
Математический мир

Ольга Александровна Ладыженская (1922–2004)

Д. Е. Апушкинская, А. И. Назаров

Ольга Ладыженская родилась 7 марта 1922 году в Кологриве (ныне Костромская область) — маленьком городке на берегу реки Унжи, левом притоке Волги, в 640 километрах от Москвы.

Старинный дворянский род Ладыженских впервые упоминается в летописях в 1375 году. Дед Ольги, Иван Александрович (1867–1943), — земский деятель. После революции был «лишенцем», в 1929 году, спасаясь от ареста, уехал из Кологрива. Его брат, Геннадий Александрович (1853–1916), был известным художником, академиком Императорской Академии Художеств. Его коллекция произведений искусства стала основой музея в Кологриве¹⁾.

Отец Ольги, Александр Иванович Ладыженский (1894–1937), учился в Институте гражданских инженеров в Петрограде. С началом Первой Мировой войны ушёл добровольцем на фронт. Служил в артиллерии, дослужился до офицера. Когда его полк стоял в Эстляндской губернии, он познакомился с Анной Михайловной Странсон (1893–1978). К неудовольствию родных, она вышла замуж за Александра, отказав своему жениху.

В 1917 году Александр Иванович привёз семью в Кологрив. С 1918 по 1922 он служил в Красной Армии, а в октябре 1922 года стал учи-

При подготовке этой статьи использованы материалы интернет-проекта «Воспоминания об О. А. Ладыженской» <https://pdmi.ras.ru/pdmi/memoirs/ladyzhenskaya>.

¹⁾ В 2003 году музею было присвоено имя Г. А. Ладыженского.

телем математики в Кологривской школе. Одна за другой в семье родились три дочери — Мария, Татьяна и Ольга.

Способности к математике Ольга Александровна проявила очень рано. Как вспоминала она сама,

«...мне повезло. Какие-то способности отец у меня обнаружил, и в возрасте 10 лет он уже устраивал мне своеобразный экзамен — рассказывал мне элементы высшей математики, а я должна была понять, правильно он рассуждает или нет».

Беда пришла в семью Ладыженских в ночь на 23 октября 1937 года. Этой ночью в Кологриве было арестовано более 30 человек — работники педагогических учреждений района и несколько школьников старших классов. Большинство из них, включая отца Ольги, были обвинены в «антисоветской агитации, участии в контрреволюционной организации и террористических намерениях» и получили «10 лет без права переписки» — официальный эвфемизм, заменявший в то время слово «расстрел»²⁾. В 1956 году все они были реабилитированы «за отсутствием состава преступления».

В 1939 году Ольга заканчивает школу с золотой медалью и едет в Ленинград поступать на математико-механический факультет ЛГУ³⁾. Однако, несмотря на блестяще сданные экзамены, ей, как «дочери врага народа», отказали в приёме в университет. Более того, её документы задержали в ЛГУ до сентября, чтобы она не могла сдать их в дру-



Зачётная книжка Ольги Ладыженской

²⁾ Точная дата расстрела А. И. Ладыженского неизвестна. Согласно базе данных «Жертвы политического террора в СССР», это произошло 26 ноября 1937 года. С другой стороны, ещё в конце октября от родственников прекратили принимать передачи арестованным, что обычно означало приведение приговора в исполнение.

³⁾ Во время этой поездки она впервые увидела железную дорогу.

гой вуз. К счастью, Ольгу без документов (под обещание принести их позже) приняли в Педагогический институт им. М. Н. Покровского⁴⁾ на математический факультет.

Будучи студенткой второго курса, Ольга слушала курсы лекций Б. А. Венкова⁵⁾ по алгебре и Г. М. Фихтенгольца⁶⁾ по ТФКП, читавшиеся для студентов 4 курса пединститута. Для этого ей потребовалось получить специальное разрешение от деканата. Экзамены по этим курсам Ольга Александровна сдала досрочно — в апреле–мае 1941 года, а экзамены за второй курс — в июне, причём два последних экзамена уже после начала войны.

Есть сведения, что Г. М. Фихтенголец и И. П. Натансон⁷⁾ ходатайствовали о переводе Ладыженской в ЛГУ, но этому переводу помешала война.



Ученики и учителя Кологривской школы, 1942 год. Третья справа во втором ряду сверху — О. А. Ладыженская, второй справа в верхнем ряду — старшеклассник Николай Воробьев⁸⁾. Фото из архива семьи Воробьевых

⁴⁾ В 1957 году был объединён с ЛГПИ им. А. И. Герцена.

⁵⁾ Борис Алексеевич Венков (1900–1962) — профессор ЛГУ, специалист по теории чисел.

⁶⁾ Григорий Михайлович Фихтенголец (1888–1959) — зав. кафедрой математического анализа ЛГУ, специалист в области функционального анализа, автор известного «Курса дифференциального и интегрального исчисления».

⁷⁾ Исидор Павлович Натансон (1906–1964) — профессор, зав. кафедрой математического анализа ЛГУ (с 1960), основатель ленинградской школы конструктивной теории функций.

⁸⁾ Николай Николаевич Воробьев (1925–1995) — впоследствии профессор, основатель советской школы теории игр.

После начала войны Ольга в числе других студентов участвовала в рытье окопов в окрестностях Ленинграда. Она отказалась эвакуироваться из города вместе с институтом, но позже старшая сестра Мария уговорила её уехать и сумела достать документы для выезда. В конце августа сёстры выехали из Ленинграда и через несколько недель добрались до Городца, где в это время была их мать. Там Ольга работала воспитателем в детском доме. В начале марта 1942 года семья переехала в Кологрив, и осенью Ольга Александровна стала преподавать математику в той школе, где работал её отец и училась она сама.

Ольга также бесплатно у себя дома занималась математикой с желающими. В благодарность мать одного из её учеников, вернувшись в Москву, пошла к ректору Московского университета и убедила его выслать Ладыженской вызов. В результате в конце октября 1943 года Ольга была зачислена на второй курс механико-математического факультета МГУ со стипендией и рабочей карточкой (тут сыграло свою роль и неофициальное ослабление ограничений для лиц с «поражёнными анкетами»). В одной группе с ней учились Ольга Олейник⁹⁾, Виктор Виденский¹⁰⁾ и Арон Майзелис¹¹⁾.

