



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Л. Апендииков, К. В. Брушлинский, И. М. Гельфанд
и прикладная математика, *УМН*, 2009, том 64, вы-
пуск 6, 181–186

DOI: 10.4213/rm9332

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 185.54.136.27

22 декабря 2023 г., 20:54:05



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

И. М. Гельфанд и прикладная математика

А. Л. Афендиков, К. В. Брушлинский

5 октября 2009 г. скончался Израиль Моисеевич Гельфанд, выдающийся математик современности. Его вклад в науку невозможно описать в масштабе одной статьи или публикации биографического характера. Он уже составил и еще составит в будущем содержание многих посвященных ему текстов. В настоящем же очерке мы хотим обратить внимание на широту научных интересов И. М. Гельфанда и способность совмещать их в фундаментальных вопросах как чистой, так и прикладной математики. Пусть его пример лишний раз послужит напоминанием о том, что наука едина и разделять ее на фундаментальную и прикладную не всегда уместно. Прикладная математика тесно связана с абстрактной и в свою очередь связывает всю математику с другими областями науки и техники, которые все чаще нуждаются в ее приложениях.



И. М. Гельфанд был привлечен в послевоенные годы к стратегически важным прикладным работам, возникшим в связи со срочной необходимостью решения атомной проблемы, т. е. с созданием ракетно-ядерного цита, обеспечившего нашей Родине долгие годы мирного и независимого существования и развития. В этой области потребовалось проведение массовых расчетов, которые выполнялись в ряде научно-производственных коллективов под руководством авторитетных ученых. Один из таких коллективов – созданное в Математическом институте имени В. А. Стеклова АН СССР (МИАН) Расчетное бюро. И. М. Гельфанд, будучи к тому времени уже известным сложившимся математиком – сотрудником МИАН и профессором МГУ, вошел в состав Расчетного бюро, где с 1950 г. занимал должность заведующего сектором, а фактически был и научным руководителем всего подразделения.

В 1953 г. Расчетное бюро МИАН стало одной из составных частей нового института – Отделения прикладной математики (ОПМ) МИАН, который был создан по решению Правительства для решения математических и вычислительных задач, относящихся к атомной и космической тематике оборонного значения. С 1966 г. ОПМ называется Институтом прикладной математики (ИПМ) АН СССР и после кончины его основателя и первого директора в 1978 г. носит имя Мстислава Всеволодовича

Келдыша. В ОПМ И. М. Гельфанд возглавил один из ключевых отделов. Другие компоненты нового института образовались на базе лаборатории А. Н. Тихонова из Геофизического института АН СССР и отдела механики МИАН во главе с М. В. Келдышем, работавшего в области ракетодинамики и небесной механики. И. М. Гельфанд работал в ОПМ–ИПМ со дня его основания в 1953 г. до 1990 г., когда перешел в Институт системных исследований РАН. Таким образом, большая часть его богатой творческой жизни связана с Институтом прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН.

В 1953 г. коллектив ОПМ наполовину состоял из молодых выпускников университетов и других вузов. Среди них выделялись несколько тоже еще молодых кандидатов наук. Другую половину составляли лаборантки, прошедшие специальную подготовку для проведения расчетов имеющимися в ту пору средствами. Научными руководителями работ были выдающиеся математики М. В. Келдыш, А. Н. Тихонов, И. М. Гельфанд. В постановке задач или, говоря современным языком, выработке математических моделей участвовали выдающиеся физики Ю. Б. Харитон, Я. Б. Зельдович, И. Е. Тамм, Е. И. Забабахин, Д. А. Франк-Каменецкий, А. Д. Сахаров и др., регулярно приезжавшие в Институт с “объектов”, как тогда называли научные центры в Сарове и Снежинске.

Физико-математическое содержание значительной части работ Института сводилось, если говорить формально и кратко, к численному решению нелинейных нестационарных задач газодинамики и теплопроводности. Громоздкие расчеты велись группами вычислителей с помощью настольных электромеханических арифмометров “Мерседес”. Постепенно этот утомительный труд удалось переложить на первые советские электронно-вычислительные машины “БЭСМ-1” и “Стрела”. Надо отдавать себе отчет, что подобного рода массовые расчеты проводились в стране впервые. Ни адекватных численных методов, ни навыков проведения таких работ просто не существовало. Их пришлось создавать и вырабатывать непосредственно в процессе выполнения срочных заданий.

