Глава 10.

Кружок с девочками — второй год

Занятие 12. Что-то не так с теорией вероятностей

25 октября 1984 (четверг) $10^{00} - 11^{10}$ (1 час 10 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Вытаскивание фигурок из мешка.

Я насыпал в мешок 9 больших фигурок из набора Дьенеша: три круга, три квадрата и три треугольника, и просил девочек по очереди вытаскивать вслепую заданную заранее фигурку (так, чтобы каждой достались фигурки всех трех разных типов). Форму надо было определять на ощупь.

Задание было легким, и девочки справились с ним вполне хорошо.

Задание 2. Логическое включение классов.

Я положил перед девочками четыре фигурки из набора (все большие, рис. 10.1) и стал задавать вопросы такого типа: каких фигурок больше — больших или квадратов? Или: квадратов или красных? Иногда вопросы перемежались с более простыми: сколько здесь квадратов? сколько больших фигурок? сколько красных?

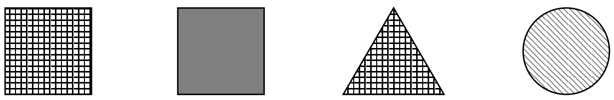

Рис. 10.1. Красный квадрат, синий квадрат, красный треугольник и зеленый круг.

На простые вопросы все отвечали правильно. Но, к моему удивлению, и на более сложные вопросы, касающиеся пересекающихся множеств, все, кроме Жени, отвечали правильно. Только Женя отвечала как положено по психологической науке: «Чего больше — квадратов или больших?» — «Ничего не больше... поровну». — «А сколько квадратов?» — «Два». — «А больших фигурок сколько?» — «Четыре». — «Значит, квадратов два, а больших фигурок четыре, но при этом их поровну?» — «Да».

Тут Саня вставила: «Смешно как-то Женя отвечает. Не понимаю!» Я стал задавать классические вопросы типа «кого больше: зверей или зайцев?». И на этот раз тоже все дали правильные ответы (даже Женя), а Дина с Саней даже всё правильно объяснили.

Я, тем не менее, всё равно не верю, что они до конца понимают включение классов, и еще как-нибудь их поймаю на какой-нибудь другой задаче.

Задание 3. Вероятностная игра.

Каждый из четырех игроков (я тоже участвовал) получил по три фишки и поставил их в клеточки первого ряда планшетки (рис. 10.2).

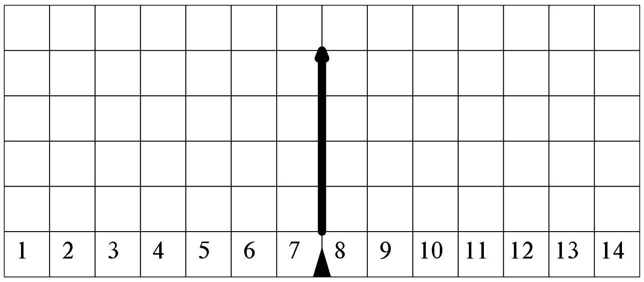

Рис. 10.2. Считается сумма очков, выпавшая на двух костях, и соответствующая фишка продвигается на одну клетку вперед. Мы в эту игру уже играли с мальчиками: суммы 1, 13, 14 вообще невозможны, наиболее вероятная сумма — 7.

Затем игра протекала следующим образом: мы по очереди бросали две кости, считали сумму очков, и если, скажем, получалось 9, то фишка, стоявшая в столбце, помеченном числом 9, делала один шаг но направлению к финишу. Для девочек цель игры состояла в том, чтобы «выиграть», т. е. поскорее дойти до финиша. (Я заранее договорился с ними, что в этой игре всё решают кости, а кости глупые, и поэтому никто не будет обижаться на свой проигрыш.) У меня же было сразу несколько «педагогических целей». Во-первых, чтобы они в процессе игры учились складывать небольшие числа. Во-вторых, чтобы они запоминали, как пишутся цифры (выяснилось, что Саня и Женя их плохо знают). В-третьих, чтобы развивать нечто вроде «вероятностной наблюдательности» (т. е. чтобы девочки учились замечать, что одни числа выпадают чаще, чем другие, и старались ставить свои фишки на более выгодные клетки).

К сожалению, последняя назидательная идея (вероятностная) совершенно не удалась. Начнем с того, что Женя, например, понятия не имела, что два значка «14», стоящие у правого края, означают число «четырнадцать». И уж тем более далеко ей было до осознания того факта, что такая сумма не может получиться на двух костях. Можно было, конечно, заметить, что такая сумма ни разу не выпадала. Но — такое вот патологическое невезение — сумма 7, которая по теории является наиболее вероятной, тоже очень долгое время ни разу не выпадала (да и потом выпадала как-то вяло, без желания наверстать упущенное).

Жене вообще как-то в этой игре не везло. У Дины уже все три фишки финишировали (и, чтобы ей не было скучно, я разрешил ей поставить их снова на старт, и они уже опять активно продвигались вперед), а Женя еще практически не двигалась с места (и это имея семерку!). Мне очень хотелось, чтобы хотя бы одна из Жениных фишек доползла до финиша. Из-за этого игра очень сильно затянулась, мы кончили только в 11^{10}, и Дина, кажется, опоздала на музыку.

Что касается сложения, то очень забавно было наблюдать, как десятки раз выпадает одна и та же комбинация костей, скажем, 5 и 4, и как девочки каждый раз аккуратно пересчитывают точки: один, два, три, ..., девять. Иногда я бесстрастным комментаторским тоном замечал: «Помнишь, у тебя уже один раз выпадало 5 и 4? Тогда, кажется, тоже получилось девять». Но никто моих намеков не понимал. Между прочим, это не означает, что они не смогли бы угадать ответ, если бы их об этом специально попросили. Просто «угадать» и «сосчитать» — это два совершенно разных дела. Когда считают, то тыкают пальцем в каждый предмет и говорят: раз, два, три... При этом можно заранее знать, сколько получится, но это не имеет отношения к делу; ведь сказано: «сосчитай».

Занятие 13. Опять о пересекающихся классах

15 ноября 1984 (четверг) $10^{10} - 11^{00}$ (50 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Вытаскивание фигурок из мешка.

Задание аналогичное тому, что было в прошлый раз. Только тогда я сам просил вытащить определенную фигурку, и фигурок в мешке было мало.

А на этот раз я высыпал в мешок весь набор Дьенеша, а девочки должны были вытаскивать произвольные фигурки, но при этом каждый раз перед вытаскиванием объявлять вслух: «большой треугольник с дыркой», или «маленький круг без дырки» и т. п. Они легко с этим справлялись, только практически всегда почему-то объявляли лишь форму и дырчатость, а размер объявлять забывали (и делали это только в ответ на мой вопрос). Видимо, размер ощущается в большей степени «визуальным» признаком, предназначенным для глаз (как цвет), а не для пальцев.

Для развлечения я заранее подсыпал в мешок несколько звездочек (не принадлежащих набору). То-то было смеху, когда Дина в первый раз такую звездочку вытащила! А Саня даже стала специально выискивать звездочки и вытаскивать только их.

Задание 2. Укладывание фигурок в коробку: пересекающиеся классы.