Сразу после поступления Ольга стала активно посещать несколько научных семинаров: семинар А. Г. Куроша¹²⁾ и Б. Н. Делоне¹³⁾ по алгебре, семинар В. В. Степанова¹⁴⁾ по дифференциальным уравнениям и известный семинар И. М. Гельфанда¹⁵⁾ по функциональному анализу. На третьем курсе по рекомендации сразу нескольких кафедр мехмата она стала Сталинским стипендиатом.

⁹⁾ Ольга Арсеньевна Олейник (1925–2001) — зав. кафедрой дифференциальных уравнений МГУ (с 1973), академик РАН (1991).

¹⁰⁾ Виктор Соломонович Виденский (1922–2015) — впоследствии зав. кафедрой математического анализа ЛГПИ им. Герцена, профессор.

¹¹⁾ Арон Рувимович Майзелис (1921–2005) — один из самых известных ленинградских учителей математики.

¹²⁾ Александр Геннадьевич Курош (1908–1971) — профессор, зав. кафедрой высшей алгебры МГУ (с 1949).

¹³⁾ Борис Николаевич Делоне (1890–1980) — профессор МГУ, член-корр. АН СССР (1929), специалист в области геометрии, мастер спорта по альпинизму.

¹⁴⁾ Вячеслав Васильевич Степанов (1889–1950) — зав. кафедрой дифференциальных уравнений МГУ, член-корр. АН СССР (1946).

¹⁵⁾ Израиль Моисеевич Гельфанд (1913–2009) — профессор МГУ, академик АН СССР (1984), один из крупнейших математиков XX века.

Также, начиная со второго курса, Ольга вела математические кружки для школьников: один — вместе с Акивой и Исааком Ягломами¹⁶⁾, второй — с Александром Кронродом¹⁷⁾. Одна из её учениц, Елена Морозова¹⁸⁾, вспоминала:

«...Братья Ягломы были уже аспирантами, то есть старшими по положению, поэтому Ольга Александровна была для них „девочкой на побегушках“. Но ученики воспринимали её с обожанием. Она была очень внимательна к членам кружка, всегда старалась их выслушать, поддерживала идеи, предлагаемые с места».

В конце 8-го семестра у Ладыженской возникла идея организовать студенческий семинар для более глубокого изучения теории уравнений в частных производных. Она и А. Д. Мышкис¹⁹⁾ уговорили И. Г. Петровского²⁰⁾ возглавить семинар. Петровский пунктуально посещал этот «самодетельный» семинар весь следующий год. Участниками этого семинара, кроме Ладыженской и Мышкиса были Олейник, аспиранты М. И. Вишик²¹⁾ и Р. А. Александрян²²⁾, преподаватели мехмата С. А. Гальперн²³⁾ и М. А. Крейнс²⁴⁾. В юбилейной статье [1] отмечается:

¹⁶⁾ Братья-близнецы Акива Моисеевич Яглом (1921–2007) и Исаак Моисеевич Яглом (1921–1988) — в то время аспиранты, впоследствии известные математики, профессора.

¹⁷⁾ Александр Семенович Кронрод (1921–1986) — известный математик и специалист по информатике, один из создателей шахматной программы «Каисса».

¹⁸⁾ Елена Александровна Морозова (1928–2020) — впоследствии доцент МГУ, лауреат премии М. В. Ломоносова за педагогическую деятельность. Член жюри Всесоюзных и Международных математических олимпиад для школьников, руководитель команды СССР на IV–X ММО.

¹⁹⁾ Анатолий Дмитриевич Мышкис (1920–2009) — в то время ассистент мехмата, впоследствии профессор, специалист по дифференциальным уравнениям.

²⁰⁾ Иван Георгиевич Петровский (1901–1973) — профессор МГУ, академик АН СССР (1946), специалист в области дифференциальных уравнений, ректор МГУ (с 1951).

²¹⁾ Марк Иосифович Вишик (1921–2012) — впоследствии профессор МГУ, специалист в области дифференциальных уравнений.

²²⁾ Рафаэль Арамович Александрян (1923–1988) — впоследствии профессор, академик АН Армянской ССР (1986), специалист по уравнениям в частных производных и механике.

²³⁾ Самарий Александрович Гальперн (1904–1977) — впоследствии профессор МГУ, специалист в области дифференциальных уравнений.

²⁴⁾ Михаил Александрович Крейнс (1903–1977) — профессор МГУ, специалист по дифференциальным уравнениям и механике.

«В какой-то степени этот семинар способствовал и написанию И. Г. Петровским его статьи, опубликованной в 1946 году в „Успехах математических наук“ и оказавшей большое влияние на многих математиков, желавших работать над развитием теории УрЧП».

Из статьи Петровского Ольга Александровна выбрала тему для своей дипломной работы²⁵⁾, причём задача была решена ею не только для уравнения $u_t + u_{xxxx} = 0$, предложенного Петровским, но и для всего класса 2b-параболических уравнений с коэффициентами, зависящими от времени. Эта работа получила похвалы от научного руководителя И. Г. Петровского и позднее, в 1950 году, была опубликована в «Математическом сборнике».

В 1947 году Ольга вышла замуж за ленинградского математика Андрея Алексеевича Киселёва²⁶⁾ (1916–1994) и переехала в Ленинград, где по рекомендации из МГУ поступила в аспирантуру ЛГУ под руководством С. Л. Соболева²⁷⁾.



А. А. Киселёв и О. А. Ладыженская, 1947 год

²⁵⁾ Тема работы «О единственности решения задачи Коши для линейного параболического уравнения», защищена с отличием в 1947 году.

²⁶⁾ Киселёв был преподавателем у Ольги в институте им. Покровского. Их брак продлился до 1956 года.

²⁷⁾ Сергей Львович Соболев (1908–1989) — академик АН СССР (1939), специалист по функциональному анализу и уравнениям в частных производных, один из основателей Сибирского отделения Академии Наук (1957). Его именем назван Институт математики СО РАН.

