очередь улучшать поиск и автоматизировать указатель; отметим, что Расс Кокс действительно постоянно улучшает качество поиска последовательностей.

Неужели OEIS действительно не нуждается ни в каких изменениях?

Темп роста OEIS постепенно увеличивается. С одной стороны, это свидетельство успеха OEIS. С другой — возрастает нагрузка на редакторов. Нил Слоун справедливо отмечает, что сроки рассмотрения поступающей информации гораздо короче, чем в престижных математических журналах. Однако в своих выступлениях он регулярно говорит, что в OEIS поступает много материала и Энциклопедии нужно больше редакторов. Неспроста ограничение для авторов на количество открытых правок по умолчанию недавно было снижено с 7 до 3. В самом деле, хотя правки постоянных авторов и редакторов часто публикуются быстро, многие открытые правки маринуются в очереди долгое время. Должны быть причины, по которым редакторы всё время проходят мимо этих открытых правок, а самым действенным механизмом принятия решений оказывается Слоун *ex machina*.

Причины эти разнообразны и взаимосвязанны. В вики-движке OEIS отсутствуют многие функции, имеющиеся в движке MediaWiki и привычные любому, кто работает в Википедии, например, список наблюдения или поиск по обсуждениям («розовым комментариям»). В рамках отдельно взятой открытой правки отображаются подряд все комментарии и устаревшие версии, в нетривиальных случаях они могут накапливаться как снежный ком, что, с одной стороны, демотивирует редакторов разбираться в длинных «простынях» обсуждений, с другой — удерживает редакторов от высказывания мнения, чтобы не добавлять лишние реплики, осложняющие работу коллегам (полагаю, особенно это касается младших редакторов).

Ещё с тех пор, когда Энциклопедия не была онлайн-овой, установилось весьма разумное правило: отдельные замечания и формулы в запи-

³⁾ В конце июня 2021 г. стало известно, что Расс Кокс сменил Нила Слоуна на посту президента Фонда OEIS.

сях о последовательностях снабжаются подписью их авторов с датами добавления. Вики-движок с удобным просмотром истории правок, вообще говоря, делает подписи ненужными, но правила по-прежнему требуют их добавлять. Кроме того, в правилах OEIS записано, что редакторы могут «безжалостно отредактировать» текст, добавленный авторами. В результате масса усилий тратится на споры о том, как оформить, допустим, подписи у замечания, написанного одним автором и изменённого другим. К тому же в замечаниях к последовательностям принят хронологический порядок, что препятствует их упорядочению и тематическому секционированию.

Далее, у разных редакторов разные вкусы и немного разные представления о том, какие именно последовательности являются интересными и подходящими. К тому же, как говорит Нил Слоун, устанавливать законы на любой случай — не в духе OEIS. Это так, но отсутствие прописанных общепринятых принципов приводит к сложностям и задержкам обработки не очень интересных последовательностей. Поток предлагаемых последовательностей с пограничной интересностью довольно велик, и они замусоривают очередь открытых правок, а при попадании в OEIS — поисковую выдачу, становясь проблемой уже не редакторов, а читателей.

Немногие правила, установленные однозначно, относятся в основном к оформлению. При этом они не всегда записаны в The OEIS Wiki, а если и записаны, то заметных ссылок на них из интерфейса OEIS нет, что порождает огромное количество одинаковых недочётов у разных авторов и, соответственно, комментариев от редакторов: «пожалуйста, поставьте точку в конце названия» и т. п. Поскольку среди этих правил и ограничений есть очень простые и формальные (например: b-файл и данные в основном содержании записи должны всегда согласоваться между собой), их можно было бы реализовывать чисто техническими методами, но вики-движок OEIS не даёт такой возможности, и Нил Слоун обычно отвергает технические подходы к выполнению рутинных задач.

Георг Фишер, проработавший программистом-разработчиком почти 45 лет и недавно присоединившийся к работе над jOEIS, разработал средства регулярных автоматизированных проверок OEIS на очевидные проблемы, такие как неправильные b-файлы. Он справедливо отмечает, что эти инструменты стоило бы интегрировать в программное обеспечение OEIS. Также он замечает, что пользовательский интерфейс OEIS нуждается в обновлении. Если же составить полный список изменений, которые многие редакторы (включая меня) считают остро необходимыми, он получится настолько длинным, что наиболее актуальными оказываются мета-улучшения: Георг Фишер назвал самой срочной задачей расширение

команды разработчиков и системных администраторов, Йёрг Арндт — открытие баг-трекера для программного обеспечения OEIS. Отдельного упоминания заслуживают возможные проблемы с безопасностью: если в системе OEIS, которую никогда не исследовали специалисты по информационной безопасности, обнаружатся уязвимости, которыми воспользуются злоумышленники, то могут непосредственно пострадать уже читатели Энциклопедии.

