
Тема номера: геометрия

Нужна ли школе 21-го века Геометрия?

И. Ф. Шарыгин

Не знающий геометрии не допускается

Надпись при входе в Академию Платона

ВСТУПЛЕНИЕ. Развивая мысль Пуанкаре, высказанную еще в начале 20-го столетия, доводя ее в некотором смысле до абсурда, Владимир Арнольд в конце того же столетия говорит: «Математика — это часть физики». Соглашаясь с этой формулой, я все же хотел бы ее продолжить: «А физика — часть геометрии».

И вновь вернемся к началу прошлого столетия. Великий французский архитектор Корбюзье как-то воскликнул: «Все вокруг геометрия!». Сегодня уже в начале 21-го столетия мы можем повторить это восклицание с еще бóльшим изумлением. В самом деле, посмотрите вокруг — всюду геометрия! Современные здания и космические станции, авиалайнеры и подводные лодки, интерьеры квартир и бытовая техника, дорожные развязки и городские парки, микросхемы и даже рекламные ролики. Воистину, современная цивилизация — это Цивилизация Геометрии. Геометрические знания и умения, геометрическая культура и развитие являются сегодня профессионально значимыми для многих современных специальностей, для дизайнеров и конструкторов, для рабочих и ученых. И уже этого достаточно, чтобы ответить на вопрос: «Нужна ли в 21-м веке Геометрия в школе?» И все же сегодня мы отчетливо слышим голоса, призывающие, если и не полностью исключить геометрию из школьных программ, то, по крайней мере, значительно сократить программу по Геометрии. При этом голоса эти раздаются и со стороны людей, причисляющих себя (я полагаю, по недоразумению) к профессиональному математическому

сообществу. Станным образом самому существенному сокращению подвергаются программы по пространственной Геометрии, наиболее практически значимому сегодня разделу. (Стереометрия полностью исключена из международных математических олимпиад!) И если де юре Геометрия пока еще сохраняется в (российской) школе, то де факто она почти исчезла. Знакомство же с материалами ЕГЭ вынуждает нас убрать это самое «почти». И вообще, система тестирования несовместима с Геометрией.

Поэтому приходится несколько подробнее ответить на вопрос, зачем нужна школьная Геометрия?

1. ОБ ОБРАЗОВАНИИ И УСТРОЙСТВЕ МИРА. (Двусмысленность в заглавии отнюдь не случайна.) Говоря о целях, которые реализуются при изучении того или иного предмета, мы должны исходить из общих целей Системы Образования. А здесь главными являются две: воспроизводство существующей в стране социальной системы и ее развитие. И в зависимости от уровня развития страны и даже просто от качества жизни основной массы жителей ведущей целью является либо первое, либо второе. Понятно, что в этом месте расходятся главные цели образования для стран с высоким уровнем развития и стран отстающих. Проще говоря, для богатых и бедных стран. Понятно также, что копирование слаборазвитыми странами систем образования стран высокоразвитых приведет к сохранению сложившейся иерархии между странами, а значит, стратегически полезно именно странам с наиболее высоким уровнем развития.

Глобализация экономики, создание единой общемировой рыночной системы привели к резкой поляризации в мировой цивилизации. В результате значительной разности потенциалов между полюсами возникли мощные потоки: от одного полюса к другому следуют ресурсы всех видов, природные, людские, интеллектуальные, а обратно направляется готовая продукция и управляющие сигналы. При этом «добавленная стоимость» целиком остается на одном из полюсов, увеличивая эту разность потенциалов. Однако общемировой образовательный ландшафт не совсем соответствует ландшафту экономическому. Да и Система Образования плохо подчиняется рыночному управлению. И в этом таятся определенные угрозы существующей иерархии мира.

Что же касается непосредственно Геометрии, следует заметить, что она является очень мощным средством развития личности в самом широком диапазоне. Возможно, именно по этой причине в странах, где качество жизни большей части населения высоко, Геометрия обычно изучается на очень низком уровне. Ведь Геометрия развивает свойства личности (творческое развитие, нравственное воспитание, независимость суждений и поведения), весьма привлекательные с общечеловеческих позиций, но при широком их распространении угрожающие стабильности отдель-

но взятого даже процветающего сообщества (страшно подумать, что случится, если к власти придут творчески думающие и высоконравственные люди).

Даже среди дисциплин математического цикла Геометрия выделяется своим вольнодумством, неким особым свободолобивым характером, нежеланием подчиняться стандартам, нормам, алгоритмам и даже логике. Поэтому можно понять стремление руководителей разных мастей и уровней ограничить программы по Геометрии, сузить пространство ее учебных целей.