Безусловно, идеи Соболева, связанные с функциональными пространствами и теоремами вложения, оказали на Ладыженскую большое влияние. Однако она всегда подчёркивала, что по существу Соболев её работой не руководил и задачу для диссертации она выбрала сама. Эта задача была сформулирована Петровским в вышеупомянутой статье 1946 года, но, как и в дипломной работе, Ольга Александровна поставила и решила её в гораздо более общем виде — разработала метод конечных разностей так, что с его помощью можно было доказывать разрешимость краевых и начально-краевых задач для широкого класса уравнений и систем.

Из рассказа В. М. Бабича²⁸⁾:

«Я и несколько других студентов присутствовали на заседании кафедры дифференциальных уравнений. Выступала молоденькая, красивейшая Ольга Александровна. Высокомерная, между прочим. Принимали к защите её кандидатскую диссертацию. „Принимальщиками“ от кафедры были Данила Макарович Волков (тогдашний лектор по математической физике) и Николай Михайлович Матвеев (по обыкновенным дифференциальным уравнениям). Она на их вопросы отвечала несколько резковато, но чувствовалось, что её уровень выше, чем уровень этих пожилых представителей кафедры. И один из моих сокурсников сказал мне: „Попомни, Вася, мои слова: вот эта — далеко пойдёт!“».

Судьбоносным для Ладыженской оказалось знакомство с Владимиром Ивановичем Смирновым²⁹⁾, которое состоялось практически сразу после её переезда в Ленинград. Позднее Ольга Александровна писала [2]:

«...судьба подарила мне общение с Владимиром Ивановичем в течение примерно 27 лет. Для меня жизнь была бы совершенно другой, если бы я не встретила В. И. Смирнова.

Дело в том, что я рано лишилась отца — он был арестован в 1937 году. Тогда мне было 15 лет. Для меня отец был другом. Владимир Иванович заменил мне отца. И это могло произойти

²⁸⁾ Василий Михайлович Бабич (род. 1930) — профессор, зав. лабораторией математических проблем геофизики ПОМИ РАН (1967–2020), в описываемое время студент третьего курса мат-меха ЛГУ.

²⁹⁾ Владимир Иванович Смирнов (1887–1974) — академик АН СССР (1943), основатель нескольких кафедр в ЛГУ, автор знаменитого пятитомного «Курса высшей математики». Его именем назван НИИ математики и механики СПбГУ.

только потому, что существовало какое-то удивительное внутреннее сходство между моим отцом и В. И. Смирновым».

С осени 1947 года Владимир Иванович по просьбе Ольги Александровны организовал и возглавил городской семинар по математической физике³⁰⁾. С самого начала (ещё до защиты кандидатской диссертации³¹⁾) Ольга стала одним из ведущих участников этого семинара.

После защиты Ладыженская стала работать ассистентом на кафедре дифференциальных и интегральных уравнений мат-меха ЛГУ. Однако её прямота в отстаивании своих взглядов и нежелание считаться с «табелью о рангах» привело к конфликту с заведующим кафедрой Н. П. Еругиным³²⁾. В. И. Смирнову удалось добиться её перевода на кафедру высшей математики физического факультета ЛГУ, где она проработала всю оставшуюся жизнь. Все студенты отмечали её харизму, но преподавателем Ольга Александровна была суровым. А. И. Русанов³³⁾ вспоминал [4]:

«Только в нашей группе переведённых на химфак физиков занятия по математике вела О. А. Ладыженская (ныне академик), известная своей строгостью. Как-то на занятии её решили прощупать репликой: „Да Вы на экзамене всем нам тройки поставите!“, на что Ольга Александровна сухо ответила: „Почему всем? Тройку ещё надо заслужить“».

Ольга Александровна занялась проблемой обоснования методов Фурье и Лапласа для гиперболических уравнений второго порядка. Ранее они были обоснованы В. А. Стекловым³⁴⁾ лишь в случае одной пространственной переменной. Ладыженская решила эту задачу для

³⁰⁾ Этот семинар, носящий ныне имя В. И. Смирнова, отмечает в этом году своё 75-летие.

³¹⁾ Тема диссертации: «Решение задачи Коши для гиперболических систем методом конечных разностей», защищена в 1949 году.

³²⁾ Николай Павлович Еругин (1907–1990) — профессор, специалист в области обыкновенных дифференциальных уравнений, академик АН Белорусской ССР (1956).

³³⁾ Анатолий Иванович Русанов (род. 1932) — зав. кафедрой коллоидной химии СПбГУ, академик РАН (1991).

³⁴⁾ Владимир Андреевич Стеклов (1863–1926) — специалист по математической физике и механике, академик Петербургской АН (1912), вице-президент АН СССР (с 1919), организатор Физико-математического института РАН (1921). Его имя носят математические институты в Москве и Петербурге.

нестационарных уравнений, порождаемых произвольными симметрическими эллиптическими операторами второго порядка в ограниченной области с любым из классических краевых условий. Важно отметить, что именно в этом цикле работ была подчеркнута важность понятия обобщённого решения начально-краевой задачи для гиперболических уравнений из определённого функционального пространства, а также полезность работы в целой шкале функциональных пространств. До того подобная концепция встречалась лишь в эллиптических вариационных задачах.

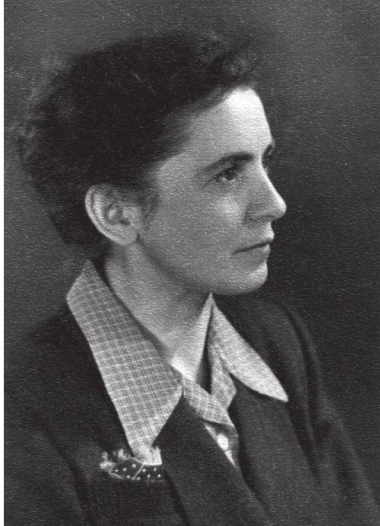
В процессе работы Ладыженская также получила решение проблемы Гельфанда об описании области определения замыкания в L_2 эллиптического оператора с условием Дирихле.

