Нам пишут…

Мы получаем различные материалы не только от читателей нашей страны, но и от живущих за её пределами. Приятно констатировать, что «Математическое просвещение» пользуется успехом у читателей, и у них возникает желание через наш альманах поделиться своими знаниями и своим опытом. В этом номере мы помещаем две небольшие заметки наших зарубежных коллег.

В заметке Л. С. Гурина предлагается способ вычисления числа π, не опирающийся на теорию рядов и не требующий вычислений с радикалами. Автор считает, что этот способ может быть использован в преподавании.

Об одном элементарном способе вычисления числа π

Л. С. Гурин

Исходя из тождества $\frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg} 1 = N\alpha + \beta$, задавшись числом $\alpha = \operatorname{arctg} t$, $0 < t < 1$, проводим итеративную процедуру:

$$t_1 = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2t}{1-t^2}, \quad t_i = \operatorname{tg} 2^i\alpha = \frac{2t_{i-1}}{1-t_{i-1}^2}, \quad i = 2, \ldots, m,$$

где m находим из условия $t_m < 1$, $t_{m+1} > 1$. Представим число $N = N(t)$ в виде: $N = \sum_{k=1}^{m+1} a_k 2^{m+1-k}$. Из определения числа m ясно, что $a_1 = 1$. Обозначим $N_i = \sum_{k=1}^{i} a_k 2^{m+1-k}$. Тогда значения a_i находятся последовательно. Если известны $a_1, \ldots, a_i$, то

$$a_{i+1} = \begin{cases} 1, & \operatorname{tg}(N_i + 2^{m-i})\alpha \leqslant 1, \\ 0, & \operatorname{tg}(N_i + 2^{m-i})\alpha > 1. \end{cases}$$

Наконец, полагаем $\beta = \beta(t) = \operatorname{arctg} \frac{1 - \operatorname{tg} N\alpha}{1 + \operatorname{tg} N\alpha}$. Равенство $\pi = 4(N(t)\alpha + \beta(t))$ даёт возможность вычислить π с любой точностью, которая при заданном t зависит от точности определения величин $\operatorname{arctg} x$ при $x = t$ и $x = \beta(t)$.

Ныне число π сосчитано со многими миллионами десятичных знаков, но это требует привлечения современных средств математического анализа. Состояние вопроса отлично представлено в сборнике Berggen L., Borwein L., Borwein P., PI, A Sourse Book. NY, Springer-Verlag, Inc., 1997.