А с другой стороны, само Образование является элементом рынка. И при разумном подходе страны, не очень преуспевающие в экономике, но с хорошей Системой Образования могут использовать ее элементы на внешнем рынке и помочь себе тем самым экономически. В условиях все той же глобализации Россия могла бы выступать не только в качестве поставщика сырья богатым странам, но и предоставлять услуги по развитию математического образования. Российское математическое образование пока еще котируется в мире. И возможно, именно школьная Геометрия могла бы здесь сыграть ведущую роль.

Кстати, торговля российским математическим образованием уже давно развернулась по всему миру, но дивиденды получают просто отдельные ловкие люди, зачастую просто присвоившие себе не принадлежащую им интеллектуальную собственность. Можно даже углядеть определенное сходство с природными ресурсами (также присвоенными) — в виде наличия ренты. Там природной, здесь интеллектуальной.

В последнее время внимание ученых — математиков и специалистов в области математического образования — все больше и больше привлекает Элементарная Геометрия. И, на мой взгляд, здесь лидерство России наиболее заметно. Похоже, именно в Геометрии особо заметен евразийский характер русской культуры. В истории Геометрии ярко видны две ветви, западная и восточная. Западная Геометрия строилась по Евклиду, а затем по Декарту. Здесь во главу угла ставились точные логические конструкции, систематичность, общие теории. Восточная Геометрия опиралась на наглядность, Геометрия была скорее элементом Культуры, Искусства, даже Кulta, нежели наукой. И эти две ветви тесно переплелись в России, географически и геометрически служившей мостом между Западом и Востоком. Само положение России наиболее благоприятствовало развитию Синтетической Геометрии, которая сегодня особенно привлекает специалистов. И я убежден, что в области преподавания Геометрии мы занимаем лидирующее положение в мире. Нам есть, что предложить миру. Пока есть.

И эти два обстоятельства — несоответствие устройства Мировой Системы Образования экономическому устройству мира и ее рыночные

возможности — и определяют наблюдаемое сегодня стремление единственной оставшейся супердержавы взять под контроль Общемировую Систему Образования. В первую очередь математического, ведь именно математическое образование интернационально в своей основе (имеет «ртутный» характер) и оказывает самое большое влияние на развитие Земной Цивилизации. И поэтому не следует удивляться тому, что все руководство в различных международных структурах, занимающихся проблемами математического образования, оказалось в руках представителей этой самой супердержавы, в которой, по общему мнению, математическое образование едва ли не худшее в мире. На этом всемирном образовательном рынке действуют обычные рыночные механизмы. Более сильные и богатые не пускают на него более слабых и бедных, несмотря на то, что и качество продукта лучше, да и цена меньше. И в средствах сильные, как всегда, не стесняются.

И в конце этого раздела я хочу сказать, возможно, не совсем по делу, несколько слов в связи с проходящей в России реформой-модернизацией среднего образования. По мнению многих специалистов, это не реформы и не модернизация, а разрушение сложившейся системы образования. Так в чем же дело? Почему реформы продолжаются и поддерживаются на самом высоком уровне? Неужто там сидят люди уж совсем ничего не понимающие? По этому поводу высказывалось много мнений. Добавлю одно соображение.

В Советском Союзе сложилась хорошая Система Образования, основной целевой установкой которой было творческое развитие учащегося (что, признаемся, весьма странно для тоталитарного режима). Математическое Образование же в Советском Союзе чуть ли не официально признавалось лучшим в мире. И я убежден, что именно Система Образования была фундаментом всех значимых побед Советского Союза (индустриализация, Война, атомная бомба, выход в Космос), и она же стала одной из главных причин, приведших к распаду Советского Союза (не буду заходить здесь слишком далеко и вычленять особо роль Геометрии). Ее сохранение на прежнем уровне может стать источником постоянно действующей угрозы для новой, а по сути переукрашенной старой номенклатуры. И дважды повторять не приходится, инстинкт самосохранения у номенклатуры развит посильней, чем у зверя. А возможностей для соединения у номенклатуры разных стран гораздо больше, чем у пролетариев.

2. ВОСПИТАНИЕ ГЕОМЕТРИЕЙ. Целью изучения геометрии, конечно, является знание. Но следует признать, что эта цель по отношению к геометрии второстепенна, поскольку большинство школьных геометрических знаний не востребовано ни в практической жизни человека, ни даже в научной деятельности.

Более важно, что геометрия есть феномен общечеловеческой культуры. Некоторые теоремы геометрии являются одними из древнейших памятников мировой культуры. Человек не может по-настоящему развиваться культурно и духовно, если он не изучал в школе геометрию; геометрия возникла не только из практических, но и из духовных потребностей человека.

