

# Алгебраическая теория чисел: введение

М.Ю. Розенблюм

Курс планируется как годовой. Ниже приводится часть программы, которую предполагается изучить в осеннем семестре.

Полезно, чтобы слушатели уже имели некоторые сведения о группах, коммутативных кольцах, идеалах, гомоморфизмах и были немного знакомы с основами линейной алгебры.

## 1. $p$ -адические числа

Абсолютные значения. Теорема Островского. Топологическая и алгебраическая конструкции  $p$ -адических чисел. Лемма Гензеля. Отображение Тейхмюллера.  $p$ -адический логарифм. Структура мультипликативной группы.

## 2. Теория Галуа

Алгебраические расширения. Гомоморфизмы. Алгебраическое замыкание. Нормальные и сепарабельные расширения. Группа Галуа. Основная теорема. Норма и след. Структура конечных полей.

## 3. Поля алгебраических чисел

Дедекиндовы кольца. Локализация. Расширения. Решетки и двойственность. Разложение простых идеалов. Дискриминант. Инерция и ветвление.

## 4. Метрическая топология

Адели и иделы. Аппроксимационная теорема. Теорема Дирихле о единицах. Конечность числа классов идеалов.

В весеннем семестре алгебру и топологию предполагается дополнить анализом (дзета-функции, модулярные формы) и геометрией (эллиптические кривые).