Глава 9.

Кружок с девочками — первый год

Введение

В нашем новом кружке три участницы: моя дочь Женя и две ее подружки, Саня и Дина. Кружок начался в январе 1984 года. В этот момент Жене — 4 года, Сане — 4 года 8 месяцев, Дине — 5 лет и 3 месяца.

Ответы на часто задаваемые вопросы

У меня часто спрашивают, есть ли какой-то глубокий смысл в том, что в первом кружке у меня были одни мальчики, а во втором одни девочки. Нет, никакого глубокого смысла в этом не было. Так сложилось само собой: я просто сначала занимался с Димиными друзьями, а потом с Жениными. Сыграло роль также и то, что Дима и Петя, друзья по двору и почти ровесники, оба имели по младшей сестре, и их сестры — Женя и Саня — оказались тоже практически ровесницами. Так оно и поделилось — на «старших мальчиков» и «младших девочек». Потом на основе дружбы детей постепенно завязалась и дружба между родителями.

Второй нередкий вопрос — отличался ли кружок с мальчиками от кружка с девочками? Да, отличался, и очень сильно. Но кружок с *другими мальчиками* тоже бы отличался. Характеры у детей были очень разные, интересы тоже, отсюда и разница. А насколько это коррелирует с полом, я судить не берусь: для этого нужны более серьезные исследования.

Читатель, несомненно, обратит внимание на то, что с мальчиками я занимался четыре года и провел в общей сложности около 80 занятий, в то время как с девочками было всего 20 занятий. (Скажем более точно: было 20 *записанных занятий*. Женя потом была еще в числе моих учеников в детском компьютерном клубе и в Переславском лагере.) В чём тут дело? Уж не в том ли, что мы относились к математическому образованию девочек менее серьезно?

Не знаю, поверит ли мне читатель на слово, но у меня всё равно нет другого выхода, кроме как писать то, что считаю нужным. Честный и искренний ответ на предыдущий вопрос таков: нет, дело не в этом. Причины были иными.

Во-первых, меня, несомненно, очень сильно стимулировал Димин страстный интерес к математике, а также и способности явно выше среднего, в то время как Женя математикой совершенно не интересовалась. Но в ряду всевозможных причин я бы конкретно этой причине отвел процентов двадцать, не более. Главное было в другом: началась перестройка. Я об этом уже писал во введении. Забурлило всё вокруг, и моя жизнь в том числе. Как сейчас помню: четыре часа утра; мой друг, биолог Борис Беренфельд подвозит меня домой после очередного затянувшегося обсуждения педагогических реформ; и я с ужасом думаю о том, что в полседьмого, как всегда, вставать на работу. А силы человеческие ограничены...

Наконец, еще один очень въедливый вопрос: зачем же я вообще затеял кружок с Жениным участием, если она математикой не интересовалась?

Ну как же вам не стыдно, уважаемый читатель, задавать такие вопросы!

Нет, серьезно, кроме шуток. Для ребенка жизненно необходимо общение с родителями. Даже негативное общение, вроде ругани и наказаний, лучше, чем отсутствие всякого общения, и дети часто его провоцируют, если им иначе не удается привлечь к себе внимание. Чаще же всего имеет место нечто безлично-деловое с легким оттенком негатива: «Поди помой руки. Спать пора, хватит у телевизора торчать. Ты портфель назавтра сложил? Ну вот, опять у него температура!» Давно ушли те времена, когда взрослые — крестьяне или мастеровые — привлекали детей к своей работе. Современный ребенок о работе своих родителей знает единственное: это куда утром уходят и откуда вечером приходят. Ну, разве что еще то, что там устают: «Папа устал после работы, оставьте его в покое». Моменты *содержательного* общения с детьми, т. е. совместного участия в каком-нибудь разумном деле, крайне редки, и ценность их не поддается никакому измерению. Вот это и происходило у нас с Женей. Она с восторгом занималась на кружке — не потому что математикой, а потому что это папа уделяет ей свое время и внимание, занимается с ней, причем занимается чем-то серьезным, тем, чем раньше занимался со старшим братом.

Кстати, увлечение Димы математикой в тот период тоже не следует преувеличивать. Гораздо больше его увлекали занятия, которые организовал для мальчиков Борис, Женин папа (извините, у нас тут всё время путаются мальчик Женя и девочка Женя; папа *девочки Жени* — это я, а папа *мальчика Жени* — это как раз Борис). Ребята ходили с ним в лес и там перебирались по канату через овраги, «охотились на оленей», ориентировались по карте, выкапывали какие-то пещеры, устраивали в них тайники и т. п. Думаю, что и Бориса самого увлекло это общее поветрие, когда я занимался с детьми математикой, Алла — английским, Андрюшина мама — музыкой, в общем, каждый кто чем мог.

Ну, а почему бы в таком случае не выбрать другой сюжет, более соответствующий Жениным наклонностям? Да просто не было у меня никаких других сюжетов. Делал то, что умел и любил. Женю в тот момент больше всего увлекало рисование (об этом дальше), и рисованием она уже занималась в кружке замечательного педагога и художника Надежды Столповской. Так что я вполне мог бы умыть руки и сказать, что мой родительский долг исполнен, ребенок пристроен куда надо, а я теперь имею полное право «уставать, приходя с работы», и более ничего.

Но мы всё-таки решили затеять математический кружок для Жени тоже. И, поверьте мне на слово, удовольствие было вполне взаимным.

Характеры

У Дины характер достаточно ровный. Присутствует небольшая капелька занудства, но для наших занятий это только дополнительное удобство. Напротив, что касается Сани с Женей, тут меня могут ждать проблемы. Темперамент у обеих девочек довольно-таки «взрывчатый», чтобы не сказать больше. Их взаимоотношения во многом строятся на аффектах. То они лучшие в мире подруги; то вдруг вспыхивает страшная ссора, разрыв навсегда, на всю жизнь! После этого уже можно с рёвом кидаться в объятия друг к другу (или к маме), клясться в вечной любви, чтобы потом вести себя совершенно по-ангельски — примерно полчаса.

Одним словом, хоть я и набрался кое-какого опыта в работе с мальчиками, меня могут ждать трудности нового рода, или те же, что были, но в обостренной форме. Ну что ж, как говорил некто, не тем будь помянут, сначала нужно ввязаться в драку, а там посмотрим.

Меня просили взять в кружок еще одну девочку — Катю. Я, однако, уклонился. Катя еще старше Дины, т. е. разница с Женей у нее почти в два года, и при этом она девочка весьма способная к математике. В таком кружке Жене вообще будет нечего делать.

Женя рисует (длинное отступление)

Расскажу о Жене немножко подробнее.

Просто даже удивительно, насколько разными могут быть дети в одной и той же семье. Вроде бы все начальные условия одинаковые, воспитание тоже, да и влияние родителей одно и то же. Ну конечно, мне скажут, что первый ребенок растет один, в то время как у второго есть, кроме мамы и папы, еще один дополнительный старший член семьи. Какие-то свойства характера это обстоятельство, быть может, и способно объяснить. Но как отсюда вытекают специфические способности и интересы — то, о чём в основном идет речь в этой книге — я совершенно не вижу. Забегая далеко вперед, в сегодняшний день, я могу сказать: и Дима, и Женя выросли хорошими людьми. Но это едва ли не единственное что есть между ними общего.

У нас сохранилась фотография: Жене 1 год и 3 месяца; при этом она правильно держит фломастер — ровно так, как этому учат в школе. В это было бы трудно поверить, если бы не документальное свидетельство.

Я не помню, когда она начала рисовать. Я не обращал на это особого внимания: все дети что-то калякают, это нормально. Потом как-то раз — Жене было три года — вгляделся повнимательнее в одну каляку, и это было как удар. Представьте себе квадратный лист желтоватой, в пятнах, бумаги размера сантиметров в 15. Через всё поле сверху донизу идет бесконечно длинная нога. Внизу, у самого края листа, она заканчивается ступней, а сверху уходит куда-то в неведомые выси. Это нога взрослого. Оттуда же, с высей, из-за самого края листа спускается ладонь. За нее и держится ребенок, который, собственно, и занимает всё остальное пространство рисунка. То есть можно было бы сказать и иначе: нарисован ребенок, и нога взрослого рядом с ним. Рисунок в целом еще очень неумелый, но композиция, композиция!

С тех пор я, или, точнее, мы с Аллой, стали более внимательно приглядываться к тому, что происходит. Участвовать в деле я никак не мог — рисовать я совершенно не умею. Алла, напротив, рисует очень хорошо. Но оказалось, что наше участие вовсе и не требуется. Или, лучше сказать, требуется исключительно материальное участие. Представьте себе ребенка пяти лет, который рисует *шесть часов подряд*, с перерывами только на то, чтобы сбегать в туалет. Естественно, что в доме стало не хватать бумаги. Обыкновенные школьные тетради в то время были не то чтобы большим дефицитом, но и просто так на прилавках тоже не валялись. Надо было ловить. Потом я стал приносить с работы старые компьютерные распечатки. Читатели постарше помнят эти широкие рулоны бумаги с перфорацией по краям. Качество бумаги было не ахти, фломастеры проступали насквозь, но другого выхода не было, тем более что и этих рулонов вскоре стало не хватать. Иногда в ход шли газеты: их поля в мгновение ока покрывались какими-то оживленными событиями чьей-то придуманной жизни. Запомнилась фотография в газете: какой-то деревянный домик с выставки современного сборного жилья. Мы отобрали у Жени бумагу, потому что никак не удавалось отправить ее спать, но на столе валялась газета, и не успели мы оглянуться, как напоследок весь домик буквально ожил: какие-то дети играли во дворе, какие-то человечки выглядывали из окон, кто-то стучал молотком на крыше...

Качество рисунков я здесь особенно не обсуждаю. Их выразительность росла день ото дня. Конькобежцы с развевающимися шарфами, пианисты за роялем, коровы на лугу — казалось, ничто не представляло проблемы для изображения. Всё более отчетливо начинало проявляться портретное сходство, если мы сами или кто-либо из знакомых были героями истории. У нас и сейчас висит дома картинка: Дима что-то очень энергично рассказывает, размахивая руками, а сама Женя смотрит на него скептически, но доброжелательно. Да-да, поверьте: художнику удалось передать не только сходство, но и характеры персонажей.

Но главным, конечно, был этот постоянный напор, эта потребность рисовать без передышки и потом опять рисовать. Мы смотрели на это чудо света, возникшее само по себе, без малейшего нашего понукания, и, что называется, «ходили на цыпочках». Мы не знали, что будет дальше. Сохранится ли эта тяга к рисованию на всю жизнь, или в один «прекрасный» момент вдруг прекратится внезапно, как и началась. И что мы тогда должны делать? Приставать к ребенку, чтобы она рисовала хотя бы по полчаса в день? («Ну ладно, пожалуйста, двадцать минут, если ты такая ленивая». — И через десять минут: «Сколько там уже времени прошло, а, пап?» Вот такие примерно сцены рисовались в моем мозгу. Я знал, что так нельзя — ну, а как можно?) Просто поразительно, до какой степени мы бессильны перед явлениями природы — а перед нами было, несомненно, явление природы.