Эти и другие результаты по разрешимости начально-краевых задач для гиперболических уравнений стали основой докторской диссертации, которую Ольга Александровна подготовила уже в 1951 году. Однако «защититься» с её анкетными данными в Ленинграде не представлялось возможным. Обратились к Петровскому для организации защиты в Москве. Но даже влияния ректора МГУ не хватило. Тогда В. И. Смирнов предложил издать диссертацию в виде монографии [3] и способствовал её изданию. Хотя эта книга не была переведена на иностранные языки, её содержание получило известность во многих странах. В 1954 году за эту монографию Ладыженская получила Премию Ленинградского университета.

В марте 1953 года, вскоре после смерти Сталина, Петровский позвонил Ладыженской и сообщил, что теперь её защита состоится. Той же осенью Ольга Александровна получила диплом доктора физико-математических наук.

Вскоре после докторской защиты Ладыженская получила должность доцента, а в 1956 году — профессора ЛГУ. С 1954 года она по совместительству становится сотрудником Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова (ЛОМИ; ныне ПОМИ РАН). В 1961 году Ольга Александровна создала на базе своей группы лабораторию математической физики и затем перешла на основное место работы в ЛОМИ³⁵⁾, продолжая работать в университете по совместительству. Заметим, что в течение ряда лет она читала спецкурсы одновременно для студентов двух факультетов (мат-меха и физфака).

³⁵⁾ Зав. лабораторией математической физики (1961–1998), главный научный сотрудник (с 1998).



История этой фотографии примечательна: по указанию ректора ЛГУ А. Д. Александрова³⁶⁾ были сделаны фотопортреты ведущих профессоров университета. Фотография Ладыженской так понравилась А. Д., что много лет стояла у него на рабочем столе. Гораздо позже, в 1982 году, в поздравительном адресе к 60-летию Ольги Александровны он написал: *«Такое сочетание красоты и таланта в одном человеке кажется нереальным, если бы не Ольга Александровна»*.

В середине 50-х годов под влиянием В. А. Фока³⁷⁾ Ладыженская обращается к задачам математической гидродинамики.

В первых же работах по этой тематике ей удалось значительно продвинуть теорию разрешимости краевых и начально-краевых задач для системы уравнений Навье — Стокса по сравнению с имевшимися к тому моменту результатами Ж. Лерэ³⁸⁾ и Э. Хопфа³⁹⁾. В частности, в статье [5] была доказана однозначная локальная (а при достаточно малых данных задачи — и глобальная) разрешимость первой начально-краевой задачи для уравнений Навье — Стокса в произвольной трёхмерной области⁴⁰⁾. Спустя год была опубликована работа [6], в которой установлена глобальная однозначная разрешимость начально-краевой задачи в двумерной области. Для этого был использован новый тип функциональных неравенств, позднее названных мультипликативными.

³⁶⁾ Александр Данилович Александров (1912–1999) — основатель ленинградской школы «геометрии в целом», ректор ЛГУ (1951–1964), академик АН СССР (1964), мастер спорта по альпинизму.

³⁷⁾ Владимир Александрович Фок (1898–1974) — физик-теоретик, академик АН СССР (1939) и ряда зарубежных академий.

³⁸⁾ Жан Лерэ (Jean Leray, 1906–1998) — французский математик, специалист в области функционального анализа и уравнений в частных производных, член Французской АН (1953) и ряда зарубежных академий.

³⁹⁾ Эберхард Фредерик Фердинанд Хопф (Eberhard Frederick Ferdinand Hopf, 1902–1983) — немецкий и американский математик, специалист в области уравнений в частных производных и динамических систем.

⁴⁰⁾ Хотя в дальнейшем были некоторые продвижения в этой задаче, вопрос о глобальной разрешимости трёхмерной задачи Навье — Стокса остаётся открытым по сей день и является одной из проблем тысячелетия.

Исследования 50-х годов по гидродинамике были подытожены в монографии «Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости», вышедшей в 1961 году. Книга содержит посвящение:

«Трёх очень разным, но глубоко уважаемым мной людям: моему отцу, Александру Ивановичу ЛАДЫЖЕНСКОМУ, Владимиру Ивановичу СМЕРНОВУ и Жану ЛЕРЭ посвящается эта книга».

В 1963 году вышел перевод этой книги на английский язык, а в 1970 году — второе русское издание, существенно дополненное и переработанное. Позднее монография была переведена ещё на несколько языков и стала «библией» для всех специалистов по математической гидродинамике.



ИСМ1958, Эдинбург. Х. О. Кордес⁴¹⁾, О. А. Ладыженская, П. Лакс⁴²⁾

В 1958 году Ольга Александровна впервые приняла участие в Международном конгрессе математиков, который проходил в Эдинбурге.

В дальнейшем Ладыженская неоднократно участвовала в конгрессах. Дважды (Москва 1966 и Варшава 1983) она была приглашённым

⁴¹⁾ Хейнц Отто Кордес (Heinz Otto Cordes, 1925–2018) — немецкий и американский математик, специалист в области уравнений в частных производных.

⁴²⁾ Питер Дэвид Лакс (Peter David Lax, род. 1926) — американский математик, специалист в области уравнений в частных производных, член Национальной Академии Наук США (1970), лауреат Абелевской премии (2005) и многих других наград, в том числе Большой золотой медали им. М. В. Ломоносова (2013).

докладчиком, а в 1994 году в Цюрихе была удостоена специальной лекции имени Эмми Нётер⁴³⁾.

Ещё одна проблема, которая была в центре внимания Ольги Александровны начиная с 50-х годов — регулярность решений квазилинейных уравнений эллиптического и параболического типов. Большинство результатов в этом направлении было получено Ладыженской в сотрудничестве с её ученицей Н. Н. Уральцевой⁴⁴⁾.

Отправными точками этих исследований были работа Ладыженской 1956 года об оценке градиентов решений эллиптических и параболических квазилинейных уравнений и работы Э. Де Джорджи⁴⁵⁾ и Дж. Нэша⁴⁶⁾ (1957/58), которые установили, что решения линейных равномерно эллиптических и параболических уравнений дивергентного вида с измеримыми коэффициентами удовлетворяют условию Гёльдера.

