

Весовые системы, связанные с алгебрами Ли

С. К. Ландо

ВШЭ, Сколтех

Докладчик не предполагает у слушателей предварительных знаний. Все необходимые определения и сводка — простых — используемых свойств алгебр Ли будут даны в докладе. Комбинаторная основа всех конструкций будет описана явно, и будет приведено большое количество примеров.

В начале 1990-х годов В.А.Васильев разработал теорию инвариантов узлов конечного порядка. В этой теории каждому такому инварианту сопоставляется функция на хордовых диаграммах — простых комбинаторных объектах, состоящих из ориентированной окружности и набора хорд с попарно различными концами. Такие функции называются *весовыми системами*. Согласно доказанной в то же время теореме Концевича это соответствие, по сути, взаимно-однозначно: каждая весовая система определяет какой-то инвариант конечного порядка.

В частности, весовую систему можно построить по произвольной полупростой алгебре Ли. Однако уже в простейшем нетривиальном случае, для алгебры Ли $sl(2)$, вычисление значений соответствующей весовой системы представляет собой вычислительно сложную задачу. В то же время, эта весовая система очень важна, поскольку она соответствует знаменитому инварианту узлов, крашеному многочлену Джонса.

В докладе будут описаны эти конструкции и соответствующие результаты, а также достигнутый в течение последней пары лет существенный прогресс в нашем понимании весовых систем, ассоциированных с алгебрами Ли, и вычислении их значений. Прогресс затронул и $sl(2)$ -весовую систему, и гораздо более общую $gl(N)$ -весовую систему при произвольном N . Были получены новые рекуррентные соотношения, приводящие к множеству явных формул. Эти методы основаны на идее Казаряна, позволяющей вычислять значения $gl(N)$ -весовой системы на перестановках. При этом оказалось, что многие известные полиномиальные инварианты графов тесно связаны с этой расширенной весовой системой.

Доклад основан на работах М.Казаряна, докладчика и студентов П.Закорко, Чжоке Яна, Н.Коданевой и П.Зиновой.