Читатель ждет уж рифмы «розы».

Чем может закончиться такая история? Вроде бы есть два возможных конца: «но ничего подобного не произошло», или же «именно так всё и произошло». На самом деле, как это почти всегда бывает в жизни, произошло нечто третье. Женя в самом деле стала рисовать гораздо меньше — как только научилась писать. Оказалось, что ее рисование — это лишь производная от совсем другой страсти: от сочинения историй. Или, говоря иначе, это способ перенесения историй на бумагу. Когда появился другой, более адекватный способ, она тут же перестроилась на него.

Если бы мы были более прозорливыми родителями, мы бы догадались до этого раньше. Ведь истории и сказки Женя сочиняла всегда, а вовсе не только тогда, когда рисовала. Например, летом на даче, во время наших долгих прогулок; истории длились часами. Больше всего, конечно, доставалось Алле. Она говорила, что у нее порой возникало чувство, что она сейчас упадет в обморок. А Женя мгновенно определяла, когда ее переставали слушать внимательно. Часто нам поручались роли отдельных персонажей, и мы должны были произносить их реплики, которые Женя нам тут же и диктовала. Иногда мне казалось, что вот такое не творческое, механическое участие в пьесе — это как-то неинтересно. И я позволял себе внести свою собственную лепту в сюжет, т. е. произносить не то, что было велено, а нечто иное. Наказание следовало незамедлительно, и было оно — по крайней мере на мой взгляд — более суровым, чем преступление.

Возвращаясь на минуту к рисованию, хочу заметить одну поразительную вещь. Женя как-то, будучи уже взрослой, стала рассматривать свои старые рисунки (небольшую их часть, примерно полчемодана, мы увезли с собой во Францию). И вот оказалось, что она прекрасно помнит эти истории, которые сочиняла в четырёхлетнем возрасте, и может их все заново пересказать, глядя на рисунки.

Научившись писать, Женя стала активно осваивать разные жанры и разные манеры письма. Она узнала, что существует такой жанр, как мемуары — и принялась писать мемуары. Мы читали дома вслух драмы Шиллера — и она тотчас же сочинила драму в стиле Шиллера. Само собой разумеется, были сказки. Несколько позже появилась пьеса-телефонный разговор (с тремя участниками: сама Женя, ее подружка, и время от времени встревающий в разговор старший брат). Как и Дима, она занималась с Аллой английским — и, естественно, со своим весьма еще скудным словарным запасом принялась сочинять сказки по-английски. Самая уморительная история произошла, когда Жене было семь лет. Она случайно обнаружила дома учебник японского языка. Выяснив с нашей помощью, что у японцев кроме иероглифов существуют еще две слоговые азбуки, она немедленно придумала какую-то сказку (с некоторой натяжкой можно сказать, что по-русски: бóльшую ее часть составляли слова типа «мама» или звукоподражания типа «му-му») — и записала ее одной из этих азбук. Мы потом показали получившийся текст знакомой девочке Ане Шубиной, которая всерьез учила японский, и та просто каталась по дивану от восторга. Увлечение японским, однако, продлилось недолго, так как его выразительные возможности быстро исчерпались.

Примерно в одиннадцать лет Женя и ее подружка Маша сочинили вдвоем целую повесть величиной в большую общую тетрадь. Повесть довольно символически называлась «Лето из детства». Символически потому, что приближался — и уже частично осознавался — тот трудный для всех литераторов переломный момент, когда оканчивается детство, и они чувствуют, что больше вот так вот по-детски, легко и без затей, писать не могут. У Жени этот сложный момент совпал с переходом на другой язык.

Последний «детский» эпизод, который я хочу здесь привести, относится уже к Франции. Жене двенадцать лет; она учится во французском колледже на языке, о котором еще полгода назад не имела практически никакого представления. Домашнее задание: сочинить сказку в стиле Марселя Эме (которого они тогда проходили). Женя сочинила что-то до такой степени очаровательное, что, говорят, ее сказку потом читали в учительской. Оценка — 17; и это несмотря на множество орфографических ошибок.

Чтобы оценить этот факт, нужно знать французскую систему оценок. Оценки во Франции ставятся по 20-балльной системе. Но при этом если по математике вполне можно получить 20 — достаточно просто решить все задачи, то по предметам гуманитарного цикла по традиции всегда ставят оценку не выше 16. Алла одно время преподавала здесь в университете русский язык и поставила двум студенткам на экзамене 20. И директор ее департамента мягко ей выговаривала: «Алла, как же ты поставила им 20? Ведь ты же знаешь, что мы выше 16 никогда не ставим». — «Но послушай, Катрин, — отвечала Алла, — эти две девочки русские. Они говорят по-русски так же, как я. А экзамен был по практике устной речи». — «Всё равно. Мы выше 16 никогда не ставим». На самом деле ставят — для того, чтобы подчеркнуть: произошло нечто неординарное.

Здесь я, пожалуй, остановлюсь. Не следует превращать эту книжку в Женину биографию. Задним числом я сам себе задаю вопрос: почему я решил обо всём этом написать? Ответ — по крайней мере для меня — ясен: я сделал это из чувства справедливости. Успехи Жени в математике очень скромны. «Были в семье двое детей, один способный, а другой так себе...» К такому выводу неизбежно должен был бы придти любой читатель этой книги. А это обидная неправда. Правда же состоит в том, что были в семье двое детей — один способный к математике, а другой — к рисованию и литературе. По существу я должен был бы написать такой раздел *о каждом* из детей — участников обоих кружков. Но для этого я их недостаточно знаю. Вот, например, однажды мне случайно попалась на глаза видеозапись, на которой Саня, уже взрослая девушка, что-то рассказывает по-английски. Я был искренне поражен. Наши дети тоже свободно говорят по-английски, так что этим меня особенно не удивишь, тем более после 14 лет жизни на Западе. Но когда они говорят, всё же достаточно отчетливо видно (точнее, слышно), что это говорят не англичане и не американцы. А вот Саню за-просто можно было спутать с коренной американкой. Каким образом ей это удалось — без долгой жизни с детства в Америке? Это один из тех вопросов про талантливых людей, на которые никакого рационального ответа не существует. И хорошо еще, что Саня в детстве занималась английским с Аллой, иначе я вообще мог бы даже не подозревать, что она знает хотя бы «хау-ю-дуду». Поэтому я снова и снова обращаюсь к читателям: *пожалуйста, очень вас прошу, не забывайте, что я пишу только лишь об одной маленькой грани очень многогранных детей.*

А Женя, между прочим, обещала мне перевести эту книжку на французский. Я уверен, что перевод будет превосходным.

Возвращаясь к математике

До кружка, т. е. до возраста четырех лет, я с Женей занимался математикой лишь один короткий отрезок времени, когда ей было два года. Я об этом вкратце упоминаю на стр. 145. Вот что я записал тогда, 23 января 1982 года:

Это занятие имело неожиданное продолжение. Я еще не успел убрать коробку с фигурками, когда с прогулки вернулась Женечка и сразу захотела «в это» играть. Я дал ей задание по ее силам — высыпал все фигурки в крышку и предложил укладывать их обратно.

Кажется, я раньше не объяснял: в коробке для набора Дьенеша для каждой формы имеются две лунки. Количество фигурок каждой формы равно 8, из них 4 с дыркой и 4 без дырки. Предполагается, что они и будут уложены соответственно — по 4 штуки в каждую лунку.

Женя принялась за дело с большим энтузиазмом. Сначала она тыкала фигурки совершенно произвольно; например, пыталась засунуть большой квадрат в лунку для маленького треугольника. Порой она пыталась класть фигурку в правильную лунку, но неправильно ее поворачивала — и, восприняв эту неудачу наравне с остальными, переходила к другим лункам. Когда ей удавалось правильно уложить фигурку, я в качестве подкрепления восклицал: «Оп!» Если же она, например, помещала маленький круг в лунку для большого квадрата (явно полагая, что это правильное решение — ведь он поместился!), я ничего не говорил. Постепенно она научилась отличать правильную укладку от неправильной и сама стала говорить: «Оп!» Еще она объясняла мне, что укладывает фигурки спать. Так мы занимались целый час, успев за это время уложить все фигурки по три раза. За это время Женя научилась определять фигурки одинаковой формы и размера, но сопоставлять форму фигурки и лунки так и не научилась. Процесс укладки происходил примерно так: она брала, например, большой круг и тыкала его подряд в разные лунки. Как только находилась нужная лунка, она начинала выбирать из множества фигурок один за другим все большие круги и класть их туда же. До некоторых пор всё шло гладко: пять кругов в лунку помещалось (хотя вообще-то она рассчитана на 4 фигурки). Однако шестой круг уже в лунку не входил, оставаясь снаружи. Это было препятствие нового рода.

Наступал интересный момент. Метод решения проблемы, который использовала Женя, показывает, что у нее уже сформировалось сохранение формы, но еще не сформировалось сохранение числа. (Первое удивительнее, чем второе: сохранение числа происходит в 5—7 лет, а сохранение формы, по Пиаже, кажется, позже 2 лет.) Конкретно, происходило следующее: Женя понимала, что этот круг тоже должен влезть в лунку, раз другие влезли. Поэтому нужно предыдущие круги вынуть и сначала положить этот, а уже потом — все остальные, вынутые круги (они уже доказали свою способность влезть в лунку, значит, про них сомнений нет — влезут и во второй раз). Вынимать фигурки у нее у самой не получалось, об этом она просила меня: «Пап, вынь, пожалуйста».

Так происходило несколько раз, но в итоге после серии неудач она начинала искать для последнего, не влезающего круга новую лунку, и когда находила, всё с большими кругами, как правило, кончалось благополучно (правда, иногда она пыталась извлечь все круги из предыдущей лунки, чтобы переложить их в новую, но тут у меня кончалось терпение, и я этому препятствовал).

К концу наших занятий пришел Дима и тоже внес свою лепту в педагогический процесс. В основном он приставал к Жене, чтобы она не клала в одну лунку пять фигурок, а в другую такую же — три, а чтобы и там, и там было по четыре. Пытался он также принудить ее класть фигурки с дырочками и без дырочек отдельно, но мне удалось уговорить его не вмешиваться, так что всё кончилось без ссор.

Так продолжалось с разными вариациями некоторое время; Женя занималась этой игрой с огромным удовольствием, сама меня об этом просила и могла просиживать за этим занятием по часу и больше. Но потом она стала играть также и без меня, причем иногда теряла фигурки. Обычно их удавалось находить, но когда один раз после более чем часовых поисков одна фигурка так и не нашлась, я спрятал набор и больше его Жене не давал. Не очень хорошо с моей стороны, но что же делать? Ведь я такого набора больше нигде не достану.

[Лето 2005 года: сейчас Жене 25 лет. Я дописываю эту книгу. Увидев у меня на столе блоки Дьенеша, Женя сказала, что до сих пор, когда она о них вспоминает, у нее просто сердце замирает от восторга.]

