

## 1. ПЛАН КУРСА

## 1. Кинематика.

## 1.1. Конфигурационные и фазовые пространства.

Обычно конфигурационное пространство механической системы обладает естественной структурой гладкого многообразия, а фазовое пространство — касательное расслоение к нему. Иногда, впрочем, это не так — будут приведены примеры.

## 1.2. Операции над конфигурационными пространствами.

Объединение невзаимодействующих систем — прямое произведение конфигурационных пространств. Системы с голономными связями — подмногообразия. Системы с неголономными связями — слоения.

## 1.3. Системы отсчета.

Пространство-время, группа Галилея, правило сложения скоростей. Как все меняется в специальной теории относительности: постоянство скорости света, инвариантность интервала (пространство Минковского), преобразования Лоренца. Будет по крайней мере один семинар по специальной теории относительности: правило сложения скоростей, сокращение длины и замедление времени. Пространство Минковского и 4-мерное пространство Лобачевского.

## 2. Лагранжева механика.

## 2.1. Принцип наименьшего действия.

Принцип наименьшего действия и уравнение Лагранжа. Законы Ньютона. Многочисленные примеры.

## 2.2. Откуда берутся лагранжианы.

Лагранжиан свободной точки и галилеева инвариантность. Объединение невзаимодействующих систем — произведение лагранжианов. Системы со связями — ограничение лагранжиана.

## 3. Гамильтонова механика.

## 3.1. Уравнения Гамильтона.

Симплектическая структура — вообще и на кокасательном расслоении в частности. Преобразование Лежандра. Уравнения Гамильтона. Уравнение Гамильтона–Якоби.

## 3.2. Симметрии.

Отображение момента и гамильтонова редукция. Теорема Нетер. Примеры явно интегрируемых систем: волчок (случай Эйлера), задача двух тел (законы Кеплера). Симметрии в специальной теории относительности — энергия-импульс.

## 4. Основы квантовой механики.

## 4.1. Асимптотика интегралов.

Интегралы типа Лапласа и метод стационарной фазы.

## 4.2. Интегралы по путям.

Интегрирование по путям в оптике и “вывод” из него основного правила геометрической оптики: луч распространяется вдоль наискорейшего пути. Принцип Фейнмана в квантовой механике (неформальный, с описанием подтверждающих его экспериментов) и “вывод” из него уравнения Шредингера. Классический предел — уравнение Гамильтона–Якоби.

## 4.3. Примеры.

Квантование энергии, туннельный эффект, принцип неопределенности.

## 2. ЧТО ТРЕБУЕТСЯ ОТ СЛУШАТЕЛЕЙ

**2.1. Математика** Стандартный курс анализа (не обязательно НМУ), плюс самые начала дифференциальной геометрии — желательно знать, что такое гладкое многообразие и касательное пространство. Что такое симплектическая структура, объясним.

**2.2. Физика** Школьный курс механики: с какой частотой качается маятник длиной  $\ell$  и с какой скоростью падает тело с высоты  $h$ . Если не знаете (но хотите узнать) — все равно приходите, разберемся. Студентам-физикам, скорее всего, будет неинтересно.