

**Примерная программа курса «Алгебра – 3»  
(первый семестр алгебры для 2-го курса НМУ)**

- Тема 1.** Тензорное произведение модулей над коммутативным кольцом, стандартные изоморфизмы. Тензорные произведения абелевых групп.
- Тема 2.** Тензорная, симметрическая и внешняя алгебры векторного пространства. Свёртки. Линейный носитель тензора.
- Тема 3.** Симметричные и кососимметричные тензоры. Поляризация многочленов и грассмановых многочленов над полем характеристики нуль, частные производные. Задание многообразий Веронезе и Грассмана квадратичными уравнениями.
- Тема 4.** Кольцо симметрических функций. Производящие функции стандартных базисов  $m_\lambda$ ,  $e_\lambda$ ,  $h_\lambda$ ,  $p_\lambda$  и переходы между ними. Детерминантные многочлены Шура, формулы Джамбелли и Пьери (выражение  $s_\lambda$  через  $h_k$ , а  $s_\lambda \cdot h_k$  – через  $s_\mu$ ).
- Тема 5.** Пространства с операторами: приводимость, разложимость, лемма Шура. Полупростые модули над ассоциативной алгеброй: теорема плотности, теорема о двойном централизаторе, теорема Бернсайда.
- Тема 6.** Представления конечных групп: полупростота групповой алгебры, теория характеров, кольцо представлений, (ко)индуцирование, двойственность Фробениуса.
- Тема 7.** Категории и функторы. Категория функторов, представимость, лемма Йонеды. Сопряжённые функторы. Пределы диаграмм. Примеры: предпучки, симплициальные множества, геометрические реализации и сингулярные цепи, [послойные] (ко)произведения и (ко)индуцирование представлений и т. д. и т. п.
- Тема 8.** Исчисление массивов, таблиц и диаграмм, теорема о биекции и её следствия (тождества Коши и Шура, соотношения на количества таблиц и т. п.). DU-множества и DU-орбиты, комбинаторные полиномы Шура, правило Литтлвуда – Ричардсона, тождество Якоби – Труды (равенство детерминантных и комбинаторных полиномов Шура).
- Тема 9.** Представления симметрических групп: симметризаторы Юнга, модули Шпехта, формула Фробениуса для характеров. Кольцо представлений симметрических групп, функторы Шура. Классическая двойственность Шура – Вейля (если позволит время).