В последующие два года все наши занятия математикой свелись, во-первых, к чтению книги «Приключения Кубарика и Томатика, или Веселая Математика» (от которой Женя была совершенно без ума, но не от ее математической части, а от сюжета, а задачи, которые там даются по ходу дела, воспринимала как неизбежную плату за удовольствие), и, во-вторых, к попыткам прошедшим летом научить ее считать дальше, чем до двух (на трех она уже часто сбивалась): мы ей давали столько засахаренных орехов, сколько она сумеет правильно сосчитать. В результате некоторый сдвиг всё же произошел, хотя и не принципиальный.

Одна смешная история показывает, до какой степени счет в этом возрасте является чисто формальной процедурой. Однажды Женя, досчитав правильно «семь, восемь. . . », вдруг остановилась и спросила: «Но ведь семь и восемь — это одно и то же, правда, папа?» С тех пор этот вопрос служит для меня своего рода лакмусовой бумажкой. Когда мне показывают ребенка, который «умеет считать», я у него с серьезным видом спрашиваю: «Семь и восемь — это ведь одно и то же, верно?» Если он запротестует, значит, и вправду умеет считать. (Впрочем, один раз мне попался промежуточный вариант: один ребенок очень серьезно сказал мне, что нет, семь и восемь — это вовсе не одно и то же, а вот семнадцать и восемнадцать — это да, это одно и то же.)

Занятие 1. Снова феномены Пиаже

5 января 1984 (четверг) 10^{35} – 11^{15} (40 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Вступление. Сначала я показал девочкам свой колокольчик и объяснил, что в школе всегда бывает звонок на урок и с урока, и так же будет у нас на кружке. Потом наговорил кучу еще каких-то общих слов о том, как нам нужно всем жить дружно, хорошо себя вести и во всём слушаться меня, и тогда нам будет хорошо и весело и т. д. и т. п. Забегая вперед, должен сказать, что неожиданно для меня девочки вели себя не просто хорошо, а совершенно безупречно. В данный же момент они серьезно и внимательно меня слушали и с завистью смотрели на колокольчик.

Задание 1. Каких солдат больше?

Я стал расставлять в рядок красные фишки («солдатиков»). «А-а, знаю, сейчас считать будем!» — закричала Дина. Все наперебой закричали, что они тоже умеют считать. Я попросил Дину сосчитать солдатиков: их оказалось 9. Потом их сосчитала Саня. «Смотри, Саня, а ведь ты считала их с другого конца». — «Потому что мне отсюда ближе!» — «А почему же у тебя тоже получилось 9?» — «Потому что я считала!» Потом считала еще и Женя: «Раз, два, три, четыре, пять, шесть, семь, семнадцать, девять. Тоже девять!» Затем я поставил параллельно красным ряд желтых солдатиков. «Кого больше — красных солдатиков или желтых?» — «Никого не больше, всех поровну». — «А если они будут драться, кто кого победит?» — «Никто никого не победит».

Тогда я раздвинул желтый ряд так, чтобы он стал длиннее красного (рис. 9.1). «А теперь кого больше?» — «Желтых, желтых!» — «А если они будут драться, кто победит?» — «Желтые победят». — «Ну да, ведь побеждают те, кого больше, правда?» — «Да».

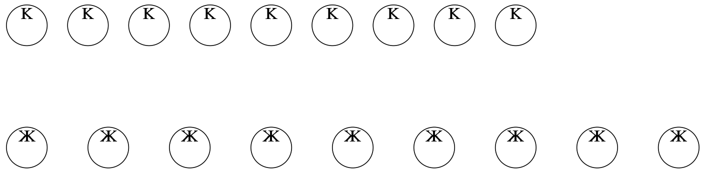

Рис. 9.1. Каких солдат больше, красных или желтых?

«Саня, забери столько желтых солдатиков, чтобы стало поровну». Саня забирает двух «лишних» солдат, мы кладем их в коробку. «А теперь кого больше?» — «Теперь опять поровну!»

Я снова раздвигаю желтый ряд. Желтых солдат снова оказывается больше, так что в случае битвы они победят красных. Мы считаем солдатиков: красных оказывается 9, а желтых 7, но желтых больше! Я прошу Женю забрать столько желтых солдатиков, чтобы их опять стало поровну с красными; она убирает одного солдатика.

Так повторяется еще пару раз; наконец, против 9 красных солдатиков стоят всего двое желтых. Дина и Саня всё еще продолжают утверждать, что их поровну, но Женя не выдерживает и заявляет: «Нет, этих меньше». — «Почему?» — «Потому что здесь ничего нет» (она показывает на пустоту между двумя желтыми фишками). Саня ее очень горячо поддерживает, а Дина смущенно замолкает: она очень вежливая девочка и не знает, как ей теперь поступить, чтобы не разрушать игру.

[Вспомним здесь Димино замечание на стр. 27: папа с этим соглашался, значит, это было правильно.]

«Да ведь вы только что говорили, что желтых больше, а теперь говорите, что их меньше!» — восклицаю я. Саня мне что-то столь же горячо возражает. Дословно воспроизвести ее рассуждения я не могу, но смысл в том, что, мол, раньше мы говорили то, что было правильно раньше, а теперь говорим то, что правильно теперь. То, что математические утверждения, верные вчера, верны также и сегодня, она еще не знает, и поэтому противоречия в своих словах не видит. «Так что́ же делать?» — спрашиваю я. В ответ Женя достает из коробки всех снятых ранее желтых солдатиков и ставит их обратно в шеренгу; солдат снова становится девять на девять. «А теперь кто победит?» — «Никто». — «Ну, раз никто не победит, то и драться незачем, и решили они мирно разойтись по домам», — заканчиваю я и собираю фишки в коробку.

Задание 2. Солдаты на табуретках.

Из другой коробки я достаю 11 фишек и 10 плашек. Объясняю девочкам, что фишки — это солдатики [почему солдатики? что-то я очень уж уклонился в военную тематику; добро бы еще занимался с мальчиками!], а плашки — это табуретки. Я предлагаю девочкам рассадить солдатиков по табуреткам. Они это делают, но одному солдатику места не хватает.

Тогда я предлагаю попробовать рассадить их как-нибудь по-другому — так, чтобы всем хватило места. Например, всех красных солдатиков посадить на красные табуретки, зеленых — на белые и т. п. Девочки охотно берутся за дело, но, к сожалению, опять один солдатик оказывается лишним. Я делаю еще какие-то предложения по их расстановке, но эффект тот же.

«Почему всё время один солдатик остается лишним!?» — «Потому что у него нет места». — «А как же их рассадить так, чтобы ему тоже хватило места?» — «Никак!» — «Что, никак не получится?» — «Да». — «А давайте попробуем вот так. . .» Я выдвигаю еще одно предложение (больших солдат — на белые и желтые табуретки, остальных — на остальные). А сам тем временем одного солдатика утаскиваю и прячу в карман.

Мы делаем еще одну перестановку — и на этот раз всем солдатикам достается по табуретке! Девочки очень довольны — наконец-то удалось сделать то, что требуется. Лишь одна Дина смотрит на ряд табуреток с солдатиками с оттенком легкого недоумения. Я уже совсем было собрался переходить к следующему заданию, как вдруг она сказала: «А давайте сделаем как было». — «А ты помнишь, как было?» Дина несколько сбивчиво пытается объяснить, как раньше стояли фишки. «Ну ладно, давай».

Мы начинаем снова переставлять фишки с места на место, а я по ходу дела опять тайком подставляю спрятанную фишку. И вот снова одному солдату не хватает места! Дина в полном недоумении; она пытается посадить двух солдат вместе на одну табуретку. А Саня вдруг заявляет: «А-а, я знаю, это Саша просто спрятал одну табуретку, и всё!»

Интересно: когда я сжульничал в первый раз (утащил солдатика), она этого не заметила. Подозреваю, потому, что задача «получилась» и решение найдено. Зато когда всё уже вроде бы было хорошо, и вот снова ничего не выходит, тут явно дело нечисто, и поэтому мое второе жульничество вызывает подозрения. Я, конечно, мог бы «честно» закричать, что никаких табуреток не прятал (ведь на самом-то деле я 11-го солдатика вернул обратно), но решил, что это будет нехорошо с моей стороны.

Задание 3. Четвертый — лишний.

Картинки были показаны такие:

(1) шапка, шуба, пальто, гриб	(Саня)
(2) собака, кошка, обезьяна, весы	(Саня)
(3) овца, коза, корова, катушка	(Женя)
(4) лейка, бочка, ведро, забор	(Дина)
(5) индеец, пожарник, точильщик, жираф	(Саня)
(6) цапля, сова, журавль, белка	(Женя)
(7) жук, бабочка, осы, ваза	(Дина)
(8) заяц, собака, еж, подушка	(Саня)

Первые две серии я показал девочкам всем вместе. Оба раза первой ответила Саня, причем так быстро, что Женя, как мне показалось, даже не успела еще понять, что нарисовано на картинках, а не то что подумать. Объяснения Саня тоже дала правильные. Чтобы дать возможность ответить и другим, мне пришлось установить очередь. Следующей была Женя. Я на всякий случай решил дать ей задачу попроще и положил третий набор картинок, в точности аналогичный второму. Ответ Женя дала правильный (катушка лишняя, или, как она сказала, моток), но на вопрос «почему?» ответила: «Потому что это не барашек, не коза и не корова». С помощью моих наводящих вопросов, а также подсказок Сани (что, мол, они все живые) удалось добиться от нее формулировки, что овца, коза и корова — это звери, а катушка — не зверь. Свою следующую задачу она уже решила правильно — сказала, что цапля, журавль и сова — птицы, а белка — не птица.

Все остальные ответы были правильные. Лишь один раз Дина, уже дав правильный ответ к задаче 4 (забор), попыталась образовать так называемую «фигурную совокупность» по Пиаже (т. е. нелогическую классификацию), сказав, что из лейки можно поливать забор, и из ведра тоже можно поливать забор.

Последняя, 8-я задача снова была общей, и первой опять ответила Саня. После каждой задачи я задавал однотипные вопросы, вроде: а гриб тоже можно надевать? А ваза — это тоже насекомое?

У мальчиков такие вопросы обычно вызывали бурное веселье, хохот и т. п. Девочки почему-то реагировали гораздо хладнокровнее, и только когда я после последней задачи спросил, можно ли спать на еже, они откликнулись более эмоционально.

Задание 4. Зеркальная симметрия.

На мозаике я выставил в самой середине прямую линию из фишек и назвал ее «зеркальцем». После этого я слева и справа от этой линии строил разноцветные фигурки; задание же состояло в том, чтобы с другой стороны построить фигурку, зеркально симметричную исходной. Построив каждую фигурку, мы с помощью зеркальца проверяли, получается ли совпадение построенной фигурки с той, которая видна в зеркале. Первый пример симметричной фигуры построил я сам. Женя, проследив за моими действиями, грустно сказала: «А я так не умею...» И в самом деле, когда до нее дошла очередь, она с заданием совершенно не справилась, хотя я построил для нее очень простую фигурку. Только помощь моя и Дины решили исход дела в положительную сторону. Дина, наоборот, сразу всё поняла и даже просила, чтобы я не показывал — она сама всё сумеет сделать. Судя по ее уверенным и правильным действиям в дальнейшем, по тому, как она отсчитывала клеточки, ее заявление вполне соответствовало истине.