Это задание родилось почти на ходу, но я им очень горжусь. Девочки всегда спорят и дерутся, когда укладывают фигурки обратно в коробку. На этот раз мне пришло в голову не утихомиривать их и не стыдить, как обычно, а превратить эту процедуру в специальное задание. После этого конкретный вид задания возник сам собой.

Я объявил, что мы будем укладывать фигурки по очереди, по одной штуке. При этом Женя должна укладывать только маленькие фигурки, Саня только кружочки, а Дина — только фигурки с дыркой. (Маленькие фигурки составляют половину всех фигурок, дырявые тоже, а вот круги составляют только треть. Поэтому, когда они кончились, я разрешил Сане укладывать треугольники.) Поначалу всё шло благополучно: Женя укладывала маленькие фигурки, но не любые, а без дырок и не круги, чтобы «не залезать на чужую территорию»; Саня укладывала только большие круги без дырок, Дина параллельно ей укладывала большие круги с дыркой. После четырех раундов возникла первая трудность: Саня сказала, что ей больше нечего укладывать. «А что, разве круги кончились?» — спросил я. — «Кончились». — «Давай поищем». Саня шурует пальцем в целой куче кругов, «ищет круг». «Ну что, нету?» — «Нету». — «А это разве не круг?» (Я показываю на маленький кружок с дыркой.) Саня (после паузы): «Это Женин. . . » — «Но ведь это круг?» — «Да». — «Тебе, Саня, разрешается укладывать любые круги, хоть большие, хоть маленькие!» — «А как же я? Маленькие я укладываю!» — вдруг возмущается Женя. «Ну и что?» — говорю я. — «Ведь это же круг!» — «Он с дыркой!» — неожиданно вмешивается Дина. Но Саня уже осознала, что *я разрешаю* ей сейчас положить этот кружок, и поэтому точками зрения остальных участниц можно пренебречь. Работа продолжается, а вместе с ней споры, обсуждения и т. п. Первая Женя поняла (и даже сказала вслух), что она имеет право на любые маленькие фигурки, независимо от формы, цвета и наличия дырки. Вот только она не хочет признать аналогичное право за другими: как только кто-нибудь зарится на маленькую фигурку, заявляет протест. Постепенно она смирилась, но не в связи с необоснованностью протеста, а лишь в связи с бесполезностью. Вскоре и Саня с Диной осознали свои права, но споры вспыхивали до самого конца, хотя всё реже.

Наконец работа закончена: из всех фигурок остались снаружи лишь четыре больших квадрата без дырки. Я попросил девочек объяснить, почему они остались снаружи. Конечно, отчетливого ответа я не получил, но кое-что они всё же сумели сказать, а потом я (после слов «Правильно, молодцы!») как будто бы повторил вслед за ними, а на самом деле сказал всё четко и правильно. После этого я разрешил каждой из девочек положить по одному квадратику, а последний положила маленькая Асенька[1], которая тоже сидела с нами.

Задание 3. План комнаты.

На листе бумаги я изобразил большой и очень грубый план комнаты (нарисовал его тут же на занятии на глазах у девочек). Далее по очереди наносил на него диван, пианино, секретер и проч. и спрашивал у девочек, что это такое. Потом спросил, где нужно нарисовать стол. Потом попросил обозначить буквами, где кто из нас сидит за столом. Потом предложил девочкам самим нарисовать книжные полки, проигрыватель (они, конечно, рисовали не план, т.е. не вид сверху: Женя сделала рисунок, а Саня, как древний египтянин, изобразила вид одновременно сверху и спереди). Потом я изобразил головку Буратино (рис. 10.3: у него очень легко показать, где перед) и спрашивал, что у него сзади, спереди, справа, слева (на вопрос, что у Буратино сзади, Дина ответила: «Помпончик»). На все вопросы девочки отвечали вполне прилично.

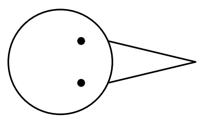

Рис. 10.3. Буратино с длинным носом. Его можно вырезать отдельно и, помещая в разные места плана (комнаты, двора или чего угодно), спрашивать, что у него спереди, сзади, справа и слева.

[1]Младшая сестренка Дины.

Геометрия для малышей.

Решил читать девочкам всю подряд «Геометрию для малышей». Хотя весной мы первую главу читали, я решил ее повторить, чтобы всё шло с самого начала. Как и в прошлый раз (т. е. 26 мая), все рисовали на своих листках точки, прямые, кривые и т. п., но только на этот раз у Жени тоже всё хорошо получалось. Прочитали первую главу.

* * *

За обедом Женя рассуждает: «Всё время кажется, что пройдет один год, и Дима догонит Петю. Но вот проходит год, и Петя тоже вырастает и всегда остается больше Димы. Но, Дима, ты не расстраивайся! Зато Пете совсем мало осталось жить, а тебе гораздо больше!»

Сразу два закона сохранения.

Занятие 14. Ханойская башня

22 ноября 1984 (четверг) $10^{10} - 10^{50}$ (40 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Ханойская башня.

Я показал девочкам венгерскую пластмассовую «ханойскую башню», долго и подробно объяснял правила игры. Потом раздал всем трем самодельные картонные ханойские башни и предложил им сыграть самим. Женя сразу же отказалась играть — «потому что у меня не получится». Я ее, однако, уговорил, и она кончила первой. Сначала она, тем не менее, была в тупике, и я несколько раз ей подсказал. Потом дело пошло на лад. Через некоторое время я обнаружил, что занимаюсь только с Женей, а Саня уже далеко ушла вперед, и я не уверен, что она не нарушала правил. Я стал за ней следить. Правила она, в самом деле, иногда нарушала — в основном таким образом, что играла сразу двумя руками, переставляя две фишки. После моего вмешательства она некоторое время была в тупике, и ей, как и Жене, пришлось подсказывать. Потом и она справилась с работой. Последней осталась Дина. Думаю, что она-то как раз правил не нарушала, потому и отстала. Впрочем, это только гипотеза. Я ею почти не занимался; ее пыталась подталкивать Галя, но в основном не подсказками, а понуканиями (Дина много отвлекалась и смотрела, как играют другие). Женя с Саней, конечно, не преминули заметить, что Дина — последняя, а Женя еще подчеркнула, что она-то первая. Я еще перед началом игры говорил, что у нас не соревнование, а просто игра, и сейчас это как можно более отчетливо повторил. Потом стал подсказывать Дине.

Дина работала еще довольно долго, а Женя с Саней меж тем томились от скуки и начали баловаться. Еще когда Женя одна кончила, я предлагал ей поиграть второй раз, но она отказалась. Даже пластмассовая игра ее не прельстила: она сказала, что ей неинтересно.

Задание 2. Укладывание фигурок.

Снова укладывали фигурки Дьенеша в коробку (только правила — что кому укладывать — я, разумеется, поменял). На этот раз девочки продемонстрировали большее понимание, и склок было меньше.

Задание 3. Геометрия для малышей.

Читали книгу дальше. Во время чтения возник конфликт: девочки всё требовали, чтобы мы, как в прошлый раз, рисовали линии, а в книге на этот раз таких заданий не было. Мне никак не удавалось прекратить поток их занудства: только сумею договориться с одной, как вступает вторая; начну читать — опять кто-нибудь перебивает и клянчит фломастеры. В конце концов я даже разозлился и вообще прекратил чтение, сказав девочкам, что они плохо себя ведут. На том и расстались.

