

## Константинов и его кружок

С. Г. Смирнов

Впервые я узнал о Константинове в сентябре 1960 г., когда я увидел в старом здании МГУ на Моховой список математических кружков для школьников разных классов. Из фамилий ведущих кружки мне была знакома лишь одна: Андрей Леман, который кончал ту же школу № 103, будучи на пять лет старше нас и учась у тех же учителей, очень хороших. Ярче других был физик Виктор Раскин — выпускник военно-инженерной академии, участник парада Победы и член космической команды Королёва, изгнанный за пятый пункт в анкете. Наш математик Наталья Токарь тоже была королева моложе 40 лет — и тоже с проколом в анкете, ибо урождённая немка. Похожих на неё математических дам я позже встретил в Петербурге во главе сильных физматшкол — и сразу подружился с ними.

Всё это мы узнали и осознали позже, когда сами поступали в разные вузы, чьи приёмные комиссии кое-кого отвергли по непонятным для нас причинам. А тогда, после 8 класса, мы рвались решать непривычные задачи из любых наук, с явным перевесом математики, где кружков было много, а задачи уже опубликованы в трёх толстых томиках с именами «Шклярский, Ченцов, Яглом» на обложке.

В школе нас недокармливали этим даже лучшие учителя, поскольку половина класса была тупа к любой науке. Но четверть была не тупа: этого хватало для взаимного подогрева научных интересов. Вот Токарь и Раскин и пихали нас в объятия своих вчерашних выпускников. Среди них был будущий профессор мехмата Альфред Шмелькин — украшение теории групп и кафедры алгебры. Из питомцев Раскина особенно прославился потом Рудольф Бега — столп Второй школы, с которым я подружился на 40 лет благодаря общим ученикам.

Андрей Леман тоже был крупной личностью в роли просветителя. Развивая традицию братьев Ягломов, он составил в 1965 г. первый полный сборник задач Московских математических олимпиад за 30 лет с решениями. А мы — дети Победы, уроженцы 1944/46 гг. — охотно хо-

дили на несколько кружков сразу. Кроме Лемана и Константинова мы посещали вечернюю матшколу в Николо-Песковском переулке — близ Старого Арбата. Там преподавали в разные годы Альфред Шмелькин и Юрий Манин, Эрнст Винберг и Стас Молчанов. Других я не упомяну, но конспекты их лекций и тексты задач регулярно печатались в «Библиотечке физматшколы» и в «Математическом просвещении» (серия 2). Для меня этот сборник стал вратами учёности: там в 4 номерах был опубликован «Очерк основных идей топологии» Болтянского и Ефремовича. Я его прочёл с восторгом и с большой натугой в 10 классе. После трёх семестров общения с Константиновым я уже мог понимать такое изложение высокой геометрии. А после освоения «Очерка» я был готов понимать (с ещё бóльшей натугой) лекции Дмитрия Фукса по алгебраической топологии, где главным слушателем и вопрошателем был Владимир Арнольд, сильнейший ученик Колмогорова.

Не диво, что Арнольд и Фукс были младшими друзьями Константинова и что он щедро передавал им своих учеников после двух лет тренировки в кружке. Ибо на третьем году кружковщины всякий школяр насыщается олимпиадной культурой и либо начинает пижонить, либо вступает в зрелую науку, часто меняя научного руководителя. Так я перешёл сперва от Токаря и Раскина к Константинову и Леману, потом от них к Фуксу и Алексееву и дальше к Арнольду и Манину, Новикову и Кириллову. Но это всё потом. А как начинался кружок Константинова?

За год до нашей с ним встречи (1959 г.) он как-то уловил десяток очень толковых кружковцев нашего возраста и за год довёл их команду до олимпиадной зрелости. Среди них был Иосиф Бернштейн — хронический лауреат всех математических олимпиад, начиная с 7 класса. Позже он стал моим однокурсником, другом и соратником по оргкомитету Московской математической олимпиады и аспирантом грозного старика Гельфанда. Докторантуру Ося проходил уже в США, перескочив туда в 1980 г. ещё до распада СССР. После многих лет успешной профессуры в США Ося устал и (как многие) перебрался в Израиль, где трудится поныне в окружении многих москвичей.