С Саней чуть не возник конфликт. Она отвлеклась, спросила вдруг (показывая на колокольчик): «А можно позвонить?» Я пообещал ей, что когда кончится занятие, дам ей позвонить. Потом предложил ей смотреть, что делает Женя. Она заявила, что смотреть не будет, потому что сама всё умеет, и даже ушла из-за стола. Но потом, когда до нее дошла очередь, она с задачей всё-таки не справилась. Дина бросилась ей помогать, как и Жене, но Саня стала кричать и отталкивать Дину. [Почему же у меня осталось ощущение, что девочки вели себя безупречно? Может быть, я боялся худшего?] Как-то, однако, удалось всё уладить и сгладить и даже задачу решить.

Заключение.

С большим трудом я оттащил девочек от мозаики — они хотели играть в нее еще. Дальше была очень хлопотная процедура одевания всех на улицу (прерываемая телефонными звонками). Где-то посреди этой суеты Саня вдруг подошла ко мне и сказала: «А я знаю! И никакая это не математика!» — «А что же?» — «Ну, просто игра с папой, и всё». Я как мог попытался ее убедить, что всё это самая что ни на есть серьезная математика.

На улице Дима с Петей бросились к девочкам и стали их расспрашивать о том, что было (оба они хотели присутствовать на занятии; каждому в отдельности я бы еще может и позволил, но обоим вместе не решился). Женя закричала ликующе: «Ставили солдатиков на табуретки!» — «А-а, понимаю», — многозначительно произнес Дима.

* * *

Мы видим, что едва ли не все описанные выше задачи уже в том или ином виде фигурировали раньше. Должен ли я избегать повторений?

Немного поколебавшись, я решил, что повторения вполне законны. Это только задачи повторяются, а реакция детей — вовсе не всегда. Дети на этот раз другие.

Занятие 2. Принцы и принцессы

9 февраля 1984 (четверг) $10^{35} - 11^{10}$ (35 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Как это часто бывает в жизни, кружок, едва успев начаться, претерпел более чем месячный перерыв. Сначала мы все болели гриппом, потом я уезжал в Воронеж, и собрались мы снова лишь через пять недель. Реакция девочек на первое занятие была гораздо более благожелательной, чем когда-то у мальчиков, я бы даже сказал — восторженной. Женя и Саня всё время спрашивали, когда будет следующее занятие, и кричали ура, когда оно, наконец, было объявлено. А Дина вообще превзошла всякую меру. На вопрос, что ей больше всего понравилось из всяких новогодних мероприятий (елки, деды Морозы, театры, прогулки в лес и т. п.) она твердо заявила, что больше всего ей понравилось заниматься математикой (хотя априори никто наш кружок в число новогодних мероприятий не включал).

Задание 1. Сказка.

Я поставил на стол две большие зеленые фишки и сказал, что это король и королева. Однажды они устроили у себя во дворце веселый бал и пригласили на него много принцев и принцесс; принцы — красные фишки, принцессы — желтые. Гостей собралось много, и им было очень весело. «Интересно, — сказала королева, — а кого у нас больше: принцев или принцесс?» Она хотела их сосчитать, но это было очень трудно: они все ходили с места на место, а некоторые даже выходили из зала. (Дина пытается сосчитать принцев, но я всё время двигаю их по столу, убираю, прячу и т. д. Общий смех.) И тогда король придумал вот что. Он попросил музыкантов сыграть какой-нибудь танец. Все принцы стали приглашать принцесс танцевать (а мы ставим красные и желтые фишки парами). И вот один принц остался лишним. Но он не огорчился, а просто танцевал сам с собой, и ему тоже было очень весело. Не дожидаясь моего вопроса, девочки сами говорят, что принцев больше, а принцесс меньше.

После танца все сели за стол. (Мы расставили фишки длинным овалом, и перед каждой ставили «тарелку»: у принцев красные тарелки, у принцесс желтые.) Но оказалось, что есть пока нечего. Повар хотел приготовить каждой принцессе пирожное, а каждому принцу мороженое. Но он не знал, сколько чего готовить! Ведь он же не знал, сколько принцев, а сколько принцесс! Увидев, что еда еще не готова, все гости решили пока погулять в саду. (Мы убираем со стола все фишки, оставляя только «тарелки» и «повара». Повар — это большая зеленая фишка, но другого типа, нежели король с королевой и принцы с принцессами — погрубее и потолще.)

Что теперь делать повару? Он хотел бы сосчитать принцев и принцесс, но ведь они же ушли! Как же их теперь можно сосчитать?

Дина тотчас же стала считать красные тарелки; получилось 11. Затем их считала Женя. Сначала процессы называния чисел и тыкания пальцем в тарелки шли у нее синхронно, но потом каждый пошел своим путем, и в результате число тарелок оказалось «четырнадцать-пятнадцать». (Не следует думать, что это приближенная оценка, как бывает у взрослых: «штук эдак 14—15». Скорее это что-то вроде двойного имени, как Анна-Мария. Женя еще не знает, что при счете каждая совокупность предметов может иметь только одно имя. Кроме того, 14 и 15 — в такой же мере «одно и то же», как 7 и 8.) Потом считала Саня и получила тоже 11. Я сказал Жене: «Смотри, у девочек у обеих получилось 11. Попробуй и ты посчитать так, чтобы у тебя тоже получилось 11». Женя послушно стала считать, но у нее снова получилось четырнадцать-пятнадцать. Пришлось смириться.

Потом мы считали желтые тарелки, а я хвалил повара и говорил, что он очень умный: догадался, что принцесс столько же, сколько желтых тарелок, и поэтому можно считать не принцесс, а тарелки. Потом повар приготовил 10 пирожных и 11 мороженых, все их съели и пошли спать (в одну коробку), на чём сказка благополучно закончилась.

Задание 2. Четвертый лишний.

Как и в прошлый раз, я давал девочкам комплекты из четырех рисунков. Каждая получила по два комплекта. Все ответы были правильными, но объяснения — не всегда. Например, Женя сказала, что в наборе (голубь, еж, собака, чайник) лишний — чайник, «потому что он не летает, не колется и не лает». Я каждый раз требовал, чтобы девочки придумали одно слово, которым можно назвать и охарактеризовать все три предмета вместе (голубь, ёж, собака — живые, а чайник — нет).

В конце я сказал: «Вот нас здесь четверо за столом. Если бы нас нарисовали на картинках, кто был бы лишним?» Дина сразу ответила, что лишним был бы я, так как они трое — дети, а я — не дети. Но Женя вдруг запротестовала и сказала, что лишние — они с Диной, так как меня и Саню можно назвать одним словом — «Саша». Мне пришлось с ней согласиться; я сказал, что если искать двух лишних, то *её* ответ правильный, а если одного, то Динин.

Задание 3. Симметрия.

Я повторил то же задание, что в прошлый раз. На этот раз все трое, в том числе и Женя, справились с задачей безупречно. Женя, когда работали другие, всё время приговаривала: «Та-ак... И синенькую не забудь... Ой, не сюда, не сюда! Пра-авильно!» И тому подобное.

Я уже много раз сталкивался с этим удивительнейшим явлением, но каждый раз поражаюсь заново. Загадка природы, да и всё тут! В прошлый раз Женя с этой задачей не справлялась ну никак, ну просто ни на грамм. В промежутке я с ней ни разу ничем не занимался. Единственное, что с тех пор изменилось, так это то, что она на месяц подросла. И вот, пожалуйста — она теперь вдруг всё умеет сама. Уж какие там колесики по-другому повернулись, какие новые связи в мозгу образовались — нам остается только гадать.

Дина, сделав свое задание, сказала: «Только давайте еще будем...» Я предложил девочкам, чтобы не я им давал задачи, а они мне. Они с радостью согласились, и я решил по очереди три задачи на симметрию. Я, правда, иногда «ошибался», но девочки меня тут же поправляли.

Картинки.

В заключение я показал девочкам несколько картинок с симметричными узорами из книг «Узоры симметрии» и Г. Вейля «Симметрия». Картинки им вроде бы понравились, но еще более заинтересовали перфокарты, которые служили закладками. Саня попросила разрешения их забрать к себе домой, Дина тоже захотела (хотя Галя[1] ей напоминала, что у нее папа программист, и у них дома перфокарт полно), возник спор, дележка, и о картинках все забыли.

[1]Галя — мама Дины.

На этом занятие закончилось, Женя позвонила в колокольчик (в следующий раз очередь Дины), но Саню и Дину пришлось еще минут десять оттаскивать от мозаики и уговаривать идти домой. (Оттаскивал, разумеется, не я, а их родители.) Когда они ушли, мозаикой занялись Женя и Дима и вскоре заполнили всё поле.

Занятие 3. Сколько разниц?

20 февраля 1984 (понедельник) $16^{00} - 16^{45}$ (45 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Главной особенностью этого занятия было то, что я к нему совершенно не подготовился. Я перенес все три своих кружка — с мальчиками, с девочками и в школе — на один день, т. е. на понедельник (мой «библиотечный день» — надеюсь, читатели еще не забыли, что это такое). Поэтому непосредственно в понедельник у меня времени на подготовку не было. А три предыдущих дня я без продыха занимался корректурой нашей статьи с Мишей Шубиным, которая, как обычно, должна была быть окончена «вчера». В результате занятие получилось в целом бессвязным и не очень удачным.

Задание 1. Четвертый лишний.

Я даже не успел выбрать из коробки нужные задачи. Однако это обстоятельство в итоге повернулось мне на пользу: я предлагал девочкам тянуть себе задачу из коробки, как лотерейный билет; все трое решали свои задачи не по очереди, как в прошлые разы, а одновременно. Женины объяснения остаются такими же, как прежде. Получив набор (капуста, огурцы, щавель, водопроводный кран), она говорит, что лишний — кран, потому что он «не капуста, не огурцы и не листочки». Я предположил, что, может быть, лишняя капуста: ведь она не огурцы, не кран и не листочки. Или нет, наверное, лишние огурцы (по аналогичной причине); а может быть, листочки... В ответ на мои издевательства Женя мрачно заявила: «Нет, лишний кран!» Можно считать, что я наткнулся на своеобразный возрастной период: Женя всегда дает правильные ответы, но еще совершенно не может их объяснить. Более младшие дети ответы дают наугад, так как не понимают смысла задачи. А более старшие (например, Дина и Саня) уже дают и правильные объяснения тоже.

Задание 2. Все лишние по очереди.

Я достал свой излюбленный набор из четырех предметов, в котором каждый из предметов может быть сделан лишним: три квадрата — один треугольник, три без дырки — один с дыркой, три красных — один зеленый, три маленьких — один большой (рис. 9.2).