Занятие 15. Башни равной высоты

6 декабря 1984 (четверг) $10^{00} - 11^{00}$ (1 час)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Снова ханойская башня.

На этот раз подсказок было существенно меньше. Первой справилась Саня, второй Женя, третьей Дина. Саня попросила подарить ей одну из картонных башен, что ей и было обещано (хотя я сильно сомневаюсь, что она будет одна играть ею дома).

Задание 2. Башни равной высоты.

Когда-то я уже давал девочкам такую задачу: на возвышенном месте строится небольшая башенка из кубиков; нужно построить башню той же высоты на более низкой площадке (рис. 10.4). Замысел был в том, что дети скорее всего построят башню вовсе не той же высоты, а с верхушкой на том же уровне по горизонтали. А после этого мы возьмем да и столкнем их с какими-либо противоречиями.

Так оно, в общем-то, всё и получалось, но только задачу эту я тогда дал девочкам на улице, и все башни у них рассыпа́лись от ветра. На этот раз я решил построить исходную башенку на более низкой площадке (конкретно, на табуретке), а девочки должны были строить башню той же высоты на

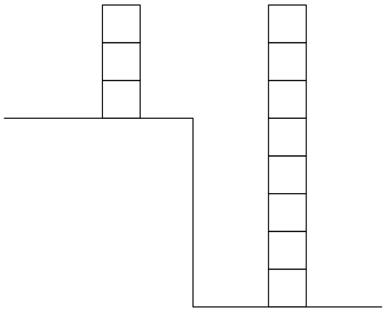

Рис. 10.4. С этой задачей мы уже встречались (см. рис. 9.12 на стр. 319).

столе (рис. 10.5). Таким образом, добиться того, чтобы верхушки были на одинаковом уровне, попросту невозможно.

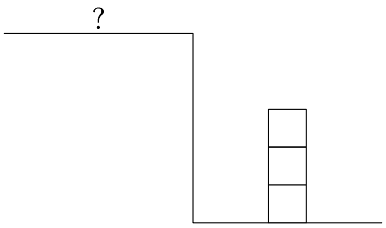

Рис. 10.5. Нужно построить на столе башню такой же высоты, что и башня, стоящая на табуретке. Добиться совпадения верхних уровней башен на этот раз невозможно.

Ничего путного, однако, из этой задачи не получилось. Сначала всё шло неплохо. Девочки действовали довольно грамотно: строили вторую башню на табуретке, а потом аккуратно переносили ее на стол. Я спрашивал: «Башенки одинаковые?» — «Одинаковые». — «А какая выше?» — «Вот эта». — «Как же так? Я просил построить башню той же высоты, а она оказалась выше». — «Так ведь она же на столе». Тут Дина стала строить на столе башню из тех же деталей (деревянных) и в той же последовательности, что и на табуретке. Она, однако, ошибалась и несколько раз вставляла не те детали. Тут у меня возникла несколько громоздкая идея — проверить транзитивность: построить две башни, равные первой, и чтобы они оказались не равными между собой. Для этого по крайней мере одну башню надо было делать из другого материала, т. е. из других по размеру кубиков.

[Я, ей-богу, похож на чукчу из анекдота: не читатель, а писатель. Хотя бы свой собственный дневник иногда перечитывал!]

Параллельно, видимо, у меня присутствовала и какая-то другая идея, более смутная, так как я предложил девочкам строить обе башенки на пианино. Может быть, я имел в виду, что пианино чуть-чуть выше стола, и девочки на этот раз будут уравнивать верхушки. В итоге я не сформулировал четко задачу — это во-первых; во-вторых, поверхность пианино (т. е. крышки над клавиатурой) оказалась не вполне горизонтальной; и, наконец, кубики, которые я выбрал, оказались совершенно не подходящими для построения башенки: даже мне не удавалось добиться того, чтобы они не рассыпáлись. При этом кубики разваливались на треугольные половинки, девочки хохотали, кидались их собирать, лезли под диван искать, не закатилось ли туда что-нибудь, после чего всё начиналось сначала. Пришлось мне просто задачу свернуть и кончить на полдороге.

Спирограф.

Я показал девочкам спирограф. Довольно долго на их глазах рисовал разные спирали и завитушки. Галя одновременно делала то же самое с другими колечками. К сожалению, у спирографа есть один существенный недостаток: дети не могут с ним справиться самостоятельно. Даже когда девочки попытались что-то нарисовать с моей помощью, у них тоже ничего не вышло — либо большое колесико уползало, либо маленькое соскакивало. После нашего занятия со спирографом попытался поработать Дима, но тоже без особого успеха.

Геометрия для малышей. Продолжали чтение книги.

Занятие 16. Поворот на 90°

20 декабря 1984 (четверг) $10^{10} - 10^{50}$ (40 мин.)
(Женя, Саня)

К этому занятию я подготовился более-менее сносно, всё продумал заранее и заготовил много задач. Однако за 10 минут до его начала позвонила Галя и сказала, что Дина заболела и сегодня не придет. Пришлось мне всю программу на ходу ломать и придумывать заново. Конечно, Дина, как самая математически продвинутая, особенно сильно бы не отстала, но, чтобы это осознать, надо было соображать быстрее, чем я умею. Я, в частности, не планировал больше заниматься ханойской башней, но вставил ее снова за неимением других идей.

Задание 1. Ханойская башня.

Саня опять справилась первой и даже успела сыграть два раза. Это еще сильнее укрепило ее в мысли взять эту игру себе в подарок (что она хотела сделать в прошлый раз, но забыла). На этот раз Катя ее в самом деле унесла.

Задание 2. Поворот на 90° на мозаике.

Я строил на мозаике разные фигурки, а от девочек требовалось построить такую же фигурку, повернутую на 90° (или, иначе, «положить фигурку на бок»). Сначала я сам показал на примере, как это делается. Женя поначалу ничего не понимала; затем немного освоилась и стала решать задачи почти самостоятельно. Под конец я совсем обнаглел и дал ей довольно трудную задачу: в соответствующей фигурке между некоторыми линиями встречались углы в 45° и в 135°. К сожалению, эту задачу она не осилила.

Саня справлялась со своими задачами более-менее ровно, без особых провалов и спадов. Я, однако, ей особенно трудных задач не давал. Интересно, что и я, и Женя делали всегда поворот на 90° по часовой стрелке, а Саня все свои повороты делала против часовой стрелки. Не связано ли это с тем, что она левша?

Геометрия для малышей. Прочитали еще несколько страниц.

Занятие 17. Снежинки

27 декабря 1984 (четверг) $10^{00} - 11^{10}$ (1 час 10 мин.)
(Женя, Дина)

На этот раз отсутствовала Саня, но я решил не менять характер занятия, так как оно должно было быть новогодним, а Новый год уже на носу.

Снежинки.