История человечества пишется в трех книгах. Это История Вражды, история войн, революций, мятежей и бунтов. Из них большею частью складывается История Государства. Это История Любви. Ее пишет Искусство. И это История Мысли человеческой. История Геометрии не только отражает историю развития человеческой мысли. Геометрия издавна является одним из самых мощных моторов, двигающих эту мысль. Возникшая несколько тысячелетий тому назад Теория конических сечений, пополненная открытыми Кеплером законами, вымостила дорогу человечества в Космос. (Кстати, о прикладном и практическом значении Геометрии).

Геометрия, да и математика в целом представляет собой очень действенное средство для нравственного воспитания человека. В романе «Война и мир», характеризуя старшего князя Болконского Николая, Л. Н. Толстой пишет: «Он говорил, что есть только два источника людских пороков: праздность и суеверие, и что есть только две добродетели: деятельность и ум. Он сам занимался воспитанием своей дочери и, чтобы развить в ней обе главные добродетели, давал ей уроки алгебры и геометрии и распределил всю ее жизнь в непрерывных занятиях».

Научной и нравственной основой курса геометрии является принцип доказательности всех утверждений. И это единственный школьный предмет, включая даже предметы математического цикла, полностью основанный на последовательном выводе всех утверждений. Людями, понимающими, что такое доказательство, трудно и даже невозможно манипулировать. В то время как власть никогда не утруждает себя доказательствами. (Отсюда совет тем, кто хочет стать политиком, идти во власть: не занимайтесь геометрией.)

3. КАКАЯ ГЕОМЕТРИЯ? Итак, вроде все ясно, Геометрия — один из важнейших предметов, причем не только среди предметов математического цикла, но и вообще среди всех школьных предметов. Ее целевой потенциал охватывает необычайно широкий ареал, включает в себя чуть ли не все мыслимые цели образования. Так почему же еще продолжают споры о роли и месте Геометрии в школе?

Следует сказать, что спор по поводу школьной геометрии напоминает порой известный спор из чеховских «Трех сестер»: «Черемша —

лук. Чехартма — мясо». Спорят о разных предметах. И поэтому, когда мы пытаемся ответить на вопросы: Нужна ли в 21-м веке школьная Геометрия? Зачем будет нужна в школе Геометрия? — необходимо пояснить, о какой Геометрии идет речь. Есть Геометрия и геометрия.

Перефразируя известное высказывание Толстого, мы можем сказать: «Хорошие курсы Геометрии могут быть построены разными способами, плохие же большею частью очень похожи друг на друга». Есть три основных способа уничтожить Геометрию и соответственно три основных типа курсов анти (лже, псевдо) геометрии. Причем, несмотря на различие подходов, соответствующие учебники схожи друг с другом, они плохо структурированы, написаны на скверном языке, и литературном и образительном, изобилуют логическими неувязками. Самое удивительное, что логические пробелы и проколы характерны для курсов, претендующих чуть ли не на абсолютную логическую строгость, концептуально построенных на формально-логической (аксиоматической) основе. Такие курсы весьма распространены в российской школе. Характерные признаки: множество чисто формальных определений, зачастую делающих определяемое понятие неузнаваемым; длительная возня с первоначальными понятиями, в результате чего в течение чуть ли не половины курса школьник не узнает ничего нового; обилие многословных рассуждений, а точнее пустых сочетаний слов, выдаваемых за рассуждения, доказывающих очевидные факты и делающих этот очевидный факт абсолютно непонятным, а самое главное, дискредитирующих саму идею доказательства. Подобные курсы быстро и надежно убивают всякий интерес к предмету. Как говаривал незабвенный Николай Озеров, «Такой хоккей нам не нужен».

Следующей разновидностью псевдогеометрии являются курсы практически-прикладного типа. При этом практическая направленность понимается в узко утилитарном смысле. Все содержание сводится к небольшой подборке формул для вычисления длин, площадей и объемов. Подобные курсы были распространены в России на заре советской власти, а сегодня они характерны для западной школы, в частности, американской (насколько мне известно). Исторически подобные курсы оправдывает этимология слова «геометрия». Но геометрия уже давно вышла за узкие рамки «землемерия». Да и практическая деятельность людей ставит перед ними сегодня совершенно иные практические задачи, в том числе и геометрические. Далеко не «землемерные». И получается, что обе рассмотренные разновидности геометрических курсов не соответствуют заявленной концепции: формально-логические содержат формально-логические ошибки, а практически-прикладные не дают знаний и умений, полезных в прикладной и практической деятельности.