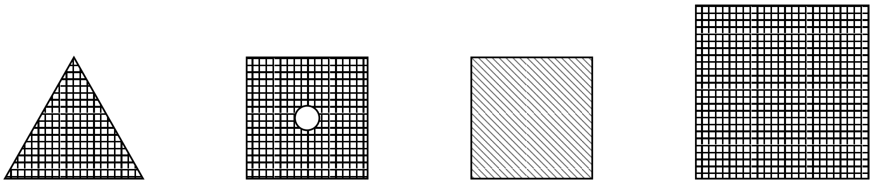

Рис. 9.2. В зависимости от критерия каждая из фигурок может считаться лишней.

Мнения тотчас же разделились. Женя считала лишним тот, что с дыркой, а Саня и Дина — треугольник. Я попробовал предложить третий вариант, но все девочки твердо стояли на своем и кричали каждая свое. Пришлось мне пойти на хитрость и предложить им поступить «по справедливости»: пусть каждая фигурка по очереди будет лишней. На это девочки согласились. Интересно, что они никак не могли придумать, почему зеленая фигурка лишняя; и то же самое было в следующей задаче — тоже разницу в цвете они долго не замечали. А я думал, что это будет первое, что бросится в глаза. Но, так или иначе, в итоге все четыре объяснения были найдены.

Задание 3. Сколько «разниц»?

Я достал четыре фигурки из набора Дьенеша и предложил опять найти лишнюю. Набор был выбран не очень удачно: лишними могли быть названы две фигурки (т. е. задача имела два правильных решения). Возник спор. Кроме того, вообще эти задачи им уже надоели. Я пустился в какие-то длинные рассуждения о признаках (форма, цвет, размер и т. п.) Было занудно, и девочки смотрели по сторонам. Тогда я понес совсем какую-то ахинею: положил на стол большой красный квадрат и попросил положить рядом с ним самую похожую на него фигурку. Сначала всё шло относительно благополучно: рядом друг за другом легли все четыре больших квадрата без дырок. Но тут-то и выяснилось, что девочки задачу либо не понимают, либо забыли вопрос, так как они стали строить какой-то домик на колесах — сверху треугольники, снизу круги. Я пытался убедить их класть фигурки в одну линию, иногда вякал что-то про «неправильное решение», но ничего не помогало. Росла моя досада на себя самого, что не подготовился — и это тоже отражалось на общем настроении.

Тогда я взял в руки две фигурки, отличающиеся всего одним признаком, и попросил указать разницу между ними. Это было сделано. Следующие две фигурки отличались уже тремя признаками. Я спросил, «сколько разниц».

Сначала девочки нашли только одну разницу, а в качестве второй смогли лишь сказать, что «они непохожи». Потом, после некоторого размышления, удалось обнаружить еще две разницы. Труднее всего, как я уже говорил выше, оказалось обнаружить различие в цвете. Я похвалил девочек. Дело, кажется, начинало налаживаться. Следующие две фигурки отличались уже всеми четырьмя признаками. Первую разницу нашла Дина, вторую Женя. Я обратился к Сане. Та встала и даже покраснела от натуги, но ничего найти не смогла. «Думайте, думайте», — сказал я всем. Тут вдруг Женя нашла третью разницу и тут же четвертую. Я ее похвалил и стал распространяться о том, что вот как много! целых четыре разницы! — стал их снова перечислять и т. п. Увлекшись этими разглагольствованиями, я не заметил, что Саня ужасно надулась. Тут Катя[2] спросила ее: «Санечка, ты что?» В ответ Саня вдруг безумно зарыдала и закричала: «Должна я-а-а была найти!!»

Все стали ее наперебой успокаивать, а ей только того и надо — ревет еще громче. Спасла дело только демагогия. Я спросил: «Саня, а сколько людей за столом?» — «Три-и-и». — «Как так три? А кто же не человек?» — «Четыре». — «Вот видишь: четыре человека — и четыре разницы, всем по одной. Так что всё по справедливости». К этому моменту она забыла, что ей-то как раз ни одной и не досталось, и буря улеглась.

Задание 4. Симметрия относительно диагонали.

На этот раз я усложнил задачу о симметрии тем, что в качестве оси симметрии взял диагональ мозаики. Я не был заранее уверен, что эта задача пойдет легко, и поэтому сначала девочки давали задания мне. Однако оказалось, что они всё хорошо понимают. Под конец я даже позволил себе ошибиться, и Саня с воплем триумфа мою ошибку исправила.

Затем девочки сами выполняли мои задания и справились с делом вполне успешно. Как всегда, когда дело касается мозаики, стоило больших трудов ее у них забрать.

Японский волчок.

За неимением других задач я показал, как вращается и вскакивает на ножку японский волчок. На Катю это произвело более сильное впечатление, чем на девочек.

Задание 5. Укладка фигур Дьенеша.

В заключение я попросил девочек собрать фигурки Дьенеша в планшет, но так, чтобы фигурки с дырками и без дырок лежали отдельно друг от друга. Они всё сделали, как надо, хотя руки у них при этом дрожали, так как каждая хотела опередить остальных и ухватить себе фигурок побольше.

---

[2] Катя — мама Сани.

Под конец они догадались набирать сразу много фигурок в руку, чтобы был гарантированный запас (а то, пока я буду класть эту фигурку, остальные всё расхватают), и это слегка ослабило напряжение.

На этом всё и кончилось, только Саня устроила небольшой дополнительный скандал — она требовала от меня домашнего задания (чтобы, как Петя, что-нибудь писать в тетради — буквы или цифры), а я ничего разумного и устраивающего ее не мог придумать.

Занятие 4. Построение по чертежу

12 марта 1984 (понедельник) $16^{00} - 16^{45}$ (45 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. C_5^2 на мозаике.

Задание состояло в следующем: на той же мозаике, на которой мы строили симметричные фигуры, мы стали делать бусы. В каждых бусах должно быть ровно 5 бусинок, причем обязательно 2 красных и 3 белых. При этом, разумеется, все бусы должны быть разными.

Девочки на удивление успешно справлялись с задачей, не уступая первоклассникам (из Диминого класса). Правда, они редко сами спонтанно обнаруживали совпадение двух решений; поэтому я после каждого очередного ответа просил всех внимательно смотреть, не получилось ли то же самое, что уже было. Тогда они принимались за изучение того, что было, и обычно находили ошибку сами. Впрочем, иногда они считали совпадающими симметричные бусы. Только поиск 9-го решения, который достался Жене, вызвал у неё серьезные трудности. Если бы я занимался с ней одной, я думаю, что она в итоге решила бы задачу сама. Но тут получалось так, что Женя долго перебирала разные варианты, уже стала повторяться, а Дина и Саня скучали и отвлекались. Так что я Жене осторожно подсказал, куда поставить одну из фишек, и она тотчас нашла правильное решение.

А последнее, 10-е решение я нашел сам. При этом медленно и последовательно перебирал все варианты, пока не нашел нужный. А девочки помогали мне искать для каждого варианта тот, что с ним совпадает. Находка каждый раз сопровождалась бурей восторга. Конечно, надо было попытаться найти еще и 11-е решение, но я почему-то не сообразил это сделать.

Задание 2. Четвертый лишний.

Игра протекала как обычно. Я старался требовать от девочек «одного слова», которым можно было бы назвать все три не лишние картинки. Один раз Женя получила четыре картинки (чашка, чайник, ваза, заяц) и закричала радостно: «Ой, сразу три лишние!» Видимо, я уже успел приучить их к тому, что не лишние обязательно живые.

Задание 3. Построение по чертежу.

На стр. 195 и следующих я описывал головоломку «пифагор» и некоторое количество связанных с ней задач. С тех пор у нас появилась другая версия той же игры: тоже семь фигурок, но другой формы, и заполняют они не квадратное, а прямоугольное поле. За неимением другого названия я буду называть ее «венгерский пифагор» (просто удивительно, сколько замечательных вещей нам привезли из Венгрии). Форма фигурок и их расположение в коробке показаны на рис. 9.3.

Задачу, связанную с этим набором, мне фактически подсказала Женя. Она играла с фигурками, по-разному перекладывая их на столе, а потом я попросил ее собрать их обратно в коробку. Это ей не удалось. Тогда я показал ей рисунок, где показано, как следует их укладывать (это тот же самый рис. 9.3). Оказалось, что и складывание по рисунку вовсе не так уж просто, хотя всё же посильно: Женя поднатужилась — и после некоторых усилий всё сложила.

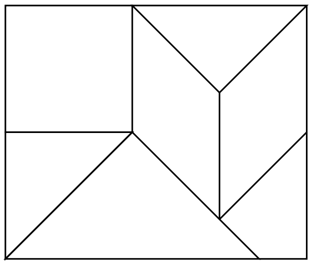

Рис. 9.3. «Венгерский пифагор». Пластмассовые плашки складываются в прямоугольную коробку в соответствии с этим чертежом.

Этот успех так ее воодушевил, что она высыпала фигурки из коробки и снова принялась их укладывать. Как ни странно, во второй раз у нее ничего не получилось: она положила рисунок горизонтально, а коробку вертикально, отсюда и неудача. Пришлось ей помогать.

В результате у меня возникла идея: нарисовать несколько простых чертежей и дать их девочкам складывать в порядке возрастающей трудности. Я подготовил 10 задач, из которых были решены 6 (рис. 9.4).

Последняя, 6-я задача, вызвала у Дины трудности и потребовала подсказки. Женя справлялась с задачами так же хорошо, как и остальные. Было

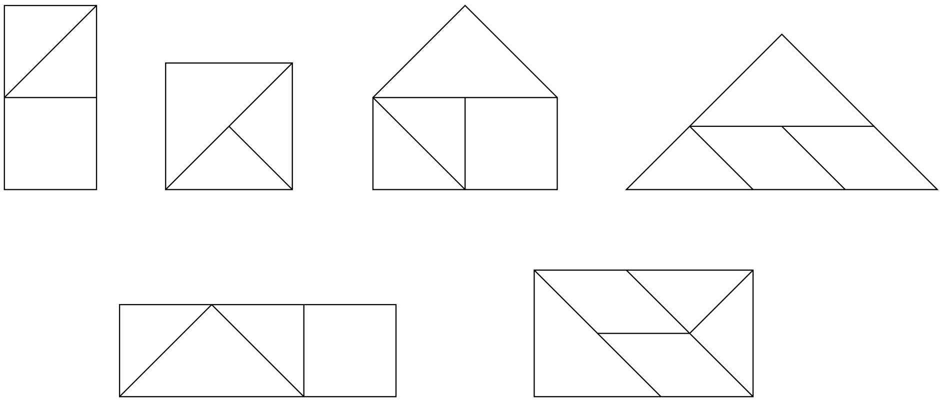

Рис. 9.4. Из плашек «венгерского пифагора» требуется сложить нарисованные здесь фигуры.

приятно смотреть, как она цепким взглядом охватывала рисунок, а потом отбирала из кучи фигурок только нужные и быстро и ловко всё складывала.

В конце занятия я было похолодел от ужаса, вспомнив, что обещал Сане письменное задание домой, а сам ничего не приготовил. Но Саня, слава богу, ни о чём не вспомнила, так что занятие кончилось вполне благополучно.

Занятие 5. Перестановки

19 марта 1984 (понедельник) $16^{00} - 16^{50}$ (50 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Это занятие вышло не очень удачным. Во-первых, я слегка переборщил в сложности задач, и с несколькими задачами девочки не справились, что вызвало соответствующую фрустрацию. Во-вторых, было много споров, обид и т. д.