Другой пример — Лида Гончарова, прозванная «Бернштейн среди девчонок». Она тихая, истовая труженица: к 10 классу дозрела до победы на Московской математической олимпиаде и вошла в состав российской команды на Международной олимпиаде в Чехии. Там ещё одна победа — и через год Лида стала моей однокурсницей с тем же Фуксом в роли научного руководителя. В педагогике наши пути разошлись: я пошёл преподавать во Вторую школу, а Лида угнездилась

в Заочной математической школе под эгидой Гельфанда. В аспирантуру Лида прошла и сделала хорошую диссертацию по гомологической алгебре под руководством Фукса и Гельфанда.

А ещё Лида сделалась многодетной матушкой-попадьёй, создав семью с ещё одним питомцем Константинова и Манина: Александром Геронимусом, внуком профессора МГУ. После успешной аспирантуры у Манина Саша обратился к Богу и ушёл в священники на всю жизнь. Лида же, воспитав своих детей и овдовев, устроила коммунальную школу христианского толка, а заодно ведёт кружок по математике для младших школьников на Старом Арбате.

Третий пример из той же команды — Гриша Маргулис, очень тихий и замечательно талантливый предтеча Григория Перельмана (только в Москве, а не в Питере). Я ни разу не слышал, чтобы Гриша что-либо рассказывал интересно или красноречиво. Но думать оригинально о математике он умеет: став аспирантом Кириллова и Гельфанда, Маргулис доказал давно ожидаемую теорему о дискретных алгебраических подгруппах компактной группы Ли. За это он был в 1978 г. удостоен международной премии Филдса, став вторым (после Сергея Новикова) её лауреатом в России. Тихо дожив до перестройки в СССР, Маргулис стал, как и Гельфанд, обычным международным математиком: часть времени он работает в России, а другую часть — в разных университетах за рубежом.

Такова была продукция на выходе кружка Константинова. Какое сырьё он принимал на входе в наше лице? Можно сказать так: взбудораженное послевоенное поколение, которое уже не голодало и которое уже хорошо учили. Наши отцы либо вернулись с фронта, либо погибли там (как мой отец), либо работали на военных заводах, либо сидели в лагерях, как отец моего друга Володи Митрофанова. Он, как и я, поступил на мехмат, а после пошёл работать в ЦЭМИ и там дорос до завлаба (уже в эпоху перестройки). Взбудораженные люди часто жаждут знаний и охотно ищут им применение где угодно.

В середине мая 1961 г., в одно из воскресений, я получал третью премию на физфakovской олимпиаде. Выхожу из дверей физфака с авоськой, полной дарёных книг, и вижу на ступенях толпу молодых людей, кое-кто одет по-гречески. Оказалось, что студенческий театр показывает свою оперу «Архимед», а наверху в креслах, как почётные гости, сидят Лев Ландау и Нильс Бор. И тоже веселятся: сохранилась эта фотография. Через год её уже нельзя было бы снять... В январе 1962 г. Ландау попал в автокатастрофу и выбыл из активной физики. Бор умер через полгода — но успел обеспечить премию Нобеля для Ландау.

Понятно, что Константинов не оповещал свеженьких кружковцев о своих планах на два грядущих года — вплоть до поступления сегоднешних новичков-девятиклассников в разные ВУЗы. Но в голове у него был план. За первый год школяры должны стать профессионалами-олимпиадниками и полюбить сам процесс решения незнакомых задач по математике — пока элементарной, школьной. На второй год добавятся задачи неэлементарные — т. е. азы *Анализа Функций*, начиная с *Пределов числовых последовательностей* и внутренней архитектуры всего ансамбля *Чисел*: рациональных, действительных, комплексных. Хорошей основой для такого обучения могут стать «Восемь лекций по математическому анализу» Хинчина, где чётко описаны все нужные понятия и необходимые операции над ними. В книжке Хинчина нет ансамбля задач: их придётся придумывать по ходу учёбы. Как Рыбкин Шклярский и Яглом преобразили всю школьную учёность алгебраистов и геометров в упорядоченный ансамбль увлекательных олимпиадных задач. За два года школяры должны усвоить эту премудрость — в той мере, какую Природа пожаловала каждому из нас. И, конечно, все новички должны освоить трудное ремесло *рассказывания* своих решений преподавателю-контролёру. Без этого ремесла не удастся сдать никакой экзамен по математике — даже школьный, а тем более мехматский!