Почти всё занятие было в той или иной степени посвящено снежинкам. Сначала мы рассматривали большую пластмассовую снежинку, разбирали, какие у нее есть оси симметрии (ставили по оси зеркальце). Потом я показывал девочкам картинки снежинок в книге Г. Вейля «Симметрия» (а также показал книгу И. Кеплера «О шестиугольных снежинках» — картинок в ней, к сожалению, нет, так что я показал только обложку с заглавием). Затем на квадратной мозаике я поставил в самом центре синюю точку («центр») и стал объяснять девочкам центральную симметрию. Шла она очень туго, но в итоге мы соорудили какое-то подобие снежинки (не 6-угольной, разумеется). Потом стали строить уже настоящую 6-угольную снежинку на круглой мозаике. Она получилась гораздо лучше, так что мы ее даже оставили до вечера, чтобы показать Алле.

После этого мы стали вырезать снежинки из листа бумаги.

Я хорошо помню, как я сам в детстве просто таял от немого восторга перед этим завораживающим чудом. Берешь простой лист бумаги, складываешь несколько раз, вырезаешь совершенно произвольную загогулину — чем позагогулистей, тем лучше — потом, уже заранее предвкушая результат, осторожно разворачиваешь лист — и перед тобой оказывается нечто такое невообразимо симметричное, узорчатое, кружевное... Потом мы прилепляли эти бумажные снежинки к окнам, и они висели весь Новый год и еще долго после этого.

Реакция Дины очень напоминала мою тогдашнюю, из воспоминаний. Что же касается Жени, то она, казалось, на сами снежинки вообще не обращала никакого внимания. Зато ее безумно увлекали обрезки: «Ой, смотри, папа, ноги с коленями! Ой, а это голова и две руки. А вот кулак! А это человек танцует — вот здесь у него нога, а рукой он взялся за голову...»

Я показывал все детали вырезания подробно: складывл лист сначала пополам, потом вчетверо и т. д. — и показывал каждый раз, как результат вырезания удваивается, учетверяется, ... Дима тоже принимал участие в этой работе.

Геометрия для малышей.

По просьбе Дины читали то же, что в прошлый раз, когда ее не было.

Занятие 18. Грани, вершины и ребра куба

11 апреля 1985 (четверг) $11^{00} - 12^{00}$ (1 час)
(Женя, Саня, Дина)

Как это видно из даты, со дня предыдущего занятия прошло три с половиной месяца. Такой большой перерыв связан с тем, что за это время было очень много болезней: Дина с Саней болели коклюшем, я и Женя гриппом, а потом я еще лечил свое горло. А в те редкие просветы, когда можно было позаниматься, я оказывался как спортсмен, который потерял форму. За это время мы с Женей ничем не занимались, за исключением одного случая, который произошел совершенно спонтанно. Дима решал разные задачи из «Математической смекалки» Б. А. Кордемского, в том числе такую:

> Два мальчика катаются на лодке. К ним подходят два рыбака и просят перевезти их на другой берег. Однако лодка вмещает только либо двух мальчиков, либо одного взрослого. Как рыбакам перебраться через реку при условии, что лодка после этого должна остаться у мальчиков?

(В другой версии этой задачи нужно перевезти через реку не двух рыбаков, а целую роту солдат.)

Как ни странно, Дима решил задачу неправильно, хотя уже знал задачу про волка, козу и капусту (она обсуждается далее, на стр. 339 и следующих): у него один из рыбаков перебирался через реку вплавь. Однако его всё-таки грызло сомнение, и за обедом он спросил у меня, годится ли такое решение. Между нами завязался длинный разговор о том, что значит *оставаться в рамках задачи* (в процессе которого он, конечно же, задачу решил). Женя, услышав наш разговор, включилась в него и попросила дать ей тоже двух мальчиков и двух рыбаков. Мы дали ей две целых спички, две половинки и еще какую-то фиговину в качестве лодки, и она принялась решать задачу. Задача о рыбаках кажется мне более трудной, чем задача о волке, козе и капусте, так как в ней нетривиальный ход (отплытие двух мальчиков на другой берег и возвращение одного из них) нужно использовать два раза. Поначалу Женя догадалась до него только один раз, затем стала в тупик. Дима ей подсказал (я не успел его остановить), и задача была завершена. Характерно, однако, что подсказанное ей место она потом не смогла вспомнить: она захотела показать свое решение Алле, но опять застряла на полдороге. Тут уж я Диму удержал, Женя еще немного подумала и догадалась до решения сама.

Должен признаться, что она меня этим сильно удивила. Я уже привык к тому, что она в математике отстает от Диминых показателей того же возраста, а тут она его явно опередила: Дима в пять лет не смог решить задачу про волка, козу и капусту (это было летом на даче, мы рисовали реку на земле, возили туда-сюда разные предметы, но ничего не помогало).

Всё описанное здесь произошло примерно месяц назад. Сегодня я тоже хотел дать девочкам задачу про волка, козу и капусту, но не успел.

Задание 1. Грани, вершины, ребра кубика.

Я дал каждой девочке по кубику и попросил сосчитать сначала грани, потом вершины, а потом ребра. Все справились с задачей, только при подсчете ребер Женя насчитала их 8 штук: она подсчитала верхние и боковые ребра и уж совсем было собралась приняться за нижние, но тут Саня закричала во весь голос: «Двенадцать!» Я оглянулся в ее сторону, увидел, что Дина не считает, а смотрит на Женю, стал ей говорить, чтобы она считала сама, а она ответила, что уже сосчитала — и, одним словом, Женя отвлеклась и забыла довести задачу до конца.

А когда считали вершины, Женя сказала: «Восемь. Ну, ведь четыре и четыре это восемь, так что можно было и не считать». Она очень заметно прогрессирует.

Задание 2. C_5^2 — двухцветные бусы.

Я дал каждой из девочек листок бумаги, на котором были по 12 раз нарисованы одинаковые бусы, состоящие из пяти кружочков (рис. 10.6).

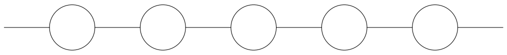

Рис. 10.6. «Бумажная версия» задачи, подробно обсуждавшейся в главе 3.

Требовалось две бусинки закрасить в синий цвет, а остальные три оставить белыми — и сделать это по возможности разными способами, без повторений. К моему большому удивлению, лучше всех с задачей справлялась Женя. У нее вообще произошел какой-то скачок вперед.

Саня сегодня была то ли не форме, то ли чем-то возбуждена. Она работала очень поспешно и суматошно, повторяя одни и те же решения иногда по 6 раз. Когда это потом выяснилось (мы все вместе искали у всех повторения), она сказала, что не знала, что так нельзя. Я дал ей еще один листок, но она сделала на нём лишь одно новое решение (списанное у Жени), а всё остальное снова заполнила повторениями, причем всё это быстро, без размышлений и без оглядки на прежние решения. В сумме по двум листкам у нее набралось 6 решений. Дина по сравнению с Саней работала вдумчиво, но очень робко. С большим трудом найдя три решения, она сделала робкую попытку капитулировать, но я ее не принял, сказав, что, мол, Женя еще работает, и ты работай. Тут Дина посмотрела на Женю, увидела ее очередное решение, сказала: «А-а!», — и нарисовала четвертые бусы. (А Женька, зараза, закричала: «Динка, ну ты! Не подглядывай!» — и закрылась локтем). После четвертого решения Дина опять попыталась сдаться, но потом нашла (уже сама) еще какие-то варианты. В итоге у нее, как и у Сани, оказалась 6 решений, но повторение было всего одно. По результатам Женя не так уж сильно опередила остальных: у нее было 7 решений (при одном повторении). Отличался скорее характер работы. Она работала так же внимательно, как Дина, и при этом так же смело, как Саня. Иными словами, если бы не было моих подсказок и понуканий и девочки работали бы отдельно, у Дины было бы 3 решения без повторов, у Сани — 5 решений и 7 повторов, а у Жени — 7 решений и 1 повтор. При этом Женя не собиралась останавливаться, а продолжала искать дальше. Мне пришлось ее остановить, так как две остальные девочки ничего не делали и начали баловаться. После подведения итогов Женя сказала: «Ой, так у меня больше всех!», но Дина ее осадила: «А ты, Женя, не хвастайся!» Женя промолчала в ответ (тоже не совсем в ее стиле).