По существу, упомянутые работы открывали новую эру в естествознании. Создавалась новая методология научных исследований: наряду с теорией и экспериментами появились и заслужили свое право на существование численные исследования, расчеты. Сейчас эту методологию называют математическим моделированием исследуемых процессов, в первую очередь физических. Оно требует понимания природы процессов, включает в себя постановку задач и их математическую формулировку, выбор или создание методов их приближенного (численного) решения, проведение многочисленных серий разных вариантов громоздких расчетов – отсюда необходимость в развитии высокопроизводительной вычислительной техники – и, наконец, анализ результатов расчетов и получение выводов из них, относящихся к исходной задаче. Взаимоотношения этой науки с математикой сложны и неоднозначны. Дело в том, что алгоритмы численного решения прикладных задач математической физики практически никогда не бывают полностью и строго обоснованы с математической точки зрения.

Тем не менее, начатая в 50-е годы разработка и оптимизация численных методов, вместе с их эффективной программной реализацией, и составляют базу современной вычислительной математики. Идеология использования строгих математических результатов, полученных при исследовании модельных задач, для создания и анализа вычислительных алгоритмов, ставшая нормой в отделе И. М. Гельфанда и выделившихся из него отделов К. И. Бабенко и С. К. Годунова, требовала высокой математической культуры, умения применять глубокие результаты фундаментальной науки для численного решения задач, поставленных директивными органами.

Таким научным лидером Института, сочетавшим глубокие знания фундаментальной науки с умением воспользоваться ими в поисках решения абсолютно новых задач, и был И. М. Гельфанд.

Центральное место в математическом моделировании занимает теория разностных схем, посвященная разностным методам приближенного решения начально-краевых задач для уравнений математической физики. Она создавалась в процессе интенсивной работы по расчету задач, специфика которых – сжатые сроки исполнения и сильные ограничения на публикацию даже чисто методических результатов (хорошо известной схеме Годунова относительно повезло – она была опубликована всего-то через 5 лет после создания и успешного применения). В институтских отчетах того времени погребены многие результаты, которые теперь прочно связаны с именами других людей. Вряд ли продуктивно ворошить прошлое, но, по-видимому, стоит исходить из того, что поставленные Правительством задачи были решены, а вклад И. М. Гельфанда в эту работу был отмечен Сталинской (1953 г.) и Ленинской (1961 г.) премиями.

Систематизировать и изложить основы теории и ее практической реализации с точки зрения руководимого И. М. Гельфандом коллектива впервые удалось в монографии С. К. Годунова и В. С. Рябенского [1], вышедшей в свет в 1962 г. Два приложения к ней написаны И. М. Гельфандом и О. В. Локуциевским. В одном из них обращено внимание на то, что разностная схема, оптимальная по порядку аппроксимации на решении уравнения, не обязана строиться на основе аппроксимации каждой из входящих в уравнение частных производных. В другом приложении предложен и обоснован ныне хорошо известный метод прогонки для решения разностных уравнений. По-видимому, И. М. Гельфанду принадлежит сам термин “прогонка”, прочно вошедший в научную литературу на русском языке. Им же введено понятие “гибкой” разностной схемы, относящееся к требованию, чтобы аппроксимация дифференциального оператора разностным обеспечивала сходимости к нужному пределу при независимом друг от друга стремлении шагов расчетной сетки к нулю. В той же монографии изложен предложенный И. М. Гельфандом и К. И. Бабенко способ исследования устойчивости разностных схем для краевых задач в ограниченной области пространства (на отрезке): устойчивость следует из устойчивости трех составляющих ее элементов – задачи Коши на бесконечной прямой и двух задач на полупрямых с одним граничным условием каждая. Эти соображения легли в основу теории спектров семейств разностных операторов С. К. Годунова и В. С. Рябенского.

И. М. Гельфанд раньше многих других начал заниматься расчетами двумерных задач. Основное внимание уделялось экономической эффективности выбора математических моделей и методов, что объясняется ограниченной мощностью ЭВМ того времени, а также методике расчетов двумерных задач с уравнением теплопроводности с помощью неявных и явно-неявных разностных схем. Начатые здесь работы впоследствии были успешно продолжены и развиты в отделе К. И. Бабенко в расчетах задач аэродинамики.