Задание 1. Перестановки.

Мы снова стали делать бусы — на этот раз всего из трех бусинок, причем все три бусинки разноцветные: одна красная, одна синяя и одна желтая. Девочки вполне справились с задачей, найдя все 6 решений. Я сам попытался у них на глазах найти 7-е решение, аккуратно и по очереди перебирая все варианты. Каждый раз, когда оказывалось, что очередной вариант снова совпал с каким-то из уже построенных решений, это вызывало такой восторг, что у меня порой даже уши закладывало.

Задача кончилась, но девочки не хотели расставаться с мозаикой, так что мне пришлось продолжить и дать им возможность строить четырехцветные бусы из четырех фишек. Это задание оказалось для них трудноватым, так как для бус с четырьмя фишками они с трудом определяли, совпадают два решения или нет. В основном они ориентировались на положение синей фишки как наиболее заметной. Таким образом, построив всего 7 решений (из 24 возможных!), мы задачу прервали.

Дина устроила себе дополнительное развлечение — строила бусы, симметричные Саниным. Но когда она об этом сказала вслух, Саня заявила самый решительный протест.

В процессе игры возник спор между Женей и Саней из-за очереди. Я сказал, что следующей будет та, кто меньше просит и тише себя ведет. Обе девочки моментально затихли, так что снова невозможно было определить, кто же лучше себя ведет. Чтобы никого не обидеть, я решил бросить монетку. Монетка выпала на Женю. Саня, конечно, тут же зарыдала. Я стал спрашивать, на кого она обиделась; предложил ей монетку нашлепать (что и было исполнено). Дина очень смеялась и говорила: «Саня, монетка же глупая!» Удивительно еще, что Женя не встряла и не заявила, что монетка умная.

Задание 2. «Четвертый — лишний».

Возможно, у меня просто ворчливое настроение, но факт тот, что сегодня все девочки давали такие объяснения, которые раньше давала одна Женя: топор лишний, потому что он не бабочка, не жук и не пчела. Я над ними над всеми ехидничал, называл других кандидатов в лишние (с аналогичными объяснениями), но это мало что меняло.

Интересно, что на протяжении всех занятий практически не было осечек с ответами: ответы всегда правильные.

Задание 3. Построение по чертежу.

Неудача Дины в прошлый раз с 6-й задачей должна была бы меня насторожить, но мне показалось, что все будет окей. Из десяти задач на сегодня осталось четыре. После некоторых споров и склок девочки выбрали себе по задаче (рис. 9.5).

Однако справилась со своей задачей только Дина. У Сани вообще не получилось ничего похожего. При этом я ей пытался подсказать, но она меня не стала слушать, а стала петь и делать вид, что ей всё нипочем. Катя очень обеспокоилась, хотела тоже ей помочь, но, увидев задачу, даже присвистнула. Тут и Дина бросилась на помощь, но Катя ее слегка притормозила, а Саня заявила, что не хочет решать задачу, и мы от нее отстали.

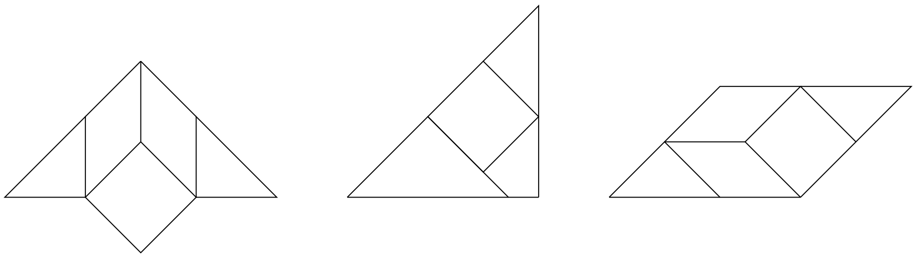

Рис. 9.5. Вот какие задачи выбрали себе девочки: Дина — слева, Саня — в центре, Женя — справа.

У Жени положение было поначалу несколько лучше: она положила правильно четыре плашки из пяти, но никак не могла приладить последний треугольник. Вдруг она обиделась и сказала, что я ей даю очень трудные задачи. Я пытался оправдываться, что, мол, трудные задачи интереснее решать, но она твердо ответила: «Нет, не интересно!» Только Дина меня поддержала, сказав, что любит трудные задачи.

В общем, мы остановились на том, что после занятия девочки (кто захочет) попробуют решить эти задачи все вместе. Однако после занятия Женя мне сказала, что ей уже расхотелось.

Задание 4. Симметрия на клетчатой бумаге.

Эта серия задач аналогична тем, которые мы раньше решали на мозаике, только на этот раз я нарисовал ось симметрии черным фломастером на листе клетчатой бумаги. Потом я разными фломастерами (по выбору девочек) рисовал около оси разные фигурки, а они рисовали симметричные. В целом с этой задачей все справились. Правда, аккуратно по клеточкам рисовала одна Дина, а Саня и Женя лишь улавливали общий контур рисунка. Один раз Женя ошиблась, но очень своеобразно: нарисовала фигуру, центрально-симметричную исходной.

Занятие 6. Порядок утренних дел

29 марта 1984 (четверг) $10^{30} - 11^{30}$ (1 час)
(Женя, Саня, Дина)

Содержание этого и следующего занятий я записываю почти через месяц (24 апреля), так что многие подробности из памяти уже стерлись. Думаю, что запись этого занятия окажется короче, чем предыдущие.

Задание 1. Построение по чертежу.

Я решил, несмотря ни на что, не отступать и довести оставшиеся две задачи до победного конца. В целом это мне удалось. Решали каждую задачу девочки все вместе. Были, конечно, споры и драки за фигурки, но в общем всё обошлось благополучно, и — главное — обе задачи были-таки решены, причем без моей помощи.

Задание 2. Повторение узора на мозаике.

Я строил на мозаике фигурку из 3—5 фишек, а девочки должны были с помощью параллельного переноса сделать узор («ленту»), многократно повторяющий заданную фигурку. Все справились с заданием успешно.

Задание 3. Четвертый лишний.

На этот раз мы эту игру закончили, исчерпав весь запас картинок. Теперь можно только заказывать картинки Алле, либо играть не с картинками, а с предметами. Можно также использовать схему этой игры для отыскания других, более «математических» закономерностей (например, три треугольника и один четырёхугольник и т. п.)

Задание 4. Утро мальчика.

На серии карточек-картинок изображен мальчик, занимающийся разнообразными утренними делами: он завтракает, одевается, делает зарядку, стелет постель, спит, просыпается, умывается, гуляет на улице с санками, одевается на улицу. Надо разложить картинки в порядке очередности исполнения перечисленных дел: сначала спит, потом просыпается и т. д. По содержанию девочки справились с задачей вполне успешно. Были, однако, некоторые спорные моменты. Например, что раньше: стелет постель или завтракает? Я пытался получить на такие вопросы «логические» ответы (например, такие: стелет постель мальчик еще в пижаме, а завтракает уже одетый). Однако получаемые мной ответы были, в основном, другого типа («мама всегда так делает», «умные дети должны сначала стелить постель» и т. п.) Мои ответы вовсе не казались девочкам более «объясняющими». Вопрос «откуда вы узнали?» тоже мало помогал.

Многогранники.

В заключение показал девочкам картинки из книжки М. Веннинджера «Модели многогранников». Из всех картинок кое-какое впечатление произвели только наиболее звездчатые фигуры, остальные оставили зрительниц совершенно равнодушными. Что касается Жени, то мы с Аллой заметили, что, при всей ее любви к разглядыванию картинок, ее интересуют только сюжетные картинки, где с кем-то что-то происходит. Такие картинки могут быть любого качества — черно-белые, штриховые и т. п. В то же время роскошные, ярко-цветные фотографии или рисунки бабочек, ракушек, попугаев, которые кажутся мне совершенно неотразимыми, нисколько ее не увлекают.

Занятие 7. Игра побеждает науку

9 апреля 1984 (понедельник) $16^{00} - 16^{40}$ (40 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Симметрия на клетчатой бумаге.

Повторения задания № 5-4. Женя еще раз подтвердила свою склонность рисовать центрально-симметричные фигурки вместо осе-симметричных. Ни у кого из мальчиков это явление не встречалось; наоборот — центральная симметрия всегда была, да и мне казалась, более трудной.

Задание 2. Ошибки в симметрии.

На листе бумаги нарисована ось симметрии и по обе стороны от нее — симметричные фигуры. Однако некоторые фигуры нарисованы с ошибками (рис. 9.6). Требуется эти ошибки указать.

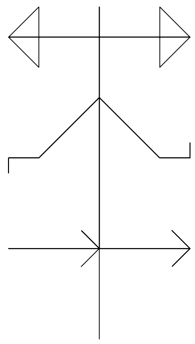

Рис. 9.6. Этот рисунок симметричен относительно вертикальной оси, но имеются некоторые «ошибки».

После этой задачи я дал еще одну, аналогичную первой, в которой фигуры к тому же еще были разноцветными, так что требовалось учитывать также ошибки в цвете (симметричные части фигур должны были быть нарисованы одинаковым цветом).

Как всегда, в решении задачи Дина опережала других. Саня же всё больше «придиралась» и показывала несуществующие ошибки, связанные с тем, что рисунок был не идеально аккуратный.

Задание 3. Неупорядоченные пары.

Когда мы строим последовательность фишек на мозаике, то волей-неволей приходится считать различными те последовательности, в которых совпадают цвета, но различается порядок их появления в последовательности. Думаю, было бы затруднительно объяснить девочкам такое правило: «Давайте, мол, пару (красный, синий) и пару (синий, красный) считать одинаковыми, потому что то-то и сё-то».

Для такого отождествления пар цветов с точностью до изменения порядка оказалось удобным использовать набор двухцветных пластмассовых кубиков. Каждый кубик состоит из двух половинок, так что его можно сделать сплошь красным, красно-синим, красно-желтым и т. д. Всего цветов 4 — красный, синий, желтый и черный, поэтому возможны 6 различных двухцветных кубиков и еще 4 одноцветных (рис. 9.7).

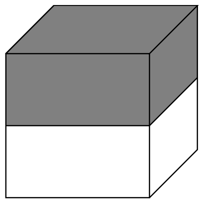

Рис. 9.7. Эти кубики складываются из двух пластмассовых половинок. В задаче предполагалось, что порядок цветов не учитывается, т. е. красно-синий кубик — это то же самое, что сине-красный. В этом случае возможны 10 различных комбинаций цветов.

Девочки хорошо справились с задачей, но ни за что не хотели расставаться с кубиками (кубики в самом деле очень красивые — с ярким, насыщенным цветом). После двухцветных кубиков они сначала сделали все одноцветные, а потом снова стали складывать такие же двухцветные кубики, какие уже были, только класть их иначе. Сначала я пытался спорить, призывать в свидетели общественное мнение. «Давайте посмотрим, может, такой кубик уже был». Те девочки, что ждали своей очереди, охотно показывали: «Вот он». Но та, что делала новый кубик, не соглашалась: «Нет, здесь красный сверху, а у меня сбоку!»