Под конец, как я уже говорил, мы все вместе проверили все решения и нашли все повторы. С этим все справлялись одинаково успешно, что еще раз показывает, что, если говорить отдельно об интеллекте, то у каждой из девочек его вполне хватало для решения задачи. Если чего-то не хватало, так это сосредоточенности, смелости и креативности, т. е. фантазии при поиске новых вариантов.

Задание 3. C_5^2 на мозаике (повторение).

Эта задача уже была у нас чуть больше года тому назад, на 4-м занятии.

Сначала я спросил у девочек, не помнят ли они, как мы уже когда-то решали задачу, очень похожую на ту, что только что была. Саня сказала, что помнит, как мы рисовали «вот такие» крестики (показала пальцем). Не знаю, что она имела в виду, но похожей ей задача показалась, видимо, потому, что мы тоже рисовали. Дина с Женей ничего похожего вспомнить не могли. Тогда я сам достал мозаику и дал задачу на построение «бус» из 5 фишек — 2 синих и 3 белых. Тут все вспомнили, что такая задача, действительно, была.

Мы стали по очереди строить такие бусы. Саня была явно где-то не здесь: она никак не могла найти второе (!) решение (после того, как Дина построила первое). Начала Саня с того, что поставила 3 белые фишки на те же места, что у Дины (рис. 10.7), и надолго задумалась.

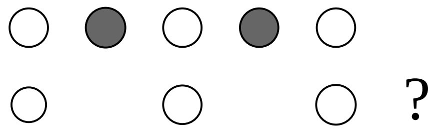

Рис. 10.7. Такое продолжение ничего хорошего не предвещает — нового решения из него не получится.

Думать, собственно говоря, было не о чем, так как для синих фишек никакого выбора не оставалось, и неизбежно повторялось решение Дины. Я предложил Сане переставить белые фишки иначе. Она сняла их все три, немного подумала и поставила опять на те же места. Я пустился в более долгое объяснение, но Саня была как в гипнозе: она снова сняла три фишки и опять поставила их на те же места. Пришлось мне, рискуя обидой, передать очередь Жене. Женя мгновенно справилась с задачей, и тут Саня, увидев ее решение, как будто очнулась и сказала: «А-а, теперь я тоже могу!» И действительно, вскорости она без труда нашла третье решение, потом пятое и только на восьмом снова споткнулась, и пришлось опять прибегнуть к помощи Жени. Построив на мозаике каждое очередное решение, мы отыскивали его на листках у девочек (т. е. каждая отыскивала сама, а я следил). Если какое-то решение уже было, около него ставился плюсик, а если не было, мы его дорисовывали.

Поиск последнего, десятого решения, достался Дине. Она долго не могла с ним справиться. Тогда я применил подсказку: спросил, нет ли у кого на листике решения, еще не отмеченного плюсиком. Такое решение нашлось у Жени, и она построила последний ряд бус на мозаике. Я обратил внимание девочек на то, что теперь и на мозаике, и на каждом листке — ровно по 10 решений. После этого я сам принялся отыскивать 11-е решение. Я подробно и обстоятельно, а главное — *очень систематично*, перебирал все возможности, и каждый раз мы убеждались, что произошло повторение. В итоге мы сделали коллективный вывод, что больше решений нет. На этом занятие закончилось.

Между прочим, один раз Женя тоже применила, хоть и не в полном объеме, систематический перебор: она поставила одну синюю фишку в первую позицию, а потом стала перебирать поочередно возможные положения второй фишки, и так нашла новое решение. В общем, она меня сегодня порадовала.

* * *

Занятия математикой очень смешно повлияли на Женино обычное времяпрепровождение — рассказывание самой себе сказок вслух. Она занялась этим сразу же после кружка, но персонажами на этот раз у нее были цифры, предводителем коих была пятерка. Голос взволнованный — восклицательные знаки можно ставить едва ли не после каждого слова, а иногда и по два-три: «Они схватили пятерку и потащили ее в тюрьму! Четверка бросилась спасать свою подругу, за ней — тройки, двойки, но было уже поздно. (Трагическая пауза.) Ее увели — навсегда!! “Как же мы будем без предводителя?” — сказал. . . » — не помню уже кто это сказал.

Занятие 19. Волк, коза и капуста

18 апреля 1985 (четверг) $11^{00} - 12^{00}$ (1 час)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Волк, коза и капуста.
Приведу на этот раз дословную формулировку из книги Кордемского:

> Это — тоже старинная задача; встречается в сочинениях VIII века. Она имеет сказочное содержание.

> Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека «никто никого не ел». Человек всё-таки перевез свой груз через реку. Как он это сделал?

С детства я помню картинку, которая сопровождала эту задачу в книге: бородатый мужик в лаптях стоит около лодки и чешет затылок. Рядом с ним — все три его «предмета»; волк, ощерившись, смотрит на козу.

Сегодня, наконец, дал эту задачу девочкам. И Женя с ней не справилась! Я ничего не понимаю: неужели эта задача труднее задачи о двух мальчиках и двух рыбаках? Тогда чем труднее? И почему на кружке в первом классе (в Диминой школе) ее никто не решил, даже гениальный Глеб?

Волк, коза и капуста, а также рыбак и лодка, у нас были «настоящие», т. е. не какие-нибудь условные заменители, а маленький игрушечный волк, маленькая игрушечная коза и т. п. Рекой служила щель, разделяющая пополам плоскость складного стола.

Дина долго и внимательно смотрела на фигурки, а потом сказала: «Я, кажется, могу. . . » — и показала правильное решение. После этого повторилась та же очень характерная история, что и в прошлый раз: ни Женя, ни Саня не смогли воспроизвести только что увиденное решение. Первой пробовала Саня. В решающий момент (когда козу надо везти назад) она надолго задумалась и не знала, что делать; Дина ей подсказала. Но после этого Женя опять заткнулась в том же самом месте. На этот раз я попросил Дину не подсказывать, и задача осталась нерешенной. Тогда я снова привлек Дину, и она еще раз показала свое решение, а Жене предложил внимательно следить. Женя «всё поняла» (как она сказала), кинулась повторять и снова застряла, и опять справилась с задачей лишь после подсказки Дины. Видимо, в задачах, где главное — логическая организация материала, запомнить решение чисто механически, без осознания этой организации, невозможно.