Развивая технику де Джорджи и Нэша, Ладыженская и Уральцева распространили её на более общие линейные и квазилинейные уравнения эллиптического и параболического типов. Кроме того, они разработали технику вывода априорных оценок для решений эллиптических уравнений с сильными нелинейностями. Это позволило им получить точные результаты о разрешимости и гладкости решений классических краевых задач для квазилинейных уравнений, удовлетворяющих так называемым естественным условиям роста. В частности, это дало полное решение 19-й и 20-й проблем Гильберта для уравнений второго порядка.

Полученные результаты по эллиптическим уравнениям были подытожены в монографии [7], за которую авторы получили премию им. Чебышёва АН СССР⁴⁷⁾. Тремя годами позже была опубликована монография [8], посвящённая параболическим уравнениям.

⁴³⁾ Амалия Эмми Нётер (Amalie Emmy Noether, 1882–1935) — немецкий математик, специалист по абстрактной алгебре и теоретической физике.

⁴⁴⁾ Нина Николаевна Уральцева (род. 1934) — профессор, зав. кафедрой математической физики ЛГУ/СПбГУ (с 1977).

⁴⁵⁾ Эннио де Джорджи (Ennio De Giorgi, 1928–1996) — итальянский математик, специалист по уравнениям в частных производных и вариационному исчислению, член Папской академии наук (1981), иностранный член ряда зарубежных академий.

⁴⁶⁾ Джон Форбс Нэш-мл. (John Forbes Nash, Jr., 1928–2015) — американский математик, специалист по теории игр и уравнениям в частных производных, лауреат Нобелевской премии по экономике (1994) и Абелевской премии (2015).

⁴⁷⁾ В 1973 году вышло второе, существенно дополненное, издание этой книги.

Из рассказа Н. Н. Уралцевой:

«Надо сказать, что Ольга Александровна очень легко писала. Я имею в виду математические тексты — книги, статьи. У меня с ней совместные три книги. И должна признаться, что бóльшую часть текстов написала она, потому что она это делала очень быстро и очень хорошо.

Нашу первую книгу мы улетели писать в Ереван на месяц в сентябре или октябре 62 года. Нас пригласили туда лекции почитать по своим результатам. <...> Два-три раза в неделю мы читали лекции, а в остальное время писали книгу. Мы сидели, закрывшись в комнате, — каждая на своей кровати — и писали каждая свою часть.

Жили мы сперва в гостинице, а потом нас поселили на турбазе. Однажды вечером приходим домой, в комнате горит свет, и нигде нет наших записок — кто-то их унёс. Мы расстроенные легли спать, утром пошли завтракать, а когда вернулись — записки оказались на месте (видимо, злоумышленникам они не пригодились).

И за месяц пребывания в Армении основная часть книги практически была готова, вернувшись мы уже только правили текст. <...>

Параболическую книжку мы уже писали вместе с Севой Солонниковым⁴⁸⁾. Он отвечал за часть с гладкими коэффициентами, про которую мы не знали. Схема работы была такая же, как и в эллиптическом случае — каждый писал свою часть, а окончательное редактирование делала Ольга Александровна».

Обе монографии получили широкую известность и были переведены на несколько языков. В 1969 году за цикл работ по краевым задачам Ладыженская и Уралцева получили Государственную премию СССР. Заметим, что в 80-х годах они вернулись к этой тематике и получили аналогичные результаты о разрешимости для недивергентных уравнений.

Опишем ещё одно направление исследований, созданное Ольгой Александровной в теории уравнений в частных производных. В своей основополагающей работе [9] она показала, что двумерная система Навье — Стокса с условием Дирихле обладает компактным ω -предельным множеством, равномерно притягивающим любое ограниченное

⁴⁸⁾ Всеволод Алексеевич Солонников (род. 1933) — профессор, специалист по уравнениям в частных производных и математической гидродинамике, иностранный член Лиссабонской академии наук (2019).

множество фазового пространства. В дальнейшем это множество было названо глобальным минимальным B -аттрактором.

Статья [9] послужила началом теории аттракторов для уравнений в частных производных. В 1988 году по приглашению Академии деи Линчеи Ладыженская прочла в Риме курс лекций по аттракторам. Эти лекции были изданы в виде монографии [10].

Во второй половине XX века Ольга Александровна была «законодателем моды» в теории уравнений в частных производных, настоящим математическим стратегом. Важно отметить, что она интересовалась в первую очередь не столько решением, сколько постановкой новых задач.

Некоторые работы Ладыженской, её идеи и методы были настолько оригинальны, что были признаны математическим сообществом только после долгих обсуждений. С другой стороны, некоторые коллеги даже утверждали, что такие элегантные решения может найти только женщина.

Научные заслуги О. А. Ладыженской были высоко оценены международным математическим сообществом. В 1990 году она стала академиком⁴⁹⁾ АН СССР. Кроме того, она была избрана иностранным членом Германской академии «Леопольдина» (1985), Национальной академии деи Линчеи (1989), Американской Академии Наук и Искусств (2001), Почётным доктором Боннского университета (2002). Её работы были отмечены многочисленными премиями, в том числе высшей наградой РАН — Большой золотой медалью им. М. В. Ломоносова (2002).

Ольга Александровна создала замечательную научную школу. Обаяние её личности, умение выделять способных студентов, готовность помочь начинающим позволили ей воспитать блестящих учёных. Имена Л. Д. Фаддеева⁵⁰⁾, Н. Н. Уральцевой, В. А. Солонникова, В. С. Буслаева⁵¹⁾ и других её учеников составляют славу петербургской школы уравнений в частных производных и математической физики. Согласно Mathematics Genealogy Project Ладыженская имеет 275 научных «потомков».

⁴⁹⁾ Член-корреспондент с 1981 года.

⁵⁰⁾ Людвиг Дмитриевич Фаддеев (1934–2017) — физик-теоретик и математик, академик АН СССР (1976) и многих зарубежных академий, директор ЛОМИ/ПОМИ (1976–2000), основатель Международного математического института им. Л. Эйлера, президент Международного математического союза (1987–1990), лауреат премии Шао (2008), Большой золотой медали им. М. В. Ломоносова (2013) и многих других наград.

⁵¹⁾ Владимир Савельевич Буслаев (1937–2012) — профессор, зав. кафедрой высшей математики и математической физики СПбГУ (с 2000).