И вот пришли на первое занятие больше сотни новичков: от зубров лет 16 с двухлетним кружковым опытом до малышей из 7 класса. Всем нужно дать возможность самовыразиться, решая вкусные задачи нарастающей сложности и трудности. Например, делимость числа  $(p^2 - 1)$ , где  $p > 3$  — простое число. Не надо сразу раскрывать все карты! Пусть сначала самые смыслёные сообразят, что в тройке последовательных чисел  $(p - 1)$ ,  $p$ ,  $(p + 1)$  хоть одно делится на 3; значит,  $(p^2 - 1)$  делится на 6. Дальше можно провоцировать умников: не делится ли  $(p^2 - 1)$  на нечто бóльшее! Хотя бы на 12 или на 24? Это видно из примера  $p = 5$ .

Чтобы ответом на такие вопросы не стал общий гвалт, ведущему кружок нужны ассистенты — хотя бы по одному на каждый десяток школяров. Константинов сразу призвал к себе всех друзей-студентов и школяров-ветеранов из прежнего набора, наделённых хоть минимальным педагогическим даром. И работа пошла! В конце первого семестра мы уже сдавали зачёт: каждый хвастался хотя бы дюжиной решённых им лично задач, рассказывая их решения понятливому и въедливому партнёру: иногда года на три старше тебя, а иногда твоему ровеснику. Я рассказывал Володе Фишману — однокласснику Лиды Гончаровой и Оси Бернштейна, а потом моему однокурснику на мехмате. Беседа получилась приятная для обеих сторон, а для меня — очень

полезная. Ведь это был мой первый устный экзамен по математике, и я его выдержал! Второй экзамен того же сорта я сдавал уже в 11 классе — и не в школе, а в стенах мехмата МГУ на семинаре Павла Сергеевича Александрова. Сдавал ему самому, у доски — строил такое счётное множество на отрезке, для которого ансамбль предельных точек — всё канторово множество. Решение совсем простое: на каждом смежном интервале строим две последовательности точек, стремящиеся к его концам. Академику моё решение понравилось, и он спросил: с какого я курса? Мне пришлось признаться, что я ещё школьник. Александров отнёсся к этому спокойно: он явно не одобрял эту хрущёвскую инновацию — добавить к десятилетке ещё один учебный год, чтобы все школяры на выходе обретали ещё и рабочую профессию. У меня, например, была квалификация «чертёжник-деталировщик». Разве это сравнимо с квалификацией «выпускник кружка Константинова»?

Кстати: в конце первого кружкового года мы все сдавали письменный экзамен, участвуя в Московской математической олимпиаде. Я этот экзамен провалил: пришёл на второй тур, но там не заслужил даже похвальный отзыв. Почему так? Видимо, по сочетанию моих личных качеств. Я стремлюсь решать не всякую задачу по математике, а только такую, где формулировка мне нравится, или такую, где я чувствую возможные подходы к решению. Нет у меня чемпионского умения быстро влюбиться в любую незнакомую задачу! И не смог Константинов мне такое умение привить — поскольку сам им не обладал. В отличие от Оси Бернштейна, или Гриши Маргулиса, или Димы Каждана из той же компании.

Мне Каждан запомнился трижды. Сначала он (вместе с Маргулисом) ушёл из своей (не очень хорошей) школы в вечернюю школу, где обучение кончалось в 10 классе. Так они двое оказались на курсе старше нас — большинства константиновцев. Там они соперничали с Анатолием Фоменко: геометром, художником в стиле Эшера — Дали и историком-фантастом в стиле Николая Морозова.