Вспоминается один из опытов Пиаже позднего периода, касающийся памяти. Маленькому ребенку, который еще не понимает, что такое упорядоченное множество (факт непонимания сначала проверяют специальными тестами), показывают картинку, на которой изображены упорядоченные по длине отрезки прямых (рис. 10.8 слева), и просят запомнить, что здесь нарисовано. «Палочки», — говорит он. «Нарисуй, какие палочки». В ответ на эту просьбу ребенок рисует беспорядочный набор параллельных отрезков — так, как показано на том же рисунке справа. Так он их запомнил.

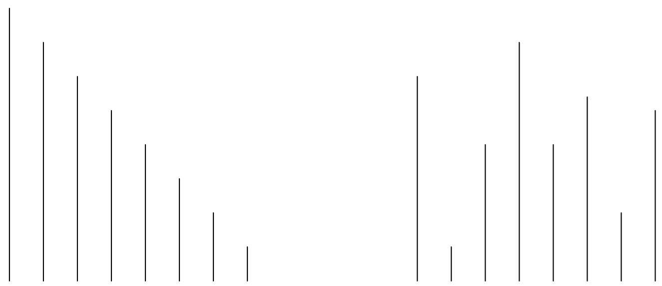

Рис. 10.8. Слева: упорядоченный набор отрезков; справа: как «запомнил» и воспроизводит их ребенок, еще не усвоивший понятия порядка. Уже через полгода тот же ребенок, вспоминая прежнее задание, воспроизводит левый рисунок.

Проходит полгода, и у ребенка спрашивают, помнит ли он то старое занятие. Оказывается, что да, помнит. Его просят нарисовать то, что было тогда — и он рисует совершенно правильную (левую) картинку, на которой отрезки упорядочены по длине — и даже оказывается в состоянии объяснить, что они упорядочены, чего раньше был сделать не в состоянии. После этого опыта устройство нашей памяти представляется совсем уж загадочным.

В соответствии с этим опытом можно было бы через какое-то время, скажем, через полгода, спросить у Жени, помнит ли она решение задачи про волка, козу и капусту. К сожалению, в нашей ситуации невозможно будет отличить, вспомнила ли она старое решение или решила задачу заново.

◁ У меня с этой задачей всегда была одна и та же проблема — я забывала решение и с некоторым ужасом смотрела на рисунок, уверенная, что вот сейчас я не придумаю и опозорюсь (про то, что раньше у меня получалось, я помнила, но уверенности это мне никакой не придавало).

Про задачу с лодкой и рыбаками я вовсе не забыла, и теперь, *a posteriori*, мне кажется, из сравнения поняла: всё дело в цели персонажей — да, да!

Рыбаки хотят попасть на другой берег, они это и делают, а мальчики им помогают. Мальчики никуда не стремятся, они просто «катаются» и хотят в конце сохранить лодку. Куда им ехать — туда или обратно — никакого значения для них не имеет. Никакое из действий участников не противоречит их целям.

А вот в волке, козе и капусте есть один совершенно *психологически* абсурдный ход: мужик везет *специально* привезенную им козу *обратно*. Подозреваю, что именно в этом месте у меня всегда был «затор». — Женя. ▷

Задание 2. Треугольная призма.

По аналогии с прошлой задачей про кубик я дал девочкам треугольную призму, у которой надо было сосчитать количество вершин, ребер и граней. Саня и Дина с задачей справились, а Женя — с шероховатостями.

Задание 3. Многоугольники.

На листе бумаги мы рисовали разные многоугольники и подсчитывали у них количество вершин и сторон. Подробности того, как протекала эта задача, я уже забыл, но, кажется, совпадение получалось не всегда. Помню только, что царил какой-то сумбур.

Задание 4. Еще раз C_5^2.

Семья Дины, в отличие от всех моих прошлых и нынешних учеников, имеет профессиональное отношение к математике, а потому и собственное мнение о стиле моих занятий. Часто мне кажется, что их раздражает и кажется им дурацкой моя манера не давать никаких объяснений (т. е. не объяснять, как *решается* задача). Подобно многим математикам, они считают главным педагогическим достижением умение четко и понятно («доступно») объяснить решение задачи. В этом направлении происходит главное педагогическое творчество: в поиске наглядных образов, логических ходов, аллегорий и т. п. Например, как объяснить новичку отличие интеграла Лебега от интеграла Римана? Нужно взять горсть монет и показать два метода суммирования: все подряд (по Риману) или отдельно монеты каждого достоинства (по Лебегу). Я подозреваю, что в моем игнорировании объяснений они видят не столько позицию, сколько неумение. Несколько раз они делились со мной разными соображениями о том, как можно было бы ту или иную вещь объяснить девочкам, как они что-то объяснили Дине и она, конечно же, всё поняла. Впрочем, когда Алла стала однажды говорить Гале о том, что я считаю, что ничего детям втолковывать не следует, то Галя отреагировала на это таким образом, что, мол, конечно, разумеется, кто же этого не понимает. Так что, может быть, мне всё это только кажется. Прав я или нет, не знаю, но на это занятие Дина принесла и с гордостью продемонстрировала мне тетрадь, почти до половины изрисованную «бусами» и вычислениями. Там была, во-первых, вся серия сочетаний из пяти элементов: C_5^0, C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4, C_5^5 с демонстрацией связи между C_n^k и C_n^{n-k}. Кроме этого, были разобраны и другие примеры, например, C_7^2. Дина рассказала, что теперь ей бабушка всё объяснила: и то, что нужно по очереди закрашенную бусинку фиксировать, а менять остальные (следующие), и то, как можно заранее сосчитать результат. Одним словом, отчетливый, связный и педагогически продуманный урок, который был бы очень уместен в четвертом классе (так мне *кажется* — сам я в четвертом классе никогда не преподавал).

Должен сказать, что Дина излагала всю бабушкину науку правильно и довольно толково. Я думаю, что было бы довольно легко поставить ее в тупик какими-нибудь вопросами (вряд ли она сумела бы объяснить, почему нужно закрашивать бусы именно в таком порядке, а не в другом; скорее всего, она бы ответила, что «бабушка сказала, что нужно делать так!»). Но я, разумеется, не стал этого делать. Ведь у меня так или иначе по плану была задача: выписывать неповторяющиеся сочетания из двух букв С и трех букв Б:

ССБББ
СБСББ
СББСБ
....

В том, какой будет результат, я не сомневался. Когда дело дошло до этой задачи, Дина справлялась с ней не хуже и не лучше других: с большим трудом и совершенно беспорядочно она нашла 6 решений. (Боюсь, что бабушка, увидев это, очень бы расстроилась и решила бы, что Дина совсем ничего не соображает. И снова была бы неправа. Впрочем, пожалуй, реальное развитие событий было бы иным: наверное, Дине не дали бы и двух минут на размышление, а стали бы загонять в угол наводящими вопросами и не отстали бы до тех пор, пока она не сделала бы всё «по науке». И это был бы очередной «педагогический успех», а всё недовольство и раздражение «тупостью» ребенка осталось бы загнанным внутрь.)