В итоге мне пришлось сдаться и изменить условие задачи: мы стали класть каждый кубик во всех возможных положениях. (Что, между прочим, подсказывает идею новой задачи: брать разные не идеально симметричные фигурки и класть их в различных возможных положениях. Один из вариантов — кубик, разделенный пополам плоскостью, проходящей через диагонали противоположных граней; такие кубики можно делать из другого набора, помельче и не такого красивого (рис. 9.8)). Однако, решив и вторую задачу, девочки продолжали складывать кубики снова и снова, и остановить их уже не было никаких сил.

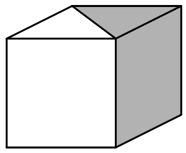

Рис. 9.8. Задача: положить вот такие двухцветные кубики на стол во всех возможных положениях. Решений 12 — см. стр. 323.

Картинки-паркеты.

Следующим пунктом моего плана должен был быть показ картинок-«паркетов» — т. е. замощений плоскости одинаковыми фигурами — из книги Г. Штейнгауза «Математический калейдоскоп». Я подсовывал картинки девочкам под нос, звал их, пытался сам рисовать на бумаге паркет из стрелочек, как на рис. 9.9, но никто не обращал на мою суету ни малейшего внимания: мои ученицы продолжали строить разные заборы и дворцы из кубиков предыдущей задачи. Даже паркет из ящериц М. Эшера не вызвал никакого интереса. Повторилась та же сценка, что когда-то произошла в одном моем «постороннем» кружке с чужими детьми (я о нём ничего не пишу, т. к. от него не сохранилось никаких записей). Видимо, задание с такими красивыми кубиками может быть только самым последним.

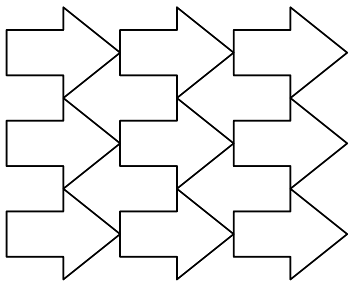

Рис. 9.9. Замощение плоскости одинаковыми стрелками.

Из паркетов можно было бы соорудить более интересную задачу, если бы не полениться и вы́резать, скажем, из картона много одинаковых фигурок — квадратиков, шестиугольников, стрелочек и т. п., или даже ящериц Эшера. Вот уж тогда заполнение плоскости одинаковыми ящерицами могло бы произвести настоящий эффект!

Занятие 8. Между двумя зеркалами

1 мая 1984 (вторник) 18^{30} – 19^{15} (45 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Длительный перерыв был связан с моей командировкой.

Задание 1. Пары фишек на мозаике.

Задача состояла в том, чтобы построить все различные пары фишек с учетом порядка цветов (причем одноцветные пары тоже допускались). Всего имеется 5 цветов фишек, так что задача имеет 25 решений.

Девочки очень хорошо справлялись с задачей. Они нашли совершенно самостоятельно 24 решения, и только одно последнее я построил сам. При этом они мгновенно находили повторы, если их кто-нибудь допускал, а также постоянно указывали симметричные решения: «Эта — это перевернутая вот эта. . . » В заключение я еще попросил Дину сосчитать количество решений, что и было исполнено.

Задание 2. Найти отличия между картинками.

Даются две картинки с нарисованными на них (и одинаково расположенными) фигурками. Нужно найти те немногие отличия между этими картинками, которые имеются (рис. 9.10). Задач такого типа было две (т. е. две пары картинок).

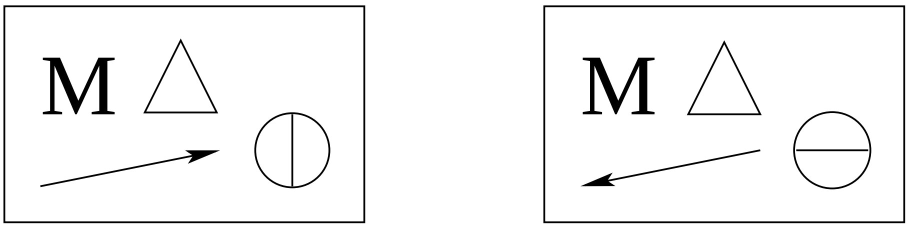

Рис. 9.10. Найти все отличия между этими картинками.

Задание 3. Перечислить цифры по порядку.

На листе бумаги, разделенном на 10 частей, вразброс написаны цифры. Надо их показывать и перечислять по порядку. Почему-то особенное веселье вызвало то, что ноль оказывался всегда самым последним. Дина даже хотела было начать с нуля, но потом сказала: «Нет, пусть лучше будет смешно», — и начала, как все, с единицы.

Задание 4. Продолжить узор на клетчатой бумаге.

Задание, аналогичное № 6-2, только не на мозаике, а на клетчатой бумаге. Я рисовал начало какого-нибудь узора (или «забора»), а девочки должны были рисовать продолжение (рис. 9.11).

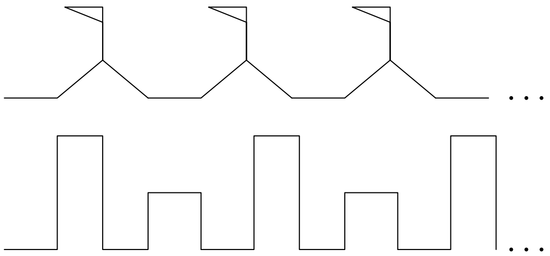

Рис. 9.11. На клетчатой бумаге дается начало узора; требуется его продолжить.

Строго по клеточкам рисовала одна Дина, а Саня и Женя лишь правильно повторяли общий контур рисунка. Тем не менее с точки зрения «угадывания закономерностей» они тоже решали задачи правильно. Интересно, что и в этой, и в других задачах *на мозаике* девочки правильно повторяли не только общую структуру узора, но и метрические соотношения, а на клетчатой бумаге это им не удается. Может быть, дело в том, что число (в данном случае — количество фишек) усвоено ими лучше, чем более трудное понятие длины?

◁ Про нижнюю фигурку рис. 9.11 интересно, что всегда на уроках я начинаю ее рисовать на полях, когда скучаю, и получаю от этого какое-то иррациональное удовольствие — не знаю, связано ли это с кружком. — Женя. ▷

Игры с двумя зеркалами.

Сначала я взял два маленьких плоских зеркала (к сожалению, нет у меня зеркал среднего размера) и показывал на столе, что будет, если фишка, скрепка и т. п. отражаются в обоих зеркалах вместе, а также что будет, если менять угол между зеркалами. Потом мы пошли в коридор, я принес из кухни второе большое зеркало, и девочки встали между двумя параллельными зеркалами, с большим интересом наблюдая длинную цепочку уходящих в бесконечность своих повторений.

Это развлечение было встречено с большим восторгом и вообще с большим подъемом.

Занятие 9. Во дворе

7 мая 1984 (понедельник) $18^{30} - 19^{15}$ (45 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Погода была дивная, теплая и солнечная, и жалко было забирать девочек с улицы. Сначала я решил, так же, как и в прошлый раз, перенести занятие с 16^{00} на 18^{30}. Потом, когда уже и это более позднее время стало приближаться, а на улице по-прежнему было очень хорошо, у Аллы возникла идея провести *занятие на улице*! Программа была сочинена на ходу. Не всё получилось удачно, но сам факт разнообразия следует приветствовать.

Задание 1. Сколько шагов от будки до будки?

В нашем дворе имеется детская площадка, а чуть в стороне от нее расположены две большие бетонные трансформаторные будки; пространство между ними заасфальтировано.

Сначала девочки всё пытались расположиться вокруг какой-нибудь плоской поверхности вроде стола. В основном в этом качестве служила приступка к одной из будок. С трудом мне удалось переключить их внимание на себя.

Я попросил их попытаться угадать, сколько шагов будет от одной будки до другой. Девочки стали называть самые фантастические числа, причем одна и та же из них вполне могла сказать «20» и через секунду «100».

После этого мы стали измерять расстояние шагами. Первой пошла Дина, но она стала отмерять не шаги, а ступни, и дело затянулось. Второй пошла Женя. Она очень характерно считала шаги. Сначала на каждый шаг — счёт; затем, когда пошли числа подлиннее, соответствие потерялось: пока она произносила «двадцать четыре», она вполне могла пройти 3—4 шага. Наконец, она вошла в область чисел, которые вообще нетвердо помнила. Получалось вот что: Женя мучительно пытается вспомнить следующее число, а ножки тем временем всё идут и идут, отмеряют шаги.

◁ У меня с этим до сих пор трудности, по-моему... — Женя. ▷

Дима припрыгивает вокруг и как всегда очень занудно пытается втолковать Жене, что она всё делает неправильно. Она от него отмахивается: «Ну, Дима, Дима, не мешай!», — и вообще забывает, на каком числе остановилась. «Сколько там было, пап?», — спрашивает она меня, наморщив лоб. Я отвечаю: «Тридцать шесть». — «А как дальше, пап?» Тут ей пытается подсказать Дина, но Женя буквально взрывается от возмущения: «Ну, Динка! Не у тебя спрашивают!» И вот в течение всего этого диалога с четырьмя участниками она не останавливается, а всё продолжает аккуратно ставить ногу за ногу.

Затем то же самое, хотя и в меньшем объеме, повторилось с Саней. Числа у всех девочек получились существенно различные. Мы попытались сравнить у каждой из них то число, которое получилось, с тем, которое было «предсказано» (и которое они, конечно, уже забыли). Но операция сравнения имела для них мало смысла; единственный вывод, который они извлекли из нее, состоял в том, что они угадали неправильно. Саня очень оскорбилась и стала заново шагать и считать для того, чтобы на этот раз получилось столько шагов, сколько она предсказала. Я ее едва утихомирил тем, что она ошиблась меньше всех (это правда).

В заключение я решил развеселить девочек и стал тоже мерить этот пролет своими шагами, причем стал делать шаги огромного размера. Все просто покатывались со смеху, однако без всяких математических выводов — что, мол, число шагов зависит также и от длины одного шага. Когда же я в последний раз шагнул прямо на стену, это вызвало уже совсем полную бурю.

Задание 2. Построить башенку такой же высоты.

Я попытался дать девочкам то же задание, что когда-то давал мальчикам: на столе (в данном случае на приступочке) строится башенка из кубиков; нужно на полу построить башенку такой же высоты. Результат был естественным: они все пытались строить башенку, достигающую такого же уровня по горизонтали (рис. 9.12).

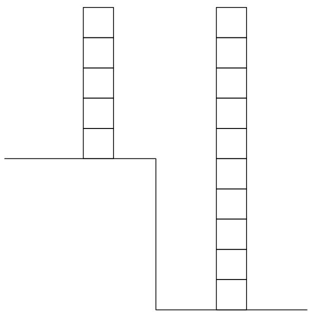

Рис. 9.12. Девочки считают, что эти башни имеют одинаковую высоту.