Сейчас дальнейшим развитием программного обеспечения OEIS занимается его автор — Расс Кокс. Он написал код этой системы на языке программирования Go. Это был естественный выбор, поскольку Расс сам разрабатывал этот язык; он и сейчас возглавляет этот проект в компании Google (что, очевидно, не способствует наличию большого количества времени на хобби типа OEIS). Но тогда, в 2010 году, этот язык был новым, мало кто знал его. Это подняло порог вхождения для новых разработчиков. Сейчас язык Go более распространён, так что можно было бы привлечь больше разработчиков; денег на оплату труда таких специалистов у Фонда OEIS нет, но все связанные с OEIS люди и так волонтёры. Расс Кокс говорит, что в позапрошлом году «были предприняты некоторые шаги в сторону превращения программного обеспечения OEIS в нечто, над чем могли бы работать другие люди, но этого пока не произошло». Таким образом, Расс Кокс не рассматривает привлечение новых разработчиков как дело первостепенной важности, Нил Слоун — тем более. Чарльз Грейтхаус говорит, что имеется небольшая группа людей, которые хотят и могут вносить изменения в код программного обеспечения OEIS, но они не делают этого по разным причинам (сам Грейтхаус ссылается на недостаток времени). Таким образом, реализация в ближайшее время изменений, которые многие редакторы считают необходимыми, кажется маловероятной.

Мета-проблема же состоит в том, что в сообществе OEIS просто не существует практики обсуждения подобных проблем и принятия каких-либо решений по итогам обсуждений. Форумов, как в Википедии, в OEIS нет; редакторские рассылки малоактивны, и в них в любом случае обсуждаются только частные вопросы, а попытки обсуждения общих обычно заканчиваются ничем; попечительский совет Фонда OEIS занимается лишь финансовыми делами; консультативный совет не функционирует. Получается, что стратегические решения может принимать только сам Нил Слоун, при этом времени на обсуждение таких вопросов у него не так много, а собственная позиция весьма консервативная.

Нил Слоун создал замечательную Энциклопедию, которая объединяет любителей математики со всего мира и стала ценным инструментом для

профессиональных математиков. У него всегда найдутся добрые слова для авторов и редакторов. Расс Кокс сделал возможным развитие Энциклопедии в её нынешней форме и продолжает улучшать её. (Есть и другие люди, причастные к созданию и функционированию OEIS; на описание их роли здесь, к сожалению, недостаточно места.) Авторы продолжают пополнять OEIS, а редакторы — поддерживать качество её содержания. Я надеюсь, что Онлайн-энциклопедия целочисленных последовательностей будет жить и развиваться долго и счастливо.

§ 6. ПОСТСКРИПТУМ: ВСЕ ЧИСЛА ИНТЕРЕСНЫЕ, НО НЕКОТОРЫЕ ИНТЕРЕСНЕЕ ДРУГИХ

В заключение предлагаем читателю поразмыслить над загадкой, относящейся к неформальному аспекту математики. Взгляните на рис. 2. Если вы программируете, то можете воспроизвести его самостоятельно, воспользовавшись файлом <https://oeis.org/stripped.gz> со всеми последовательностями OEIS. На рисунке видно, что в целом чем число n больше, тем реже оно встречается в OEIS. При этом большинство точек формируют две выраженные полосы — нижняя погуще, верхняя поразреженнее. Это значит, что среди всех натуральных чисел можно выделить некую большую группу чисел, заметно чаще встречающихся в Онлайн-энциклопедии (они и формируют верхнюю полосу). Первый вопрос: что это за группа чисел? Чтобы подсмотреть ответ на этот вопрос в интернете, следует знать, что просвет между этими двумя полосами известен как

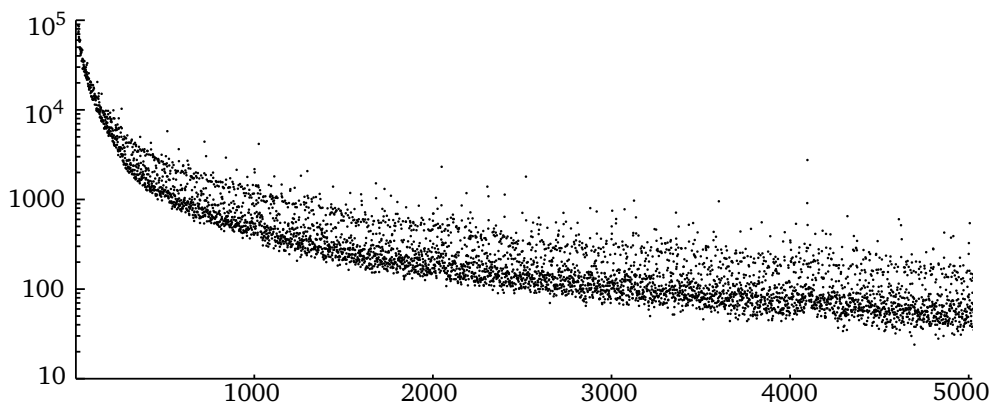


Рис. 2. По горизонтальной оси отложено натуральное число n , а по вертикальной (в логарифмической шкале) — сколько раз число n встречается в отображаемой части всех последовательностей OEIS

Sloane's gap (пробел Слоуна). Второй вопрос: как охарактеризовать числа, которые аномально часто встречаются в OEIS, оказываясь на графике даже выше верхней полосы? Этот вопрос посложнее первого и, по-видимому, не имеет ясного и однозначного ответа.