И если с этими двумя типами геометрических курсов все понятно, то с третьей разновидностью, которую я тоже причисляю к антигеометрии,

все не столь однозначно. Речь идет о «королевском» пути в Геометрии, указанном Декартом. Созданный им метод координат позволяет, как полагал его создатель, среднему и даже посредственному человеку достичь высот, доступных ранее лишь особо одаренным. Кто-то из последующих классиков заметит, что «он покрыл Геометрию паршой алгебраических формул». Надо признать, что координатный метод позволяет единообразно решать самые трудные геометрические задачи. Даже среди победителей международных олимпиад встречаются школьники, владеющие, по сути, лишь одним координатным методом, но владеющие им виртуозно, способные решить этим методом чуть ли не любую из предлагаемых на олимпиадах геометрических задач. (И здесь, кстати, следует сделать серьезное замечание по поводу качества геометрических задач на современных математических олимпиадах.) И все же я убежден, метод координат (наряду с тригонометрией) является одним из самых действенных методов борьбы с геометрией, и даже уничтожения геометрии. И вреден он на всех этапах школьного образования, и для слабых школьников и для самых способных. Что касается слабых, отстающих или попадающих по тем или иным причинам в категорию отстающих по математике школьников, то здесь опасность чрезмерной алгебраизации достаточно очевидна. Большой частью в этой группе находятся дети, которые плохо считают, с трудом понимают и запоминают формулы и т. д. Для этих детей Геометрия могла бы стать предметом, за счет которого они могли бы повысить свой статус в классе, компенсировать недостатки общематематического развития. А вместо этого она ложится на них дополнительным грузом, причем на ту же чашу весов, где находится и алгебра, вынуждает заниматься неинтересной и трудной для них деятельностью.

А чем же опасна подобная алгебраическо-координатная геометрия для одаренных детей? Дело в том, что координатный метод, алгебраический метод оставляют в стороне геометрическую суть изучаемой геометрической ситуации. Воспитывается исполнитель, решающий заданную конкретную задачу. Не меньше, но и не больше. Не развивается геометрическая и даже математическая интуиция, столь необходимая математику-исследователю. Возможно, именно поэтому (отчасти) победители международных олимпиад не так уж часто становятся высококлассными учеными. Однако координатный метод очень удобен, он универсален, его легко формализовать, тренировать, и прочее и прочее. И пока на международных олимпиадах сохранится нынешний стиль (качество задач, способы проверки и оценки), пока целью ведущих стран будет оставаться «победа любой ценой», учебники по «координатной геометрии» будут одними из самых востребованных школьных учебников, во всяком случае, при обучении сильных школьников (одаренных?)

Безусловно, тремя этими разновидностями вовсе не исчерпывается плохая геометрия. Нередко встречаются всевозможные логико-практические смеси, рядом возникают модернистские и даже постмодернистские интегрированные естественнонаучные курсы. Но еще раз подчеркну, все эти курсы легко узнаваемы. И чтобы их узнать, достаточно прочитать оглавление и пролистать учебник.

Итак, какой не должна быть Геометрия, более или менее понятно. А какой же она должна быть? Не думаю, что возможен полный ответ на этот вопрос. Даже представления об идеальном курсе у разных людей, и простых и великих, различны. Но идеалы, как известно, недостижимы. Да и не следует объяснять другим, каким должен быть этот курс, как бы ты сам его написал, если бы умел.

И все же одно мне кажется бесспорным. Вспоминая изречение Брежнева «Экономика должна быть экономной» (с моей точки зрения абсолютно верное утверждение и даже вовсе не бессмысленное), я говорю: «Геометрия должна быть геометрической», а не аналитической или алгебраической. Я также не согласен с известным определением: «Геометрия — это искусство правильно рассуждать на неправильном чертеже». Какой-то мазохизм! Все равно что: «Вокал — это умение правильно петь под фальшивую музыку». Главным действующим лицом Геометрии должна быть фигура (на плоскости треугольник и окружность), а главным средством обучения — рисунок, картинка. Правильный рисунок и красивая картинка! *Геометрия, впрочем, как и алгебра, является носителем собственного метода познания мира.* Овладение этим методом — важнейшая цель образования.

И еще одно утверждение по этому поводу хочу добавить, вполне очевидное для меня, но с которым не все, наверное, согласятся. Учебник по геометрии не должен сводиться лишь к выстраиванию геометрической теории. Процесс изучения Геометрии включает самые разнообразные виды деятельности. В том числе и даже в первую очередь — решение задач. Задача — это не только умения, это и элемент знания. Ученик должен ознакомиться с определенным набором достаточно трудных геометрических задач, освоить некоторые геометрические методы, научиться решать задачи, следуя известным образцам. Кстати, именно в этом и состоит, по сути, процесс обучения алгебре. Мы показываем ученику методы, приемы, сообщаем алгоритмы, которые трудно, почти невозможно найти самостоятельно. В Геометрии, в отличие от Алгебры, подобных алгоритмов, очень мало, почти нет. Почти каждая задача по Геометрии является нестандартной. Поэтому при обучении возрастает значение опорных задач, сообщающих полезный факт, либо иллюстрирующих метод или прием. Я полагаю недопустимым предлагать задачи на минимальном

уровне, на тройку. Задача должна быть нормальной задачей, а оценивать мы должны, сколь далеко ученик ушел от полного нуля и приблизился к полному решению. (Кстати, именно так обычно оцениваются задачи на олимпиадах и вступительных экзаменах.)

4. ГЕОМЕТРИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ОДАРЕННЫХ И ОТСТАЮЩИХ ДЕТЕЙ. Одной из важнейших социально-педагогических задач, стоящих сегодня перед системой образования, является задача дифференцированного обучения, обучения детей с разным уровнем развития и различными способностями. И здесь очень важна роль геометрии. Геометрия становится одним из немногих (единственным?) универсальных средств, в равной мере работающих на различных этапах образования, включая крайние, и даже особенно на крайних: при обучении одаренных детей и при обучении отстающих детей.

Следует иметь в виду, что два обозначенных множества (одаренные и отстающие дети) имеют вовсе не нулевое пересечение. Большинство из нас (я имею в виду не рядовых учителей, а математиков, занимающихся проблемами образования) большей частью имеют дело именно с одаренными детьми. Но многие дети попадают в разряд отстающих (по математике) вследствие плохих программ по математике, неудачных методик и даже конфликта с учителем. И здесь возникает важнейшая общественно-педагогическая задача: помочь им вовремя избавиться от ярлыка. Ведь среди них нередко встречаются и одаренные дети. Но, наверное, еще более общественно и социально важной задачей является проблема реабилитации детей, действительно отстающих в своем развитии.

Свои корректирующие и развивающие функции Геометрия реализует различным образом на разных этапах школьного образования. (Я исхожу не из того, что есть на самом деле, а из того, что, по моему мнению, должно быть. Как сказал Бродский: «Не в том суть жизни, что в ней есть, но в вере в то, что в ней должно быть.») В первой школьной половине (с 1-го по 6-й класс) Геометрия, по сути, является разновидностью физкультуры, Интеллектуальной Физкультурой. И включиться в занятия Геометрией можно в любой момент. А это, признаемся, не типично для математики. Здесь большею частью даже небольшой пропуск по болезни или по иной причине, не знание или не понимание одной темы может привести к отставанию, которое не легко ликвидировать.

С 7-го класса в российской школе по традиции (и я не вижу причин отказываться от этой традиции) начинается систематический курс геометрии или курс Систематической Геометрии. И здесь уже исчезает либерализм, присущий предшествующему этапу. Курс выстраивается в жесткой последовательности (возможно, различной для разных учебников) и выпадение одного звена разрушает эту последовательность. (Кстати, курс

алгебры, наоборот, распадается на отдельные темы.) Что надо сделать, чтобы систематический курс смог охватить разные категории учащихся? Здесь, на мой взгляд, необходимо уделить особое внимание первому, начальному этапу. (7-й класс). Хорошо, если мы имеем дело с ребенком, который познакомился с хорошей Геометрией в предыдущих классах. Если же нет, то нашей первой задачей является задача заинтересовать. И эта задача вступает в серьезное противоречие с требованием «систематичности»: мы изначально рассматриваем ученика как своего рода «чистый лист» (с точки зрения геометрических знаний), который следует заполнить в определенной последовательности. Мы не имеем права использовать уже имеющиеся у него знания, знания «со стороны», и даже апеллировать к «здравому смыслу». И возникает опасность не то, что не развить интерес к Геометрии, но, наоборот, отбить всякий интерес, привить идиосинкразию к ней. Но все же я убежден, что задача «заинтересовать» на первом этапе вполне решаемая. Главные инструменты: красивая картинка, хорошая задача и живой язык. Мы должны достаточно долго держать открытой дверь в Геометрию, заманивая туда ученика. Надо постараться в некотором смысле развить в нем зависимость от Геометрии, интеллектуальную, психологическую а, может, и физиологическую (?). И тогда мы легче сумеем решить задачу второго этапа систематического курса: научить. На третьем, последнем этапе (я имею в виду цикл с 7-го по 9-й классы) в числе прочих возникает важная методическая задача «повторить». На этом этапе мы имеем возможность компенсировать оставшиеся пробелы и пропуски и (что самое главное) показать ученику Геометрию целиком, в виде единого и готового здания, которое мы в течение трех лет строили.

