Топология трёхмерных многообразий

Андрей Рябичев. НМУ, весна 2023

В этом курсе мы увидим, какие бывают трёхмерные многообразия и какими операциями их можно получать друг из друга. Их классификация отнюдь не проста, в отличие от классификации поверхностей. Тем не менее, трёхмерные многообразия обладают рядом приятных свойств, о которых мы поговорим.

Также мы рассмотрим и другие классические объекты маломерной топологии — узлы (и их инварианты), поверхности (и их группы классов отображений) и четырёхмерные многообразия (и их разложения на ручки), — которые естественно появятся в нашем контексте.

Курс рассчитан на студентов 2–4 курса. Для понимания курса нужно знать базовые вещи про гомотопические группы, гомологии и гладкие многообразия, также желательно быть немного знакомым с теорией Морса и теорией узлов.

Примерная программа:

- триангуляции, разбиения Хегора;
- линзовые пространства, гомологические сферы;
- разложение на простые слагаемые, несжимаемые поверхности;
- поверхности, группы классов отображений, теорема Дена-Ликориша;
- перестройки по зацеплениям, исчисление Кирби;

** локальные движения для исчисления Кирби;

- фундаментальная группа и классы Штифеля-Уитни трёхмерных многообразий;
- двумерные циклы, лемма Дена о диске;

** характеристические классы, хирургия векторных расслоений;

** отображения трёхмерных многообразий с заданными бордмановскими особенностями.

Литература:

Gompf, Stipsicz. *4-Manifolds and Kirby Calculus*;
Hempel. *3-Manifolds*;
Hatcher. *Notes on Basic 3-Manifold Topology*;
Scorpan. *The Wild World of 4-Manifolds*;
Прасолов, Сосинский. *Узлы, зацепления, косы и трёхмерные многообразия*;
Савельев. *Лекции по топологии трехмерных многообразий. Введение в инвариант Кассона.*