Затем Каждан, Маргулис и Бернштейн стали учениками в команде Гельфанда или Кириллова. Я был на защите Каждана, где руководитель — Кириллов, а главный оппонент — Юрий Манин, сильнейший из учеников Шафаревича. И вот великий Манин откровенно говорит, что он не заметил одну тонкость в работе Каждана, которую ему разъяснил только Кириллов. Такое случалось не каждый год! Впрочем, возможно, что диссертация Каждана была написана не очень аккуратно — как и моя диссертация несколько позже. В моём случае дешифровщиком недописанного выступил не научный руководитель Фукс, а главный оппонент Чернавский, ученик строгой дамы Людмилы Кел-

дыш. Он просто заставил меня дважды переписать мою диссертацию; в итоге она стала намного лучше, хотя все формулировки сохранились. Вероятно, Манин не столь диктаторски обращался с Кажданом.

В третий раз я заметил Диму во время Московского математического конгресса (лето 1966 г.). По подсказке наших руководителей мы оба набросились на тех героев-иностранцев, результаты коих мы хотели превзойти. Для меня это был Андре Хефлигер из Швейцарии, а для Каждана и Кириллова — Майкл Атья, Филдсовский лауреат 1966 г., создатель  $K$ -теории и творец очень простого доказательства, что только три сферы размерностей 1, 3, 7 можно оснастить полем невырожденных касательных реперов.

Так вот, я говорил с Хефлигером только о топологии узлов, а Каждан убедил Атью принять его в докторантуру, когда Дима сумеет приехать в США. Дима это сумел — исчез с московского горизонта раньше многих москвичей. Человек — не дерево, он может сам себя пересадить. Я не уехал в основном потому, что меня не давил пятый пункт анкеты, и потому что мне здесь всегда хватало и учителей, и учеников. Так же было и с Константиновым.

Надо ещё сказать о наших финальных экзаменах весной и летом 1963 г. Сначала была математическая олимпиада: здесь Бернштейн и Гончарова получили свои всегдашние первые премии, Фишман и Геронимус получили, кажется, вторые премии, а я — третью. Так я в математике достиг того рубежа, на который в физике вышел двумя годами раньше. Но физфак меня не прельщал: ведь ради третьей премии пришлось участвовать в третьем туре, а он экспериментальный. Вот математику я готов пить из любого источника — лучше всего из уст живых людей.

Вот спросил я Константинова об аксиомах Арифметики в сравнении с аксиомами Геометрии. Он мне посоветовал суперстрогую книгу Эдмунда Ландау. Я заглянул туда — и понял всё, что хотел, хотя стиль изложения подходит больше компьютеру, чем человеку. Зато проясняется смысл Теоремы Гёделя — и почему мне не следует разбирать детали её доказательства. Хорошо, что в мои студенческие годы на мехмате не было обязательного курса математической логики! Но обязательного курса топологии тоже не было: это тоже радовало кого-то из моих товарищей по кружку и по мехмату.

На мой взгляд, высшим пиком в карьере Константинова как «учителя героев» был 1961/62 — второй год нашего кружка, когда Коля (мы все так его звали) повёл наш отряд (от 30 до 40 бойцов) на штурм матанализа по трассе, намеченной «лекциями» Хинчина. Первый наш