Но роль Геометрии при обучении математике не исчерпывается собственно Геометрией. Широкое использование геометрии в негеометрических разделах школьного курса может значительно улучшить общематематическую подготовку школьников. Геометрические интерпретации позволяют лучше понять вывод алгебраических формул, правил и законов арифметики, сделать их наглядными, более понятными, запомнить их.

Психико-физиологической основой, позволяющей Геометрии в равной степени и развивать детей одаренных и реабилитировать детей отстающих, является выявленная физиологами функциональная асимметрия головного мозга человека.

Оказывается, наши полушария по-разному думают. Левое ведает логическим, алгоритмическим мышлением. Работает левое полушарие лишь во время бодрствования. Когда человек спит, оно выключается. Правое отвечает за чувственную, образную сферу нашего сознания. Правое полушарие функционирует постоянно. Наши сновидения — продукт деятельности правого полушария. Некоторые из известных методик обучения

математике чрезмерно перегружают левое полушарие. Это очень опасно именно на ранних ступенях школьного обучения и особенно в отношении детей с доминирующим правополушарным типом мышления, а таких детей довольно много, возможно даже, подавляющее большинство. В результате, мы имеем учебные перегрузки, стрессы и даже неоправданную дебилизацию некоторых учеников, которые начинают отставать в своем интеллектуальном развитии. Широко известно, что переучивание левши может привести к ослаблению его умственных возможностей. Переучивание же «интеллектуального левши» может привести и вовсе к трагическим последствиям.

Отсюда можно сделать вывод, и этот вывод уже подтвержден практикой, что при широкой геометризации школьной математики на ее начальных ступенях значительно сокращается число отстающих, лучше усваиваются и негеометрические разделы. У детей развивается воображение, а тем самым значительно возрастает творческий потенциал.

Геометрия очень важна для полноценного физиологического (не только интеллектуального) развития ребенка. Уже сам процесс занятий геометрией имеет большое развивающее значение.

Геометрия является первичным видом интеллектуальной деятельности, как для всего человечества, так и для отдельного человека. Мировая наука начиналась с геометрии. Ребенок, еще не научившийся говорить, познает геометрические свойства окружающего мира. Многие достижения древних геометров (Архимед, Аполлоний) вызывают изумление у современных ученых, и это несмотря на то, что у них полностью отсутствовал алгебраический аппарат. И, продолжая аналогию между общечеловеческим и индивидуальным, замечу, что геометрические возможности детей младшего и среднего возраста почти не зависят от уровня их математической подготовки.

И теперь отдельно несколько тезисов о работе с математически одаренными школьниками.

Работа с математически одаренными детьми состоит из трех этапов: заинтересовать, выявить (отобрать), научить. Здесь я хочу подчеркнуть, что этап «заинтересовать» может длиться чуть ли не до окончания школы. Очень важна роль геометрии на первых двух этапах. Посредством геометрии можно заинтересовать математикой многочисленные категории школьников, даже не очень хорошо обученных (об этом я уже говорил). И опять же, посредством геометрического материала мы можем отбирать детей именно талантливых, а не специально обученных.

В основе работы с одаренными детьми должен лежать парный принцип: демократизм и элитарность. С одной стороны, мы должны дать возможность получить полноценное образование детям всех социальных

слоев, на всех этапах обучения оставляя открытыми двери для талантливых детей (демократизм). А с другой, — обеспечить высокий уровень подготовки одаренных детей, чтобы создать подлинную научную элиту. Талантливость и обученность — вот два критерия отбора в эту элиту. Геометрия прекрасно соответствует сформулированному принципу. Нередки случаи, когда прекрасно подготовленный олимпиадный профессионал не справляется на олимпиаде с геометрической задачей, и именно эту задачу, чуть ли не единственную, решил не подготовленный специально школьник. Многие задачи олимпиад высокого уровня просто непонятны не только обычным школьникам, но и рядовым учителям. Единственное, что еще соответствует на олимпиадах содержанию школьных программ, это задачи по геометрии. Кроме того, олимпиада, особенно в своей геометрической части, если, конечно, она разумно выстроена, нередко дает возможность проявить себя и не слишком успевающим по школьной программе детям.

Следующий принцип работы с одаренными детьми — комфортность и многоступенчатость. Система олимпиад, являющаяся важнейшим элементом работы с одаренными детьми, да и сам процесс обучения нередко образуют достаточно жесткую конкурентную среду. И эта среда может самым губительным образом воздействовать на психически не подготовленного ребенка. А ведь психика именно одаренных детей особенно ранима. Поэтому очень важно для каждого одаренного школьника определить ту ступень, на которой он может комфортно работать. Слишком высокий уровень может оказаться для него просто непосильным. В результате ребенок теряет уверенность в себе. Одновременно не следует одаренному школьнику задерживаться на слишком низком для себя уровне. Он может остановиться в развитии. Особенно четко эта иерархичность и многоступенчатость видна в системе олимпиад. Разрыв между школьной и международной олимпиадой необычайно велик. Геометрия является тем стержневым предметом, который соединяет всю эту многоступенчатую систему. Кроме того, геометрия дает возможность талантливому ребенку развиваться постепенно, препятствует искусственным ранним скачкам, форсированию развития, из-за которого мы нередко теряем талантливую молодежь. (Куда девались многочисленные вундеркинды, о которых еще несколько лет тому назад с восторгом писали наши газеты?)