Президент РАН Ю. С. Осипов вручает медаль
Ломоносова О. А. Ладыженской

Важнейшую роль в развитии этой научной школы играли городской семинар по математической физике, о котором уже упоминалось, а также личный «маленький» семинар Ольги Александровны.

Из рассказа Н. Н. Уральцевой:

«[Большой] семинар был очень разнообразный по тематике, его создание сразу оживило математическую жизнь в Ленинграде. Там выступали люди самых широких научных интересов, помимо непосредственно матфизиков приглашались очень многие специалисты не только из Ленинграда, но из Москвы, из других мест. <...>

О. А. руководила большим семинаром до последних дней своей жизни. Самые последние, может быть, пару месяцев она перестала посещать семинар, потому что почти ничего не видела. И она не ходила уже на заседания семинара, но потом расспрашивала докладчика один на один и обсуждала».

Из рассказа Г. А. Серегина⁵²⁾:

«Каждый большой семинар был целым представлением! Благодаря Ольге Александровне в первую очередь, а также остальным участникам <...> И докладчики были хорошие — это была большая честь сделать доклад на таком семинаре. Критика в те годы была жёсткая, но, в целом, атмосфера была очень доброжелатель-

⁵²⁾ Григорий Александрович Серегин (род. 1950) — профессор, зав. лабораторией математической физики ПОМИ (с 1998).

ная. А на маленьком семинаре всё было жёстче, через него проходили все кандидатские и докторские».

Из воспоминаний В. В. Пухначёва⁵³⁾:

«Я чувствовал, что дело идёт к докторской диссертации, и мне очень хотелось пригласить Ольгу Александровну в оппоненты. В 1973 году основные результаты были получены, и состоялось решающее выступление на семинаре в ЛОМИ. Мой доклад длился пять часов с двумя перерывами. „Добро“ было получено. Вскоре я встретился с Виктором Юдовичем⁵⁴⁾ и с гордостью рассказал ему об этом <...> Реакция Виктора: „Подумаешь! Мой доклад продолжался восемь часов с тремя перерывами“».

С момента возрождения Санкт-Петербургского математического общества в 1959 году О. А. Ладыженская стала одним из самых активных его членов. Более 40 лет она была членом Правления, вице-президентом, а с 1990 по 1998 год — Президентом СПбМО. В 1998 году она была избрана Почётным членом СПбМО.

Мы говорили о математике и семинарах, но интересы Ольги Александровны вовсе не ограничивались математикой и семинарами. Она была личностью многогранной и разнообразно одарённой. Общение с ней высоко ценили многие представители мира литературы и искусства, в том числе Иосиф Бродский, Александр Солженицын⁵⁵⁾, композитор Борис Тищенко, пианистка Надежда Голубовская.

Многолетняя дружба связывала Ладыженскую с Анной Ахматовой. Несмотря на значительную разницу в возрасте, их отношения были очень близкими. Имя Ольги Александровны много раз упоминается в записных книжках Ахматовой.

Из воспоминаний Вяч. Вс. Иванова⁵⁶⁾ [11]:

«Я оказался в Ленинграде и узнал, что Ахматова с подозрением на инфаркт попала в больницу. Я поспешил к ней. <...> Она рассказала мне о беседе с математиком О. А. Ладыженской, приходившей

⁵³⁾ Владислав Васильевич Пухначёв (род. 1939) — специалист в области механики сплошной среды, член-корр. РАН (1997).

⁵⁴⁾ Виктор Иосифович Юдович (1934–2006) — профессор, зав. кафедрой вычислительной математики и математической физики Ростовского гос. университета (с 1972).

⁵⁵⁾ История семьи Ладыженских была рассказана Ольгой Александровной Солженицыну и вошла в книгу «Архипелаг Гулаг». Ладыженская включена Солженицыным в список 257 «свидетелей Архипелага».

⁵⁶⁾ Вячеслав Всеволодович Иванов (1929–2017) — лингвист, академик РАН (2000).



Эта фотография сделана в квартире Ольги Александровны

навещать её в больнице. Она советовалась с Ахматовой, каким из искусств ей заняться — её увлекали и стихи, и живопись. Ахматова с обычным для неё вниманием к каждому человеку, увлекающемуся искусством, подробно со мной обсуждала план, который она наметила по просьбе Ладыженской: занятия именно одним из видов искусств, не всем сразу. К этому она отнеслась с большой серьёзностью».

Из интервью Б. И. Тищенко [12]:

«Я представил свою Вторую симфонию на стихи Марины Цветаевой в квартире Ольги Александровны Ладыженской⁵⁷⁾, одного из крупнейших советских математиков (она была подругой Ахматовой). Она пригласила на это представление Анну Андреевну. Ахматова пришла в большом ожерелье из чёрных бус. И когда я закончил играть симфонию, она потрогала бусы и сказала: „Эти бусы мне подарила Марина“».

Однажды Ольга Александровна рассказала Ахматовой о своей поездке в Выборг. Её эмоциональный рассказ произвёл на Анну Андреевну сильное впечатление. Поэт Анатолий Найман, литературный сек-

⁵⁷⁾ Ольга Александровна не играла на музыкальных инструментах, но по совету Н. И. Голубовской купила хороший рояль и время от времени организовывала домашние концерты для друзей.

ретарь Ахматовой, который за несколько дней до того также ездил с Ахматовой в Выборг, пишет [13, с. 189]:

«Ахматова посмотрела на меня с притворной сокрушённой обидой и сообщила госте, что мы ничего такого там не заметили. Через день, если не на следующий, ею были написаны стихи „Огромная подводная ступень“ и так далее⁵⁸⁾, с посвящением Ладыженской».

Ладыженская была в числе 11 человек, которым Ахматова давала читать рукописи «Поэмы без героя» и «Реквиема», которые не могли быть напечатаны в СССР. Более того, она убедила Анну Андреевну сделать магнитофонную запись «Реквиема» и более 20 лет скрытно хранила плёнку. Подчеркнём, что обнаружение такой записи КГБ могло серьёзно поставить под угрозу профессиональную карьеру её хранителя. Сегодня благодаря Ладыженской мы можем слышать бессмертные строки «Реквиема» в исполнении автора.

