

## ТЕТА-ФУНКЦИИ И РЕШЁТКИ

### Примерная программа курса

**0. Основная тета-функция.** Сдвинутая решётка её нулей и функциональное уравнение. Разложение в произведение. Квазипериодические целые функции. Тета-функции с характеристиками.

**1. Решётки в  $\mathbb{R}^n$  и их тета-функции.** Определения. Кристаллографические группы и орнаменты. Группы Фёдорова-Шёнфлиса.

**2. Решётки и плотные упаковки шаров.** Классические результаты. Теорема Кеплера об упаковке шаров в  $\mathbb{R}^3$ . Решётка Коркина-Золотарёва  $E_8$  и теорема Вязовской об её оптимальности. Решётка Лича  $A_{24}$  и теорема Вязовской с соавторами.

**3. Чётные унимодулярные решётки.** Определения и примеры. Решётки  $E_6$  и  $E_7$ . Связь с топологией односвязных четырёхмерных многообразий. Теорема Фридмана.

**4. Решётки в  $\mathbb{C}$ .** Симметрии и эндоморфизмы. Ряды Эйзенштейна и другие модулярные формы. Тета-функции и  $j$ -инвариант. Эллиптические кривые с комплексным умножением. Мнимые квадратичные поля.

**5. Решётки в  $\mathbb{C}^g$ .** Решётки и комплексные торы. Абелевы многообразия и многомерные тета-функции. Якобианы кривых. Проблема Шоттки. Гипотеза Новикова и теорема Шюоты-Кричевера. Кольцо эндоморфизмов абелева многообразия

**6. Неархимедовы решётки.** Поля  $p$ -адических чисел и решётки над ними. Кривые Мамфорда и их униформизация. Деревья Брюа-Титса. Тета-функции Тейта. Классическая и  $p$ -адическая униформизации. О поле Тейта  $\mathbb{C}_p$  и неархимедовом комплексном анализе. Верхняя полуплоскость Дринфельда

*Г.Б. Шабат*