

---

---

# По мотивам задачника

---

---

## К статье И. Е. Воробьёва

В олимпиадном мире хорошо известен сюжет о том, что попарно различные квадратные радикалы из целых чисел, свободных от квадратов, линейно независимы над  $\mathbb{Q}$  (см., например, [8, с. 99–103]). В то же время сюжет про радикалы высших степеней не получил отражения в кружковой практике. Это побудило школьника (ныне студента) Ваню Воробьёва самому себе поставить задачу (что методически важно) и разобраться в вопросе. На основе этой работы и написана данная статья, содержащая решение задачи 25.11 из задачника «Математического просвещения»:

*Числа  $m_1, \dots, m_k$  свободны от  $n$ -х степеней (т. е. не делятся на  $n$ -ю степень натурального числа, большего чем 1). Докажите, что  $\sqrt[n]{m_1}, \dots, \sqrt[n]{m_k}$  линейно независимы над  $\mathbb{Q}$ . Вначале рассмотрите случай  $n = 2$ .*

(Фольклор)

На этой работе основан проект «Алгебраические числа как векторы» 32-й Летней конференции Турнира городов [1]. Упрощённая версия данной статьи в соавторстве с А. Л. Канунниковым опубликована в журнале «Квант» [2, 3]. Советуем читателю также обратиться к статьям А. Л. Канунникова [4–6] и А. Б. Скопенкова [7].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Воробьёв И., Дориченко С., Жилина А., Канель-Белов А., Канунников А., Френкин Б. Алгебраические числа как векторы // 32-я Летняя конференция международного математического турнира городов <https://www.turgor.ru/lktg/2020/1/index.html>.
- [2] Канунников А., Воробьёв И. Линейная независимость радикалов // Квант. 2021. № 3. С. 12–20.

- [3] Канунников А., Воробьёв И. Линейная независимость радикалов (окончание) // Квант. 2021. № 4. С. 6–10.
- [4] Канунников А. Л. Алгебраические числа как векторы // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 26. М.: МЦНМО, 2020. С. 111–142.
- [5] Канунников А. Л. Как придумать построение правильного семнадцатиугольника // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 26. М.: МЦНМО, 2020. С. 143–166.
- [6] Канунников А. Л. Как придумать построение правильного семнадцатиугольника (окончание) // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 28. М.: МЦНМО, 2021. С. 142–149.
- [7] Скопенков А. Б. Ещё одно доказательство из Книги: теорема Гаусса — Ванцеля // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 28. М.: МЦНМО, 2021. С. 133–141.
- [8] Уфнарковский В. А. Математический аквариум. М.: МЦНМО, 2010.