В области геометрии достигает своего наименьшего значения расстояние между математической наукой и школьной математикой. Некоторые самые современные достижения профессиональных математиков-геометров могут быть вполне доступно изложены школьникам. И сами эти достижения, и соответствующие идеи могут стать источником олимпиадных задач. Причем не только для старших школьников.

А с другой стороны, геометрия дает возможность одаренным детям уже на школьной скамье начать заниматься полноценными научными исследованиями, а не их имитацией, что нередко бывает на школьных научных конференциях. И здесь могут проявить себя дети не олимпиадного типа.

Геометрия способствует полноценному эмоциональному развитию ребенка. Как показывают исследования психологов, эмоциональное развитие является основой общеинтеллектуального развития. *Его составной частью является эстетическое воспитание.* Именно геометрия предоставляет огромные возможности для эстетического развития, эстетического воспитания. В математике мы достаточно четко можем отличить красивое решение от просто решения. Но особенно часто понятие красивое решение мы связываем с геометрическими задачами. Хороший математик, просто ученый должен обладать достаточно развитым эстетическим чувством. А о том, насколько важно создание хорошего эмоционального фона при работе с отстающими детьми можно и не говорить.

Я могу привести много примеров, иллюстрирующих сказанное, но ограничусь одним.

В мае 2001 года мне позвонила учительница из города Чебоксары. Она рассказала следующую историю.

В начале учебного года у нее в классе появился второгодник. Новый ученик по геометрии был на полном нуле (как и вообще по математике), а упомянутая учительница особое внимание уделяла именно геометрии. (Вынужден признаться, что занималась она по моему учебнику, почему и позвонила мне.) Учительница дала ученику учебник и заставила того начать изучать геометрию с самого начала.

Короче говоря, этот ученик на проходившей в городе в апреле 2001-го года математической олимпиаде получил вторую премию.

5. ГЕОМЕТРИЯ В 21-М ВЕКЕ. В ЧЁМ ЕЕ РОЛЬ? Человечество вступило в Новый Век. Посмотрим вокруг, что происходит?

Здание земной цивилизации значительно выросло за последние десятилетия и продолжает стремительно расти. Деятели образования в разных странах предпринимают отчаянные, но тщетные попытки угнаться за ростом этого здания. Заметно выделяются два пути решения проблемы: модернизация (в узком смысле) и дифференциация. При этом зачастую и модернизация, и дифференциация понимаются очень примитивно.

В чем смысл предложений «модернизаторов» от образования?

Поскольку сегодня в мире возникло много новых профессий, много новых видов человеческой деятельности и даже наук, возникли новые информационные технологии, следует потеснить в школе старые и традиционные предметы, заменив их современными. Что же касается математики, то необходимо сократить, прежде всего, Геометрию (частично или

полностью), как предмет устаревший, почти не изменившийся за последние несколько тысячелетий, мало используемый в практической жизни. А вместо нее ввести современные разделы: математический анализ, теорию вероятностей и прочее. Что здесь плохого?

Дело в том, что образовательные процессы подчиняются строгим биологическим законам и ускорить их невозможно, подобно тому как нельзя ускорить процесс вынашивания плода, который в своем развитии проходит этапы, совершенно не нужные с точки зрения взрослой особи. Не существует такого скоростного лифта, который мог бы вознести ребенка или даже молодого человека сразу на верхние этажи здания цивилизации. Такие попытки в образовании, в том числе и математическом, уже делались и неоднократно, но все они кончались плачевно.

Чем выше здание, тем прочнее должен быть фундамент. Человек, получивший хорошее фундаментальное образование, гораздо быстрее приспособится к условиям современной жизни, сумеет найти в ней свое место, чем тот, кто поверхностно познакомился с многочисленными современными механизмами, научился нажимать кнопки сложных приборов, не понимая сути происходящих в них процессов. Владение же геометрическим методом очень полезно современному человеку, так как позволяет ему быстро и наглядно понять суть сложного явления, дать ему ясную интерпретацию.

