

Комментарий к статье «Исследовательские туры Всесоюзной математической олимпиады»

В. О. Бугаенко

Я участвовал в исследовательском туре Всесоюзной математической олимпиады лишь однажды, будучи восьмиклассником в 1976 году. Мне такой стиль заданий очень понравился, и я ожидал, что его продолжат и дальше. К моему сожалению, в следующем году, когда я был девятиклассником, исследовательский тур был предложен только десятиклассникам, а ещё через год от него отказались совсем.

Однако задача про коммутирующие многочлены, предложенная десятиклассникам на исследовательском туре 1977 года, сыграла важную роль в моём математическом становлении несмотря на то, что на самой олимпиаде мне её решать не довелось. В следующем учебном году А. К. Толпыго, который вёл математический кружок в моей школе в Киеве, предложил мне продолжить исследование этой задачи, так как в ней оставалось много интересных нерешённых вопросов сверх предлагавшихся на олимпиаде. Мне удалось получить несколько интересных результатов, при этом совсем немного не хватало до доказательства завершённого сюжета — полной классификации многочленов, коммутирующих с данным многочленом второй степени.

Через год, когда я уже учился на первом курсе мехмата МГУ, я встретился с И. Н. Бернштейном, рассказал ему о своих результатах, и он подсказал мне недостающую идею, позволившую завершить эту классификацию. (На самом деле, как позже выяснилось, даже полная классификация коммутирующих многочленов к тому времени уже была известна, но её доказательство базировалось на весьма неэлементарной теории римановых поверхностей в отличие от найденных мною и Бернштейном доказательств, которые были полностью элементарными.) Кроме того, Бернштейн рассказал мне, как с помощью эллиптических кривых строить примеры коммутирующих функций (была

надежда, что можно будет найти новые примеры коммутирующих многочленов, но оказалось, что нет — эти примеры оказались коммутирующими рациональными функциями, но не многочленами).

Бернштейн в это время как раз готовил статью в журнал «Квант» по мотивам задачи Всесоюзной олимпиады. Автором этой статьи указан И. Янтаров, но пусть это не вводит вас в заблуждение — такой псевдоним взял себе Иосиф Бернштейн, переведя свою фамилию на русский язык. К этому времени он уже подал документы на отъезд в Израиль, поэтому публикация в Советском Союзе под настоящей фамилией была невозможна. В результате наших встреч у меня остались два листочка рукописи Бернштейна с доказательствами, до которых мне самому дойти не удалось. Он попросил, чтобы я берёг листочки, так как, если потеряю, то результаты будут утеряны навсегда. Я тщательно хранил рукопись, но возможностей обнаружить эти результаты долгое время не представлялось. Для журнала «Квант» этот материал был слишком сложным, а в научном журнале их нельзя было опубликовать, так как научной новизны в них не было.

Так рукопись пролежала у меня без малого двадцать лет, пока мы не возобновили издание сборника «Математическое просвещение» в 1997 году. В первом же выпуске я опубликовал статью про коммутирующие многочлены, содержащую все эти красивые результаты: *Бугаенко В. О. Коммутирующие многочлены // Математическое просвещение. Сер. 3. Вып. 1, М.: МЦНМО, 1997. С. 140–163.*