Ольга Александровна была человеком увлекающимся. Она старалась заниматься спортом, ходила в походы, любила путешествия.

Из рассказа Н. Н. Уралцевой:

«Помню, поехали зимой кататься на Серенаду — любимое место прогулок между Комарово и Зеленогорском. Поехали вчетвером — мы с мужем, Ольга Александровна и ещё один знакомый. Добрались до крутой горки под названием „Лоб“, О. А. посмотрела вниз и поехала — кубарем, конечно. Пришлось обоим мужикам съезжать, и мне тоже. Всё кубарем, но лыжи у всех остались целы.

Ещё помню, что, когда я была аспиранткой, мы катались на лыжах в Кавголово, и Ольга Александровна повредила там свой мениск довольно серьёзно. Речь даже шла о возможной операции, но её удалось избежать. Во всяком случае, О. А. не могла ходить на лекции, и мне пришлось её заменять (помню, как я боялась на первой лекции). Она тогда читала объединённый спецкурс „Краевые задачи“ для физфака и мат-меха, группе матфизиков и физиков-теоретиков. Потом эта история повторилась: лет через десять другой её аспирант (довольно известный слаломист) тоже с ней катался на лыжах в Кавголово. И О. А. опять повредила мениск, и ему пришлось читать ту же самую лекцию, что и мне, касающуюся коэрцитивных оценок для эллиптических операторов второго порядка».

⁵⁸⁾ Найман приводит первую строку из стихотворения „В Выборге“.

Из воспоминаний В. В. Пухначёва:

«Не только научные интересы приводили Ольгу Александровну в Сибирь. Её любовь к путешествиям привела её на озеро Байкал с островом Ольхон и на Красноярские столбы.

Кто бывал на Столбах, тот знает, что там в моде скалолазание без страховки. Мне посчастливилось сопровождать Ольгу Александровну в этом путешествии. Ей было тогда 53 года, но роль наблюдательницы наших (порой рискованных) восхождений была явно ей не по душе. Ольга Александровна вместе с нами покорила шесть Столбов!»

Во время путешествий Ольга Александровна проявляла такую же страсть и неутомимость при осмотре достопримечательностей, как и при обсуждении математических результатов.

Из воспоминаний В. Я. Иврия⁵⁹⁾:

«В июле 1998 года О. А. была в Торонто на ежегодной конференции SIAM, куда она была приглашена прочесть специальную *John von Neumann Lecture*. <...> О. А. упомянула, что видела объявление на Королевском Музее Онтарио о выставке импрессионистов, и выразила желание её посетить <...> Моя жена (тоже Ольга) вызвалась её сопровождать на выставку.

На следующий день моя жена отправилась на встречу с Ольгой Александровной, чтобы пойти в Галерею Искусств. Вернулась она вечером совершенно измождённая. Выяснилось, что осмотрев выставку импрессионистов, они собирались уходить, но вдруг О. А. узнала о постоянной выставке Группы Семи (канадских художников) и решила ознакомиться с ней тоже. Моя жена (кстати, тоже изрядная любительница изобразительных искусств) считала, что этого уже будет многовато, но возможно. После этой выставки вдруг оказалось, что есть ещё залы индейского искусства, и О. А. решила не упустить и их, а когда они уже собрались уходить, то обнаружили залы иннуитской (эскимосской) резьбы по моржовому клыку и, разумеется, их необходимо было посетить тоже. „Оленька, ты не понимаешь, это такое искусство!“. И после этого она ещё решила пойти на сессию SIAM, чтобы попить кофе!

Санкт-петербуржцы, которым я об этом рассказал, комментировали однозначно: „Типичная О. А.!“»

⁵⁹⁾ Виктор Яковлевич Иврий (род. 1949) — советский и канадский математик, специалист в области уравнений в частных производных, член Канадской АН (1998).

Из воспоминаний Т. Н. Шилкина⁶⁰⁾:

«Ольга Александровна до последних дней испытывала острый интерес к жизни. Ей было интересно всё, что её окружало, она постоянно стремилась увидеть и узнать как можно больше нового, испытать новые ощущения, по максимуму „погрузиться в жизнь“.

В Нью-Йорке она изъявила желание подняться на Empire State Building. Хотя основной подъём происходил на лифте, последний участок в несколько лестничных пролётов нужно было преодолеть пешком. Хотя было очевидно, что подниматься по лестнице ей тяжело, О. А. ни на секунду не допускала мысли, что можно отказаться от этой затеи. <...>

Мне казалось, что любую лестницу, любой подъём О. А. воспринимает как своего рода вызов и наперекор своему возрасту идёт навстречу этому новому вызову».



Многие отмечали, что Ольга Александровна очень любила всякую живность. Везде, где она во время поездок останавливалась на сколь-нибудь продолжительное время, она старалась посетить зоопарк. Её любимым телеканалом был «Animal planet».

⁶⁰⁾ Тимофей Николаевич Шилкин (род. 1971) — специалист в области математической гидродинамики, с. н. с. лаборатории математической физики ПОМИ. В 2001 году он сопровождал Ольгу Александровну в её поездке в США.

Из воспоминаний М. Ганзбургера⁶¹⁾:

«Во время каждого своего визита к нам Ольга хотела сделать что-то, связанное с животными, не ограничиваясь знакомством и игрой с нашими домашними собаками и кошками. Например, во время своего первого визита в Айову она спросила, может ли она увидеть скунса! Очевидно, что в России скунсы не водятся. Конечно, мы немного боялись подойти к нему близко, но в конце концов мы нашли одного, которого она смогла увидеть. Она была очень рада этому, и, к счастью, никаких катастрофических последствий не произошло.

Возможно, более авантюрным с её стороны был эпизод с аллигатором. Я рассказал Ольге, что моя дочь Маргарет и её муж Мэтью управляют частным заповедником и что у Мэтью там живёт „домашний“ аллигатор. Она выразила желание увидеть аллигатора (которые повсеместно встречаются во Флориде), и мы повезли её в заповедник. Она почти не проявила страха, когда встретила аллигатора вблизи, а не в зоопарке; ей определённо понравилась эта встреча».