Дальше мы повторили ту же процедуру, что в прошлый раз: смотрели решения друг друга, искали повторения, дополняли друг друга и т. д., и в итоге составили общий список из 10 решений. После этого я сказал: «А знаете, что значат эти буквы: С, С, Б, Б, Б? Это Синий, Синий, Белый, Белый, Белый!» — и стал показывать бусы с прошлого занятия и объяснять, что две буквы С означают две синие бусинки, а три буквы Б — оставшиеся белые бусинки. Мы некоторое время занимались поисками соответствующих друг другу решений обеих задач. Девочки делали это охотно, активно и легко, но не было того ликования и энтузиазма открытия, который имел место на том памятном занятии с мальчиками. Вообще я заметил, что по сравнению с мальчиками девочки выражают гораздо больше восторгов по поводу самого факта наших занятий (при сообщении «завтра будет кружок» кричат «ура», прыгают, хлопают в ладоши...), но на самих занятиях, когда происходят наши маленькие открытия, они ликуют гораздо меньше — собственно, даже вообще почти никаких эмоций не проявляют.

«Малышам о звездах и планетах».

«Геометрия для малышей» отдана на прочтение Саше Пачикову, поэтому на этот раз, чтобы восстановить традицию чтения, читали книжку по астрономии.

Занятие 20. Цепочка с одной разницей

21 октября 1985 (понедельник) $14^{30} - 15^{20}$ (50 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Опять начинаю с самооправданий. Занятия возобновились после полугодового перерыва — никак не мог собраться с духом и снова вставить это дело в лавину всех остальных своих дел. В промежутке (в августе) вышла моя статья в журнале «Знание—сила», произошел взрыв интереса к кружку, мне стало очень стыдно за то, что я его забросил, но заодно возросло и количество препятствий — надо было кому-то что-то писать, с кем-то разговаривать, встречаться и т. п. К тому же жуткий кувырк с расписанием, свадьба Ани[2]... Вот так дело и дотянулось до конца октября.

У девочек, как и раньше, при известии о том, что будет кружок — вопли восторга.

Задание 1. Зарядка: отыскание цифр.

Каждая из девочек получила листок бумаги, разграфленный на разные геометрические фигуры, в которых стоят цифры (листочки у всех разные): пример приведен на рис. 10.9. Нужно показать и прочитать цифры по порядку. Все справляются быстро и хорошо. Женя и Саня начали с 1, дошли до 9, и им пришлось закончить нулем. Дина заметила этот дефект в их ответах и сама начала с нуля. Когда-то раньше аналогичная ситуация очень всех насмешила, но сегодня всё прошло спокойно.

Саня: «А вы это сами рисовали?» — «Да». — «А как так ровно?» — «С помощью линейки». — «А круги?» — «Циркулем». — «А-а-а...»

Задание 2. Цепочка фигурок с одной разницей.

Мы взяли снова наш бесценный набор Дьенеша и еще раз обсудили, чем фигурки отличаются друг от друга. Когда-то раньше такой разговор не очень удался, но сейчас все понимали, о чём идет речь, и перечисляли четыре признака: цвет, форма, размер, «дырка». Задание состояло в том, чтобы выкладывать фигурки друг за другом таким образом, чтобы каждая следующая отличалась от предыдущей ровно одним признаком (либо только

[2]Моя племянница.

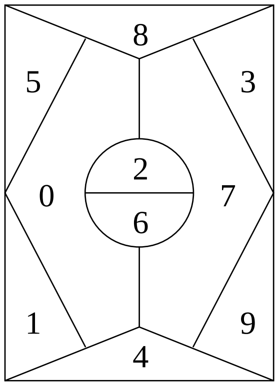

Рис. 10.9. Найти и показать все цифры в правильном порядке.

цветом, либо только формой, либо только размером, либо только наличием или отсутствием дырки), а все остальные признаки должны совпадать. Занимались мы этой задачей очень долго, практически всё занятие. Несколько раз я спрашивал у девочек, не надоело ли им, но они дружно заявляли, что нет, не надоело.

Дина и Женя справлялись с задачей без затруднений. Что же касается Сани... Ну что сказать про Саню: бедная девочка пошла в школу. А это означает весь букет: утомление, рассеянное внимание, подавленную инициативу. Быть может, это было не очень ясно из моих записок, но нормальное состояние Сани всегда было — восторженное сияние. Вы можете себе представить ребенка, которому только что, пять минут назад подарили собаку? Вот такова была Саня *в обычное время* и без всякой собаки. А сейчас ее как будто погасили, и взгляд всё чаще уплывает куда-то в сторону, в пространство... Она берет наугад произвольную фигурку; случайно оказывается, что правильную, подходящую в качестве решения; она долго-долго на нее смотрит, явно не в состоянии выделить признаки, отделить их от фигурки и сравнить с предыдущими значениями, и наконец кладет фигурку обратно в общую кучу. Потом берет наугад другую фигурку, и всё повторяется. Потом в какой-то момент эта деятельность ее утомляет, и она кладет в ряд ту фигурку, которую держит в руках, независимо от ее пригодности, а глаза тотчас же куда-то уплывают... Впрочем, иногда я замечал, что и держа в руках фигурку, она смотрит не на нее и не на ряд, а куда-то в пространство.

Я стал задавать ей вопросы: «Эти фигурки по размеру одинаковые? А по цвету? А дырка здесь есть? А здесь?» На все вопросы она отвечала правильно, но обычно не могла сделать из своих ответов какой-нибудь вывод.

Как-то она не могла уловить, сколько же получилось различий и сколько их нужно. А иногда, уже положив решение в ряд, она вдруг замечала, что фигурка чем-то отличается от предыдущей (но ведь она и должна была отличаться одним признаком; однако Саня как-то забывала об этом), и тогда она вдруг как будто «спохватывалась» и поспешно забирала свое решение обратно. Приходилось объяснять ей, что оно было правильным. Иногда мне казалось, но не знаю, прав ли я, что ее сбивали с толку сами наименования признаков. Существуют треугольники, круги и квадраты — это ясно, потому что видно; но еще существует какая-то «форма», и что это значит и как связано с предыдущим, не очень ясно. Треугольник отличается от квадрата — это видно; но кроме этого он, по-видимому, отличается еще и формой — это вторая разница, что ли? Смысл слов «форма» и «размер» она тоже путала. Вот таковы в целом симптомы ее «неуспеваемости». Думаю, что со временем всё войдет в свое русло, но сейчас, на данном занятии, ничего у нас не получалось.

На Жене можно было наблюдать одно своеобразное явление. Когда решали задачу другие, она как бы обладала *мгновенным ви́дением* правильного решения, т. е. решала задачу так же, как и я. При этом она порывалась подсказывать, шептала мне на ухо, что у Сани под носом лежит решение, а она его не видит, вскрикивала, когда из кучи фигурок вдруг вываливалась подходящая и т. д. и т. п. По всему было видно, что она определяет верные и неверные решения с одного взгляда. Но когда очередь переходила к ней самой, она вдруг всё это теряла и начинала действовать, как говорят психологи, «развернуто», т. е. перечисляла по очереди все признаки, смотрела, совпадают они или нет, подсчитывала несовпадения и т. п. При этом она могла забыть рассмотреть какой-нибудь признак или ошибиться в счете (посчитать какой-то признак два раза, или, найдя вторую разницу, забыть о первой) — и тогда возникали ошибки.