Совокупность интенсивных работ по численному решению актуальных задач математической физики коллективом активной научной молодежи под руководством выдающихся ученых не могла не привести к быстрому развитию смежных областей фундаментальной науки. В первую очередь это относится к теории дифференциальных уравнений и механике сплошных сред. Расчеты нелинейных задач газовой динамики с образованием разрывов в решении определили создание теории квазилинейных систем гиперболических дифференциальных уравнений, в которой разрывы получили “прописку” и обоснование. Основы этой теории и ее актуальные задачи были сформулированы И. М. Гельфандом в курсе лекций, прочитанном на механико-математическом факультете МГУ в 1957/58 году и собравшем большое число слушателей, причем не только студентов и аспирантов. По материалам лекций им опубликована доступная обзорная статья [2] в УМН (1959 г.). Она и через полвека остается заметной вехой в теории квазилинейных уравнений, хотя отражает подчас излишнюю смелость и оптимизм, свойственный молодости и быстрым успехам в науке того времени. Складывалось впечатление, что доказательства теорем

существования и единственности решений квазилинейных гиперболических систем почти готовы в самом общем виде. Развитию и уточнению поставленных в статье вопросов посвящена серия работ С. К. Годунова, В. Ф. Дьяченко и Н. Д. Введенской, построивших нетривиальные контрпримеры к некоторым из гипотез.

Среди интересных газодинамических задач, рассмотренных в то время, можно указать задачи о схождении к центру сферической ударной волны в газе и в полости, окруженной газовым объемом. Их нельзя назвать простыми даже в одномерной постановке (симметрия по угловым переменным в сферических координатах) вследствие сильной геометрической и физической особенности в центре, где к моменту схождения радиус кривизны границы стремится к нулю, а скорость неограниченно возрастает. Ограниченные возможности численного решения задач стандартными методами требуют специального рассмотрения окрестности особенности и знания асимптотических свойств решений в ней. Такое рассмотрение стало возможным благодаря автомоделным решениям асимптотических задач в терминах обыкновенных дифференциальных уравнений. В автомоделных задачах решения зависят только от одной переменной $\xi = tr^{-k}$. В задачах, о которых идет речь, показатель автомоделности k не определяется изначально их постановкой (обычно из соображений размерности [3]), а находится в процессе их численного решения. Задача о сходящейся сферической ударной волне в воздухе (показатель адиабаты $\gamma = 1.4$) была впервые решена Г. Гудерлеем [4] в 1942 г. Он нашел значение k одновременно с численным интегрированием соответствующей краевой задачи, и это значение оказалось единственным. В 1952–53 гг. И. М. Гельфанд совместно с О. В. Локуциевским, А. И. Жуковым, В. Ф. Дьяченко и Л. А. Гусаровым занимались обеими упомянутыми выше задачами при разных значениях γ . Они обнаружили, что в некоторых диапазонах значений γ показатель k определяется неоднозначно: существует целый интервал его значений, соответствующих, вообще говоря, неаналитическим (с разрывом производных) решениям. Впоследствии Я. М. Каждан, Г. Б. Алалыкин и Б. З. Оссерович нашли, что в указанном интервале существует целая серия дискретных значений “аналитических” показателей. И. М. Гельфанд выдвинул гипотезу, что роль асимптотики газодинамической задачи в целом должно играть аналитическое автомоделное решение с наименьшим из возможных показателей k . Эта гипотеза до некоторой степени подтверждалась анализом результатов численного решения задач разностными методами. Упомянутые результаты исследований нетрадиционного типа автомоделных задач газодинамики были опубликованы спустя 10 лет в обзорной статье К. В. Брушлинского и Я. М. Каждана [5] в УМН (1963 г.).

К концу 1950-х годов первоочередные основополагающие работы прикладного назначения вышли на такой уровень, что дальнейшие серийные расчеты могли быть переданы в созданные к тому времени вычислительные подразделения заинтересованных организаций – “заказчиков” и в значительной степени продолжаться в них. Приобретенный опыт и квалификация коллектива ИПМ позволили в менее напряженных условиях расширить сферу его научных интересов. И. М. Гельфанд уделил много внимания и энергии поискам новых приложений математики в различных областях естественных и даже гуманитарных наук.