Ольга Александровна была человеком глубоко верующим, но никогда не выставляла это напоказ. При этом её отношение к людям определялось не словами «ради Бога», но всегда «ради человека». Она была верна девизу «Кто, если не я?», всегда готовая прийти на помощь окружающим, не ожидая их просьб. Эта помощь могла быть разнообразной: деньгами, одеждой, жильём, организацией дежурств у больного, административными хлопотами... В жуткие девяностые годы она ходила с карманами, набитыми мелочью, и раздавала нищим.

Говоря о личных качествах Ольги Александровны, нельзя не упомянуть её редкое гражданское мужество.

Из рассказа Н. Н. Уральцевой:

«Все, кто помнит Ольгу Александровну, отмечают, что она была очень отважным и смелым человеком. Даже во времена, когда люди старались помалкивать, она не могла сдерживаться, и если нужно было защищать свою позицию, она это делала очень открыто. Позднее Ольга Александровна нередко выступала в защиту хороших студентов с „плохой“ анкетой.

⁶¹⁾ Макс Ганзбургер (Max Gunzburger, род. 1947) — американский математик, специалист в области вычислительных методов и математической гидродинамики.

Я помню, что она собирала деньги для помощи политзаключённым, в том числе Революту Пименову⁶²⁾. Делала она это аккуратно, тайно, среди друзей, не информируя посторонних. В трудные времена, когда были гонения на Солженицына, она дружила с Солженицыным, — это было также небезопасно».

В последние годы жизни у Ольги Александровны были проблемы со зрением, которые обострились к 2003 году, несмотря на усилия врачей. Из воспоминаний Р. С. Сакса⁶³⁾:

«Осенью 2003 года Ольга Александровна пригласила меня приехать к ней <...> Когда я приехал, выяснилось, что она почти потеряла зрение: видела краем глаза только крупные буквы. И ей нужен был помощник — читать и переводить работы, которые она отобрала перед поездкой в США на зиму. <...>

Работ оказалось очень много, и мы несколько дней сидели допоздна, разбирая их. Видимо, какие-то оттиски она собиралась взять с собой. Статьи были на английском, я с ходу переводил и читал ей по-русски. О. А. тут же решала, интересна ей работа или нет, или просила прочитать ей заново какое-то место. Казалось, она не уставала — приносила мне всё новые кипы бумаг. В последний вечер перед моим отъездом мы сидели с ней до трёх часов ночи, пока я не взмолился. Она сказала: „Слабак!“ и ушла к себе».

Ольга Александровна любила солнечный свет, поэтому каждую зиму, в самый тёмный период в Санкт-Петербурге, она старалась, по её собственному выражению, «перебраться в тёплые страны». 12 января 2004 года она должна была отправиться во Флориду. Вечером 11 января она легла спать, чтобы отдохнуть перед дальней поездкой.

Она не проснулась.

Говорят, что такая смерть даётся лишь избранным.

Из воспоминаний П. З. Мкртычяна⁶⁴⁾:

«<...> я бы хотел вспомнить тот скорбный январский день 2004 года, когда мы провожали в последний путь Ольгу Александровну.

⁶²⁾ Револют Иванович Пименов (1931–1990) — д. ф.-м. н., специалист в области геометрии. Участник диссидентского и правозащитного движения в СССР, неоднократно подвергался репрессиям.

⁶³⁾ Ромэн Семенович Сакс (род. 1938) — профессор, специалист в области уравнений в частных производных, в. н. с. Института математики Уфимского НЦ РАН.

⁶⁴⁾ Павел Зорикович Мкртычян (род. 1952) — специалист в области уравнений в частных производных, доцент СПбГУТ.

Ольга Александровна Ладыженская была и остаётся великим математиком. Но великого математика можно похоронить траурно-торжественно, со всеми подобающими почестями, воздав должную дань уважения достижениям и заслугам, но обойтись без слёз. А в тот день было настоящее всеобщее людское горе с морем искренних человеческих слёз».

О. А. Ладыженская похоронена на Комаровском кладбище⁶⁵). Её могила находится недалеко от могил А. А. Ахматовой и В. И. Смирнова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Серегин Г. А., Уральцева Н. Н. Ольга Александровна Ладыженская (к 80-летию со дня рождения) // УМН. 2003. Т. 58, вып. 2(350). С. 181–206.
- [2] Владимир Иванович Смирнов, 1887–1974 / Изд. 2, доп. Отв. ред. О. А. Ладыженская, В. М. Бабич. М.: Наука, 2006.
- [3] Ладыженская О. А. Смешанная задача для гиперболического уравнения. М.: ГИТТЛ, 1953.
- [4] Русанов А. И. К 70-летию... меня. СПб., 2002.
- [5] Киселёв А. А., Ладыженская О. А. О существовании и единственности решения нестационарной задачи для вязкой несжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1957. Т. 21, № 5. С. 655–680.
- [6] Ладыженская О. А. Решение «в целом» краевой задачи для уравнений Навье — Стокса в случае двух пространственных переменных // ДАН СССР. 1958. Т. 123, № 3. С. 427–429.
- [7] Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.: Наука, 1964.
- [8] Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967.
- [9] Ладыженская О. А. О динамической системе, порождаемой уравнениями Навье — Стокса // Записки научн. семин. ЛОМИ. 1972. Т. 27. С. 91–115.
- [10] Ladyzhenskaya O. Attractors for Semigroups and Evolution Equations. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [11] Иванов Вяч. Вс. Беседы с Анной Ахматовой // Воспоминания об Анне Ахматовой. М.: Сов. писатель, 1991. С. 473–502.

⁶⁵) Комаровский некрополь — кладбище в посёлке Комарово, пригороде Санкт-Петербурга. На нём находятся более двухсот могил известных учёных, деятелей литературы и искусства. Объект всемирного наследия ЮНЕСКО.

[12] Газета «Частный корреспондент», 15.08.2010.

[13] *Найман А. Г.* Рассказы об Анне Ахматовой. М.: Худ. лит., 1989.

Дарья Евгеньевна Апушкинская, РУДН

apushkinskaya@gmail.com

Александр Ильич Назаров, ПОМИ РАН и СПбГУ

al.il.nazarov@gmail.com