Но, пожалуй, еще важнее то, что Женя брала из кучи не сразу правильную фигурку, как могла бы, а произвольную. Она отличалась от самой себя в моменты «без ответственности» так же, как человек, умеющий отличать на слух стихи от прозы, отличается от человека, вынужденного подсчитывать количество ударных и безударных слогов. Второй легко может ошибиться в подсчетах, в то время как первый ошибиться не может, так как «слышит» выпадающую строку.

Пожалуй, это последнее неожиданно родившееся сравнение очень хорошо показывает, что такое *теория поэтапного формирования умственных действий*. Как бы стали авторы этой теории учить нас распознавать стихи? Сначала должны идти «развернутые предметные действия». Например, можно обозначить ударный слог красным квадратиком, а безударный синим, и выкладывать для каждой строчки эти квадратики в ряд на столе, после чего выявлять периодичность. Потом от предметных действий надо переходить к «символическим» — рисовать на бумаге схемы вида $- \wedge - \wedge - \wedge -$, где черточка обозначает безударный слог, а знак $\wedge$ — ударный. Постепенно нужно добиваться того, чтобы эти схемы «интериоризировались», т. е. рисовались лишь мысленно и даже «свернуто» (что означает это слово, не очень ясно), а подсчет числа слогов должен тоже производиться в уме и всё быстрее и быстрее, пока не дойдет до полного автоматизма. А там, глядишь, мы уже и научились отличать стихи от прозы.

В то время как правильный путь состоит в том, чтобы просто читать много стихов, желательно хороших, и особенно желательно их при этом любить.

Всё сказанное насчет стихов — не утрирование. Я видел статью в одном сборнике, где шестиклассников, не умеющих видеть в двумерных рисунках изображения трехмерных предметов, учили это делать, выделяя куски рисунка и разбирая смысл взаимного расположения линий. Например, в изображении вершины куба (рис. 10.10) одна из линий представляет собой вертикаль, другая — горизонталь, параллельную плоскости рисунка, а третья — горизонталь, перпендикулярную этой плоскости.

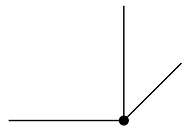

Рис. 10.10. Вершина куба.

И таки научили — вот в чём юмор! Ведь если долго заниматься вышеизложенным квазистиховедением, то поневоле придется прочесть довольно много стихов. А умные дети, которые всё и без того понимали, могут получить даже некоторую пользу от того, что познакомятся с основами формального стиховедения. Это, однако, не отменяет того факта, что теория в целом — сплошной абсурд: дети *так* не учатся.

Но вернемся на наше занятие. Всё-таки Женя ошибалась довольно редко, а иногда в ней просыпалось непосредственное ви́дение, и она решала задачу сходу. Есть еще такой критерий. Большинство решений, которые давали девочки, были тривиальными вот в каком смысле: они меняли лишь цвет предыдущей фигурки. Например, лежит большой красный квадрат без дырки; тогда следом за ним кладется большой синий квадрат без дырки, потом желтый, потом зеленый. Но на этом возможности изменения цвета исчерпываются; дальше нужно поменять какой-то другой, менее тривиальный признак, сохранив остальные. В этот момент обычно возникали трудности. Так во́т, Женя преодолевала этот момент легче остальных, а иногда предлагала нетривиальное решение до того, как в этом возникала необходимость. Дина по количеству нетривиальных решений была на втором месте, а Сане они вообще не удавались. Мне сейчас пришло в голову, что, может быть, цвет легче распознается детьми в качестве признака, потому что выражен в языке прилагательными (красный, синий, желтый, зеленый), в то время как, скажем, форма выражена существительными (треугольник, круг, квадрат). Впрочем, размер (большой — маленький) тоже оказывается менее очевидным признаком, чем цвет.

[Забавно: в другом месте я утверждаю, что дети замечают разницу в цвете в последнюю очередь. Удивительная способность порождать скороспелые теории.]

В самом конце Дине досталась такая ситуация, когда оставалось около десятка фигурок, но ни одна из них не годилась в качестве следующей. Она долго была в тупике.

Есть одно явление, касающееся детей, с которым я никак не могу примириться, хотя и наблюдал его десятки раз (кажется, и писал об этом уже не раз). Казалось бы, ну чего проще: брать фигурки по одной, просматривать, и если не годится, откладывать в сторону. Но опыт показывает, что *никто из детей никогда до этого не догадывается*. Почему — не могу понять. Неужели это так трудно? Они будут долго-долго копаться во всей куче, по многу раз просматривая одни и те же решения, и ситуация будет становиться всё более затяжной и безнадежной. Вот и сейчас было то же. Пришлось мне вмешаться и начать откладывать в сторону уже раз отвергнутые фигурки. В итоге мы убедились, что решений больше нет, и на этом задача кончилась. Правда, Галя предлагала продолжать выкладывать фигурки с другой стороны ряда. Но я чувствовал, что задача слишком затянулась (как и вот это мое описание), и спросил у девочек, будем ли продолжать. Я уже два раза до этого спрашивал, не надоело ли им — они говорили, что нет, но сейчас все единодушно высказались за то, чтобы задачу закончить.

Могу попробовать предложить два объяснения тому, почему дети не убирают в сторону отвергнутые решения, а оставляют их в общей куче. Первое: они не так уж твердо уверены, что всё сделано правильно, без ошибок, и решение наверняка не подходит. Второе: у них еще нет нашей взрослой убежденности в постоянстве законов природы (и логики); быть может, сейчас не подошло, а через пять минут подойдет. Так порой случалось в прошлом, а причины не всегда были стопроцентно ясны.

Задание 3. Укладывание фигурок обратно.

Как и раньше, я назначил девочкам пересекающиеся условия для выбора фигурок: одна кладет только большие, другая — только с дыркой, третья — только желтые. На этот раз все всё понимали. Женя даже сказала про какую-то фигурку, что ее может и она положить, и Саня. Так что споров больше не было. Когда у Жени кончились ее желтые фигурки, я спросил, почему ее фигурки кончились раньше всех. Она сама считала причиной то, что Саня тоже иногда клала желтые фигурки. Я объяснил, что, в то время как больших фигурок и фигурок с дыркой имеется по половине, желтых всего четверть, так как есть четыре цвета. Поэтому мы разрешили Жене укладывать дальше красные фигурки. В конце, как всегда, остались фигурки ни для кого не годные — дополнения всех трех классов. Их мы положили уже без разбора.

Хочу напомнить, что при укладывании фигурок в коробку имеется еще одно дополнительное требование — фигурки с дырками и без дырок должны оказываться в разных ячейках.

Вообще вся работа шла легко и оживленно: «Ой, Женя, смотри, у тебя всего две осталось!» И тому подобное.

Геометрия для малышей.

У меня еще оставалось две или три неиспользованные задачи, но уже прошло 45 минут, и поэтому я их оставил, и мы последние 5 минут читали «Геометрию для малышей».

*   *   *

Вот так — без фанфар и празднеств — закончился наш второй кружок; все усилия по его продолжению оказались тщетны. Жизнь понеслась дальше, и я сумел «остановиться и оглянуться» только сейчас, в 2005 году.