Дифференциация в образовании (в широком смысле модернизация включает в себя дифференциацию) задает несколько иной путь решения возникшей перед современным обществом проблемы. Школа, в первую очередь, в старшем звене становится специализированной, возникают школы различного типа: гуманитарные, физико-математические, биологические, даже музыкально-спортивные и всякие иные. С одной стороны, это необходимо. Но, с другой, — чрезмерное дробление может привести к полному распаду школы. Уже реальностью становится дифференциация школы по региональному принципу. А это для России не просто опасно, но смертельно опасно. Поэтому для России очень важны стержневые школьные предметы, которые должны противостоять возрастающим центробежным силам. Одним из таких предметов является математика.

Чрезмерная дифференциация на школьном уровне может помешать ее выпускникам в будущем реализовать свои основные общечеловеческие права, право на свободное передвижение, право на выбор профессии. Как показывают недавние социологические исследования, человеку в течение жизни приходится неоднократно, до 25 раз менять профессию.

Кроме того, это в муравейнике можно посредством питания выращивать по заказу солдат или рабочих, производителей или прислугу.

Человечество не муравейник. Кем станет человек в будущем, на школьной скамье решить трудно. Даже ставить такую задачу — безнравственно.

И мы вновь приходим к выводу о необходимости усиления именно фундаментальной подготовки выпускников наших школ. И этот принцип фундаментальности выдвигает на первое место именно математическое образование. А внутри этого математического образования все более важную роль должна играть геометрическая составляющая, благодаря таким качествам, как наглядность и универсальность.

И все же полностью отказываться от принципов дифференциации не следует. Здесь важно уловить разумную грань, за которой образование распадается на отдельные феодальные хозяйства. Возможно, для математики достаточно обойтись всего лишь двумя разновидностями. Не вдаваясь в детали, замечу, что математические курсы, основанные на принципах наглядности, на геометрических идеях дают возможность дать полноценное (или достаточное) математическое образование представителям самых далеких от математики специальностей (гуманитариям, но не только).

Заметным явлением сегодняшней цивилизации стал компьютер. И здесь особо следует сказать о взаимоотношениях между геометрией и компьютером. С одной стороны, геометрический тип рассуждений наименее поддается компьютеризации. (А отсюда, в частности, следует, что его сохранение и развитие особенно важно именно в настоящее время.) Геометрия остается одной из немногих сфер интеллектуальной деятельности, где человек еще не проиграл соревнование компьютеру. А с другой, — компьютер является очень полезным инструментом в геометрических исследованиях. С его помощью можно экспериментально обнаруживать новые интересные геометрические факты. Человеку же остается важнейшая роль — эти факты доказывать (всего лишь!). При этом в геометрическую деятельность с использованием компьютеров могут включаться школьники и сильные, и слабые (с точки зрения математики), технари и гуманитарии. И получается, что *первонаука, которой является геометрия, получила новый толчок к развитию, как образовательный предмет и как наука, благодаря самым современным компьютерным технологиям.*

Важнейшим фактом и фактором современной жизни является научно-техническая революция, которая, вопреки смыслу слова революция, стала постоянно действующим явлением. Резко возросли психологические и интеллектуальные нагрузки на человека, на его мозг, причем с самого раннего возраста. И нагрузки эти не равномерны, они разбалансированы, значительно перегружается левое полушарие. Отсюда стрессы, нервные и психические заболевания, начинающие разрушать организм ребенка еще до его рождения.

Скорость изменения окружающей среды, среды обитания столь велика, что человек не успевает приспособиться к этим изменениям просто как биологический вид.

В последнее время все большее влияние получает в обществе движение в защиту окружающей среды. Люди очень озабочены тем, каким воздухом они дышат, какие продукты питания потребляют, естественные или синтезированные, экологически чистые или же содержащие химические добавки и прочее и прочее. Но пора создавать и движение в защиту образовательной среды, нужны глубокие исследования по *экологии образовательной среды*.

Для нормального развития ребенку необходимо полноценное питание. Для нормального интеллектуального развития необходима разнообразная интеллектуальная пища. Сегодня математика, особенно геометрия, является одним из немногих экологически чистых и полноценных продуктов, потребляемых в системе образования. Геометрия может и должна стать предметом, с помощью которого мы можем сбалансировать работу головного мозга, улучшить функциональное взаимодействие между полушариями. *Геометрия — витамин для мозга*.

Но Геометрия — это продукт, который должен быть приготовлен очень умелым кулинаром. Иначе она может не только утратить свои питательные качества, но и принести вред организму.

...И замкнулся круг. То есть может замкнуться. Геометрия, стоявшая у колыбели человеческого разума, может помочь сегодня человеку сделать еще один скачок в своем развитии. Интеллектуальном, духовном и нравственном. Надо не упустить эту возможность.