Удачным примером следует назвать математическое моделирование в задачах физики плазмы, интерес к которым был инициирован проблемой управляемого термоядерного синтеза. Контакты М. В. Келдыша и И. М. Гельфанда с И. В. Курчатовым и М. А. Леонтовичем, установившиеся ранее в работах по атомной проблеме, определили на долгие годы тесное взаимодействие ИПМ с ИАЭ им. И. В. Курчатова (ныне РНЦ–Курчатовский институт) по термоядерной тематике. Опубликованная в 1958 г. статья С. И. Брагинского, И. М. Гельфанда и Р. П. Федоренко [6] о расчете сжатия плазменного шнура магнитным полем (Z-пинч) была одной из первых в мире работ по вычислительной магнитной газодинамике, а Z-пинч – одной из первых идей реализации магнитного удержания плазмы. В 1960 г. по инициативе М. А. Леонтовича

и А. И. Морозова в ИПМ была предпринята серия работ по расчету геометрии магнитного поля в торе, которую следует рассматривать как “скелет”, формирующий плазменную конфигурацию в стеллараторах. Высоточные расчеты магнитных силовых линий позволили определить сложную структуру магнитных поверхностей с образованием волокнистой структуры и ее перестройку при возмущениях. И. М. Гельфанд возглавил эти работы и принял в них самое активное личное участие. С ним вместе работали М. И. Граев, Н. М. Зуева, М. С. Михайлова, А. И. Морозов и Л. С. Соловьев. Результаты изложены в серии журнальных статей 1961–63 гг. и обзорной статье А. И. Морозова и Л. С. Соловьева [7]. Помимо прикладного значения они представляют интерес в фундаментальных проблемах устойчивости движения в классической и небесной механике (см. статью В. И. Арнольда [8] в УМН 1963 г.). В дальнейшем исследования равновесия и устойчивости плазменных конфигураций в магнитных ловушках и магнито-газодинамических моделей течений плазмы в ловушках, в каналах плазменных ускорителей и в некоторых астрофизических исследованиях стало постоянной темой работ ИПМ на десятилетия. Представление о развитии этого направления и современном состоянии вычислительной магнитной газовой динамики можно получить, например, по монографии [9].

И. М. Гельфанду принадлежит идея приложения математических методов к задачам рентгеноструктурного анализа сложных соединений, связанным с определением молекулярных кристаллических структур. Здесь требуется исследовать сложные системы, их организацию и поведение. Математические модели систем приводят к задачам отыскания минимума функций очень большого числа переменных. Для приближенного решения этих задач был предложен и реализован “метод оврагов”, изложенный в книге И. М. Гельфанда, Е. Б. Вул, С. Л. Гинзбург и Ю. Г. Федорова [10], вышедшей в 1966 г.

Вопрос о приложениях математики к проблемам биологии был рассмотрен Израилем Моисеевичем сначала на его небольшом теоретическом семинаре. Затем эти исследования были продолжены в организованной им совместно с М. Л. Цетлиным, В. С. Гурфинкелем и С. В. Фоминым лаборатории в Институте биологической физики АН СССР, вошедшей впоследствии в Институт проблем передачи информации АН СССР. Здесь выполнен ряд работ по управлению движениями и по физиологии мозжечка. Моделированием поведения клеток И. М. Гельфанд занимался вместе с Ю. М. Васильевым в межфакультетской лаборатории математических методов в биологии МГУ (см. подробнее в юбилейной статье к 60-летию И. М. Гельфанда [11], 1974 г.). Работы по применению математических моделей и методов в медицинской диагностике, начатые И. М. Гельфандом с небольшой группой сотрудников, успешно развиты в настоящее время Ю. Б. Котовым и взяты на вооружение в клинической практике. Интерес И. М. Гельфанда к гуманитарным наукам и их взаимодействию с математикой проявились в некоторых совместных работах с психологами. Его ученик В. Ю. Крылов, окончивший мехмат МГУ, стал впоследствии сотрудником Института психологии РАН в ранге доктора психологических наук.