Однако устроить на эту тему какое-нибудь обсуждение не удалось, так как обе башенки постоянно сдувало ветром (да и поверхность асфальта была неровная). Пришлось это дело отложить.

Кстати, мне сейчас пришла в голову мысль, что эту задачу следует проводить по-другому. В качестве исходной надо построить башенку на полу — причем обязательно ниже стола. Тогда вторую башенку (на столе) никак не удастся сделать доходящей до того же уровня. Есть надежда, что в этом случае ее действительно сделают той же высоты — например, из того же количества кубиков. А после этого надо попросить построить третью башенку, снова на полу и такой же высоты, как вторую. Любопытно будет потом сравнить первую с третьей.

[Какая свежая мысль, не правда ли? Тот факт, что она мне когда-то уже приходила в голову, и даже уже была опробована с мальчиками (стр. 119), видимо, тоже сдуло ветром.]

Задание 3. План детской площадки.

Работа над этим заданием оказалась до невероятности забавной: даже сейчас, через двадцать лет, вся картина стоит у меня перед глазами словно живая.

Мы прошли все вместе на детскую площадку. Я попросил девочек запомнить всё, что на ней есть — качели, скамейку, песочницу, «лазилки», дорожки и т. п. — и запомнить к тому же, как всё это расположено. Я сказал им, что им сейчас надо будет всё это нарисовать так, как это «видно сверху», как если бы они были птицами.

Потом мы вернулись на асфальтовый пятачок между будками, каждая из девочек получила кусок мела, и все принялись рисовать *план* (или *вид сверху*) детской площадки. В процессе работы разрешалось при желании сбегать еще раз на площадку, чтобы освежить ее в памяти.

Лучше всех с заданием справилась Саня. Она изобразила вполне приличный план, на котором были правильно расположены почти все важные детали. Недоставало песочницы; я спросил у Сани, где песочница, и она нарисовала ее на правильном месте.

Дина, по-видимому, поняла смысл задачи лучше остальных. Она взялась за дело с необычайной дотошностью. Сначала она долго и аккуратно чертила скамейку, которая имела Г-образную форму (рис. 9.13).

Потом она долго и обстоятельно мне объясняла, что у скамейки при взгляде сверху не видны ножки, и поэтому их рисовать не надо. Потом, пояснив, что скамейка зеленая, попросила у меня зеленый мел и стала аккуратно ее закрашивать. Когда же, покончив со скамейкой, она принялась изображать качели (вид сверху которых довольно-таки нетривиален), всю

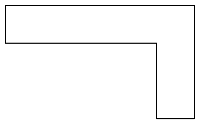

Рис. 9.13. Так выглядит скамейка, если смотреть на нее сверху.

работу уже пора было кончать, так как Саня давно уже всё кончила и рвалась в бой, а Женя тоже давно ушла не в ту степь. Дина очень расстроилась, просила разрешения доделать работу, но дело было безнадежное — ей бы и двух часов не хватило.

Женя начала работу вполне правильно. Секунда — и на асфальте появился большой круг, изображающий песочницу. Тут же рядом появились совок с ведерком, потом мальчик и девочка, играющие в песок, потом кукла, которую девочка уложила спать... Я попытался сбить ее с этой сюжетной линии и спросил, где качели. Два-три стремительных штриха — и появились качели. Мальчик и девочка пошли кататься на качелях, но тут начался дождь; они побежали домой, совсем забыв про куклу... Одним словом, в мгновение ока она буквально «сплела» целую историю, совершенно при этом забыв и про двор, и про план, и вообще про математику.

Что тут можно добавить? Это ровно один из тех случаев, когда я не могу отличить поражения от победы. С одной стороны, если подходить к делу с чисто математических позиций, по крайней мере две участницы из трех с заданием не справились. Но, с другой стороны, это такое ни с чем не сравнимое удовольствие — видеть столь ярко, столь выпукло все характеры, темпераменты, все три личности, что математика тут отступает куда-то в задний угол. Так и хочется сказать: да ну ее к черту, вашу математику! *Дети* гораздо интереснее.

Опыты с магнитами.

В заключение я показал детям несколько «фокусов» с магнитами. Один состоял в том, что один магнит «убегал» от другого (он лежал в кузове маленького грузовичка, и при попытке поднести к нему сзади большой магнит грузовичок начинал уезжать). Во втором фокусе кнопки, скрепки и другие мелкие железки бегали по вертикальной картонке, управляемые сзади магнитом.

Девочки догадались, что дело в магните, да я и не скрывал.

В целом занятие было довольно сумбурным. Из-за всё той же хорошей погоды во дворе было полным-полно детей с родителями и бабушками. Куча народу толпилось вокруг нас, дети вмешивались, просили тоже дать им мел, девочки им кричали: «Это не ваш кружок, а наш!». Приходилось наставлять их в вежливости. Да и одних только «своих» зрителей хватало: кроме меня — три мамы и Дима с Петей.

Закончилось это занятие несколько неожиданно: оказалось, что пока Дима вертелся около нас, у него украли велосипед! Начались поиски, которые продлились два часа. Это была целая детективная история с привлечением дворовых мальчишек, которые нам помогали. Дима был чрезвычайно впечатлен — не столько тем, что велосипед украли, сколько тем, что нам удалось его найти. Телевизора у нас дома нет, никаких детективов он никогда не видел, и потому всё удивленно спрашивал: а что, милиционеры тоже та́к ищут?

Недели через две Женя мне по какому-то поводу сказала, что заниматься кружком дома ей нравится больше, чем во дворе. Что лишний раз доказывает склонность детей к рутинным процедурам. (Ср. с Диминым замечанием на стр. 72.)

Занятие 10. Расположение двухцветных кубиков

14 мая 1984 (понедельник) $16^{00} - 17^{00}$ (1 час)
(Женя, Саня, Дина)

Задание 1. Устные вопросы.

(1) Я еду на работу сначала на автобусе, потом на троллейбусе, потом на метро, а потом на трамвае. Как я еду обратно?

Дина отвечала правильно, а Женя с Саней — то впопад, а то невпопад, и трудно было понять, отчего: то ли случайно ошибаются, то ли неправильно решили задачу.

(2) Как называется:

много коров? — стадо;
много птиц? — стая;
много лошадей? — табун (этого слова девочки не знали);
много цветов? — букет;
много овец? — отара (этого тоже не знали);
много спортсменов — команда

и так далее в том же духе (много посуды, много учеников, военных, рабочих, книг, самолетов, деревьев, ...).

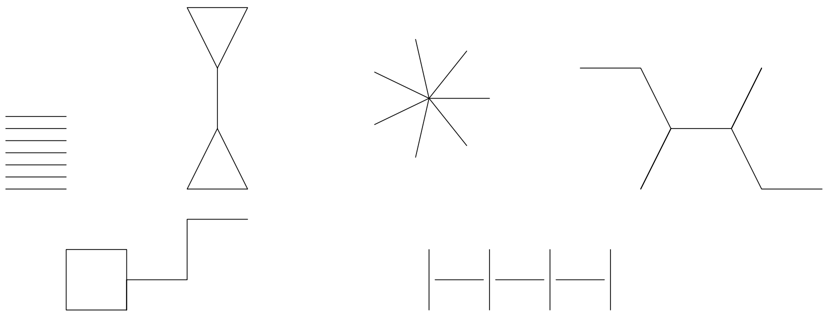

Рис. 9.14. Все эти фигурки сделаны из семи спичек.

Задание 2. Семь спичек.

Я положил на стол 7 спичек и стал складывать из них разные фигурки (рис. 9.14). Каждый раз надо было сосчитать, «сколько теперь стало спичек». И каждый раз оказывалось, что их 7. Дина даже утверждала, что их всегда будет 7, но тоже охотно считала, когда подходила ее очередь. Под конец, памятуя о нашем первом занятии с мальчиками, я сложил спички в пространственную фигуру — «колодец». Очередь была Женина; как и в тот раз (см. стр. 28), сосчитать спички было трудно, так как колодец при неловком прикосновении разваливался. Может быть, поэтому их на этот раз оказалось 6. Я подвел итог: во всех фигурках получалось 7, а в колодце — 6. Никто не протестовал, даже Дина.

Задание 3. Угадывание закономерности.

Не помню, что была за задача.

Задание 4. Расположение кубиков в пространстве.

Девочкам было дано множество одинаковых черно-белых кубиков: каждый был разделен пополам плоскостью, проходящей через диагонали двух противоположных граней (рис. 9.8 на стр. 315).

Требовалось расположить кубики в пространстве всеми возможными способами (естественно, оси кубиков параллельны одним и тем же осям координат). Конечно, лучше всего было бы иметь какие-нибудь подставочки, в которые бы кубики вставлялись, но у меня их не было, и мы просто прикладывали кубики друг к другу. Девочки с задачей в общем справились, хотя под конец испытывали трудности. И у меня тоже были трудности: когда очередное решение не получалось, никто тем не менее не хотел уступать свою очередь.

Реакция Жени на задачу меня огорчила. На решение она тратила меньше энергии, чем на психологическую защиту: с самого начала она заявила, что будет думать долго, «потому что она еще маленькая и не может быстро...»; после этого она еще долго освещала и поясняла эту мысль, и никак не удавалось переключить ее с роли адвоката на роль математика. Потом она очень картинно морщила лоб, строила мне глазки, пытаясь вызвать улыбку, и всячески демонстрировала напряженную работу мысли; спрашивала, будто что-то запамятовав: «Как там, пап...?», — и всё это не глядя на кубики, а глядя либо на меня, либо вообще в сторону. Как с этим бороться, я не знаю. У меня такой подход вызывает сильное раздражение, но оно, естественно, никак делу не помогает. А начинаешь делать ей замечания — она тут же вступает в пререкания, и, попав в родную стихию, вообще забывает о задаче.

Занятие 11. Пятерки

26 мая 1984 (суббота) $11^{00} - 11^{50}$ (50 мин.)
(Женя, Саня, Дина)

Это занятие было последним в учебном году, поэтому оно по структуре отличалось от остальных.

«Геометрия для малышей»

Я читал девочкам первую главу из книги Житомирского и Шеврина «Геометрия для малышей».

Пятерки.

В книге речь шла о линиях (прямых, кривых и проч.). «А сейчас мы с вами тоже нарисуем линию», — сказал я. Каждая из девочек получила лист бумаги, на котором было нарисовано 10 точек, занумерованных числами $0, 1, 2, 3, \ldots, 9$. Точки надо было соединить последовательно одну за другой по порядку. Саня и Дина справились легко и быстро, а у Жени были трудности: в основном ее сковывала робость, боязнь сделать что-нибудь не так. Ноль, разумеется, был обнаружен последним. Все очень смеялись.

Когда работа была закончена, оказалось, что на каждом листке нарисована цифра 5. Я торжественно объявил, что все трое получают пятерку за год по математике.

Пятерки-печенье.

Алла испекла печенье в виде пятерок — шесть штук, три больших и три маленьких. Мы вручили каждой из девочек по две пятерки. Не помню, чья была идея, но девочки сами решили маленькие пятерки съесть тут же, не отходя от кассы, а большие унести домой и угостить всех домашних. На этом всё и кончилось.