Геометрическая теория управления, субриманова геометрия и их приложения

План курса лекций

Ю. Л. Сачков
Институт программных систем РАН
sachkov@sys.botik.ru, http://www.botik.ru/PSI/CPRC/sachkov

1. Введение в геометрическую теорию управления ([1], глава 1; [6, 25])
   (a) гладкие многообразия, обыкновенные дифференциальные уравнения, векторные поля, коммутаторы, алгебра Ли векторных полей
   (b) управляемые системы
   (c) пример: машина Ридса-Шеппа
2. Управляемость нелинейных систем ([1], главы 5, 8; [6])
   (a) теорема об орбите
   (b) теоремы Фробениуса и Рашевского-Чжоу
   (c) теорема Кренера
3. Задача оптимального управления ([1], главы 10–13; [4, 6])
   (a) постановка задачи, ее сведение к исследованию множества достижимости расширенной системы
   (b) теорема Филиппова
   (c) элементы симплектической геометрии
   (d) принцип максимума Понтрягина
   (e) примеры задач оптимального управления
4. Введение в субриманову геометрию ([1], глава 19; [6, 17, 20])
   (a) постановка задачи
   (b) существование субримановых кратчайших
   (c) субриманова геометрия на 3-мерной группе Гейзенберга
5. Теория управления на группах Ли ([1], главы 18, 19; [2, 6])
   (a) группы Ли, алгебры Ли, инвариантные векторные поля и управляемые системы, их орбиты и множества достижимости
   (b) однородные пространства групп Ли и индуцированные системы
   (c) глобальная управляемость инвариантных систем на группах Ли и однородных пространствах
   (d) гамильтоновы системы на тривиализованном кокасательном расслоении и группах Ли

(e) инвариантные задачи оптимального управления на группах Ли

6. Субриманова геометрия на группах движений плоскости и сферы ([5, 7–9, 16])

   (a) субриманова геометрия на группе SE(2)

   (b) субриманова геометрия на группе SO(3)

7. Приложения ([10–15, 18, 19, 21–25])

   (a) задача Эйлера об эластиках

   (b) модели сетчатки глаза, первичной зрительной коры головного мозга V1 и антропоморфное восстановление изображений

   (c) качение твердых тел

   (d) движение мобильных роботов с прицепами

   (e) управление квантовыми системами

   (f) алгоритмы и программы

Список литературы

[1] Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. —М.: Физматлит, 2005, 391 С. Перевод на англ. яз.: A.A. Agrachev, Yu. L. Sachkov, *Control Theory from the Geometric Viewpoint*, Springer-Verlag, Berlin 2004.

[2] Сачков Ю.Л. Управляемость и симметрии инвариантных систем на группах Ли и однородных пространствах. —М.: Физматлит, 2007, 224 С.

[3] Sachkov Yu. L. Control theory on Lie groups. Journal of Mathematical Sciences, Vol. 156, No. 3, 2009, 381-439

[4] Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов, М.: Наука, 1961.

[5] Уиттекер Ю.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа, М.: УРСС, 2002.

[6] V. Jurdjevic, *Geometric Control Theory*, Cambridge University Press, 1997.

[7] Yuri L. Sachkov and Igor Moiseev, *Maxwell strata in sub-Riemannian problem on the group of motions of a plane*, ESAIM: COCV, **16** (2010), 380–399.

[8] Yuri L. Sachkov, *Conjugate and cut time in the sub-Riemannian problem on the group of motions of a plane*, ESAIM: COCV, **16** (2010), 1018–1039.

[9] Yuri L. Sachkov, *Cut locus and optimal synthesis in the sub-Riemannian problem on the group of motions of a plane*, ESAIM: COCV, **17** (2011), 293–321.

[10] Yu. L. Sachkov, Maxwell strata in Euler's elastic problem, Journal of Dynamical and Control Systems, Vol. 14 (2008), No. 2 (April), pp. 169–234.

[11] Yu. L. Sachkov, Conjugate points in Euler's elastic problem, *Journal of Dynamical and Control Systems*, vol. 14 (2008), No. 3 (July).

[12] Сачков Ю.Л. Оптимальность эйлеровых эластик //Доклады Академии Наук, том 417, № 1, ноябрь 2007, С. 23–25.

[13] Сачков Ю.Л. Симметрии и страты Максвелла и симметрии в задаче об оптимальном качении сферы по плоскости // Мат. Сборник, 2010, Т. 201, N 7, С. 99–120.

[14] А.А.Ардентов, Ю.Л.Сачков. Решение задачи Эйлера об эластиках. Автоматика и телемеханика, No. 4, 2009, 78 – 88.

[15] Сачков Ю.Л., Левяков С.В. Устойчивость инфлексионных эластик, центрированных в вершинах или точках перегиба // Труды МИАН, 2010, Т. 271, 187 – 203.

[16] U. Boscain, F. Rossi, Invariant Carnot-Caratheodory metrics on S^3, SO(3), SL(2), and lens spaces. *SIAM J. Control Optim.* 47 (2008), no. 4, 1851–1878.

[17] R. Montgomery, A tour of subriemannian geometries, their geodesics and applications. AMS, 2002, 259pp.

[18] Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума или минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле. Приложение I, «Об упругих кривых», ГТТИ, Москва-Ленинград, 1934, 447–572.

[19] Ляв А. Математическая теория упругости. ОНТИ, Москва-Ленинград, 1935.

[20] *Вершик А.М., Гершкович В.Я.* Неголономные динамические системы и геометрия распределений //Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Динамические системы. М.: ВИНИТИ.— 1986.— Т. 7.

[21] S. Wolfram, *Mathematica: a system for doing mathematics by computer*, Addison-Wesley, Reading, MA 1991.

[22] J.Petitot, *The neurogeometry of pinwheels as a sub-Riemannian contact structure*, J. Physiology - Paris, **97** (2003), 265–309.

[23] J.Petitot, *Neurogeometrie de la vision — Modeles mathematiques et physiques des architectures fonctionnelles*, (2008), Editions de l'Ecole Polytechnique.

[24] G. Citti, A. Sarti, A cortical based model of perceptual completion in the roto-translation space, *J. Math. Imaging Vis.* 24: 307–326, 2006.

[25] J.P. Laumond, Nonholonomic motion planning for mobile robots, *Lecture notes in Control and Information Sciences, 229.* Springer, 1998.