Прикладные исследования, выполненные И. М. Гельфандом лично или под его руководством, перечисленные (а также и не перечисленные) выше, не прерывали его постоянных занятий фундаментальными вопросами “чистой” математики, где им заложены основы новых глав и направлений и получены выдающиеся результаты, изложение которых заслуживает специальных статей. Израиль Моисеевич не уставал подчеркивать единство математики как науки и призывал своих учеников и сотрудников заниматься разными вопросами математики. Он говорил, что если не заниматься сегодня “чистой” математикой, то завтра нечего будет прилагать к чему бы то ни было. Он никогда не прекращал педагогической работы, будучи по совместительству профессором МГУ им. М. В. Ломоносова. Он читал лекции, имел учеников и последователей, руководил научным семинаром, значение которого в математической жизни

страны трудно переоценить, был активным членом, а в 1960–1970 гг. – Президентом Московского математического общества.

Научные и педагогические заслуги И. М. Гельфанда были высоко оценены научной общественностью и советским государством. Он был удостоен двух Сталинских (1951 и 1953 гг.) и Ленинской (1961 г.) премий, награжден тремя орденами Ленина, орденами Трудового Красного Знамени, Дружбы народов, “Знак Почета”. Он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР в 1953 г., а действительным членом АН в 1984 г., будучи почетным иностранным членом многих академий мира и почетным доктором ряда известных университетов.

Труды И. М. Гельфанда навсегда останутся в золотом фонде мировой науки, а его жизнь и деятельность будут служить ярким примером любви к науке и беззаветного служения ей.

Список литературы

- [1] С. К. Годунов, В. С. Рябенский, *Введение в теорию разностных схем*, Физматгиз, М., 1962; англ. пер.: S. K. Godunov, V. S. Ryabenki, *Theory of difference schemes. An introduction*, North-Holland, Amsterdam; Wiley, New York, 1964.
- [2] И. М. Гельфанд, “Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений”, *УМН*, **14:2** (1959), 87–158; англ. пер.: I. M. Gel'fand, “Some problems in the theory of quasilinear equations”, *Amer. Math. Soc. Transl.* (2), **29** (1963), 295–381.
- [3] Л. И. Седов, *Методы подобия и размерности в механике*, 8-е изд., Наука, М., 1977; англ. пер. 4-го изд.: L. I. Sedov, *Similarity and dimensional methods in mechanics*, Academic Press, New York–London, 1959.
- [4] G. Guderley, “Starke kugelige und zylindrische Verdichtungsstöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse”, *Luftfahrtforschung*, **19:9** (1942), 302–312.
- [5] К. В. Брушлинский, Я. М. Каждан, “Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики”, *УМН*, **18:2** (1963), 3–23; англ. пер.: K. V. Brushlinskiĭ, Ja. M. Kazhdan, “On auto-models in the solution of certain problems of gas dynamics”, *Russian Math. Surveys*, **18:2** (1963), 1–22.
- [6] С. И. Брагинский, И. М. Гельфанд, Р. П. Федоренко, “Теория сжатия и пульсаций плазменного столба в мощном импульсном разряде”, *Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций*, т. 4, ред. М. А. Леонтович, Изд-во АН СССР, М., 1958, 201–221.
- [7] А. И. Морозов, Л. С. Соловьев, “Геометрия магнитного поля”, *Вопросы теории плазмы*, Вып. 2, ред. М. А. Леонтович, Госатомиздат, М., 1963, 3–91.
- [8] В. И. Арнольд, “Малые знаменатели и проблемы устойчивости движения в классической и небесной механике”, *УМН*, **18:6** (1963), 91–192; англ. пер.: V. I. Arnol'd, “Small denominators and problems of stability of motion in classical and celestial mechanics”, *Russian Math. Surveys*, **18:6** (1963), 85–191.
- [9] К. В. Брушлинский, *Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики*, Бином. Лаб. знаний, М., 2009.
- [10] И. М. Гельфанд, Е. Б. Вул, С. Л. Гинзбург, Ю. Г. Федоров, *Метод оврагов в задачах рентгеноструктурного анализа*, Наука, М., 1966.
- [11] “Израиль Моисеевич Гельфанд (к шестидесятилетию со дня рождения)”, *УМН*, **29:1** (1974), 193–246.