штурм действительных чисел едва ли кто из нас забудет. Октябрь; сухо и холодно; вечер во дворе старого здания МГУ. Там идёт ремонт, и свободной аудитории большого объёма не нашлось. Коля решил вести занятия во дворе — благо вдоль стенки лежит штабель обтёсанных брёвен. Где-то нашли выброшенную драную доску из бурого линолеума и поставили перед брёвнами. Мы на них расселись, а Коля плясал с куском мела у доски — и рассказывал нам теорию Дедекинда о сечениях в поле рациональных чисел. Так мы входили в новый мир — как Суворов через Альпы. Каждые минут 20 делали перерыв и бегали-прыгали по двору, чтобы согреться. Так мы освоили топологию числовой прямой. В качестве домашнего задания Коля предложил нам подумать о том, как занумеровать все рациональные числа и почему невозможно заштриховать все сечения в них. Имя Кантора он, кажется, упомянул — но общей теорией множеств мы занялись через полгода, уже освоив возню с непрерывными функциями и производными. Так ведь было и в реальной истории математики XIX века: Коля вёл нас по путям Коши и Вейерштрасса, Кантора и Дедекинда. Вёл через лес задач, которые выросли из каждой щели. Ощущал ли он себя в том маршруте прямым наследником Давида Шклярского? Видимо, да. Ведь Константинов моложе Шклярского всего на 13 лет. На столько же мы были моложе Константинова. Но Шклярский погиб на фронте, и Коля у него не учился, мы же учились у Коли и надеялись повторить его подвиги. Вот Гагарин слетал в космос и уцелел там, а он моложе Коли на 2 года и, наверное, ещё полетит! А куда нас судьба забросит? Где нам найти своего Королёва или Келдыша? Впрочем, эти имена тогда были мало кому известны и секретны; наш физик Раскин говорил нам о своём знакомом Феокистове — но тот ещё в космос не летал, а был наземным инженером в хозяйстве Королёва.

Константинов же во главе нашего отряда строил свой космический проект — завтрашние физматшколы. Все их элементы присутствовали на нашем кружке. Во-первых, курс матанализа, разложенный в ряд олимпиадных задач: можно назвать его «рядом Константинова» по аналогии с рядом Тейлора и рядом Фурье. Во-вторых, система «старших братьев» (тьюторов), регулярно беседующих с младшими о решениях всё новых и новых задач с участием новой семантики. В-третьих, регулярные вылазки в соседние науки — для начала в теорию групп и в генетику. Туда Константинов и его друзья водили нас на экскурсии в следующем учебном году (1962/63 гг.), когда мы вынужденно задержались в школе и в кружках (по воле Хрущёва)<sup>1)</sup>. Константинов тогда

---

<sup>1)</sup> 10-летнее образование было заменено на 11-летнее.

повёл нас в общую топологию числовой прямой и в пространство всех непрерывных функций. Так мы шли по программе 3 курса мехмата, ещё не освоив второй курс. И доходили до хороших высот. Например, в списке задач Константинова была такая: построить на отрезке функцию, которая на любом интервале принимает любое действительное значение. Я сам её решил где-то в школьном коридоре, на перемене между уроками химии и литературы. Потому что мы на третьем году общения с Константиновым привыкли думать о математике в любой час, в любом месте — хотя бы для того, чтобы не скучно было.

Наши учителя это одобряли. Они тоже хотели преобразить нашу школу № 103 в новомодную физматшколу — по примеру уже возникших школ № 2 и № 444, где угнездились разные академики и доктора точных наук. Во Второй школе это были Гельфанд и Дынкин, Кириллов и Смилга (физик из Курчатника). В школе № 7 ядро математиков составили Кронрод и Константинов. Но я в этом не участвовал, будучи поглощён мехматом МГУ с десятками разных факультативных курсов и семинаров. Константинов за три года подготовил нас к роли ангелов в этом раю, а другие архангелы нас там встретили и продолжили наше воспитание. Вскоре и мы сделали архангелами — порою в совсем неожиданных небесах.

Разве мог я вообразить, что моё второе высшее образование сплестётся с третьим и что я пройду вторую аспирантуру у Льва Гумилёва? А потом (в условиях перестройки СССР) перенесу кружково-задачную культуру из математики в историю? И что сам Константинов призвёт меня на роль человека-задачника по истории в универсальных турнирах имени Ломоносова? Что на этой почве, под флагом информатизации нашей школы, я подружусь с самыми дерзкими учителями и гимназистами Петербурга — распевая с ними вместе «Гаудеамус» и принимая небывалые многопредметные экзамены с 6 по 11 класс?

Дивно играет Природа нашими жизнями и нашей свободной волей. Коля Константинов нутром чуял эту природную игру — и охотно следовал завету Шота Руставели: «Что ты спрятал — то пропало; что ты отдал — то твоё». Спасибо ему за пример!