

Программа спецкурса "Избранные главы теории динамических систем"

С. Минков, А. Окунев, И. Шилин

Курс рассчитан на людей, имеющих базовое представление о динамических системах, но при желании может быть понят и начинающими. Первая половина спецкурса будет вводной, а из основной части мы выберем несколько тем с учетом пожеланий слушателей.

Возможно продолжение в весеннем семестре.

Вводная часть

1. Введение в динамику диффеоморфизмов. Гиперболические периодические орбиты. Устойчивые и неустойчивые многообразия. Гомоклинические пересечения и гомоклинические касания. Аттракторы.
2. Гиперболичность: подкова Смейла, удвоение окружности, линейный диффеоморфизм Аносова на торе, общее понятие диффеоморфизма Аносова. Устойчивые и неустойчивые слоения. Структурно устойчивые диффеоморфизмы, критерий структурной устойчивости: аксиома $A +$ строгая трансверсальность (без доказательства).
3. Метрическая теория: отображения мер динамикой, инвариантные меры, эргодические меры. Эргодичность иррационального поворота окружности. Эргодичность линейного диффеоморфизма Аносова относительно меры Лебега. Метрическое перемешивание.

Основная часть

Геометрическая модель аттрактора Лоренца. Сведение динамики к одномерной. "Странные аттракторы". Сингулярно-гиперболические множества.

Гиперболическая метрическая теория: мера Синяя-Боуэна-Рюэлля (SRB-мера). Термодинамический формализм. Многообразия Песина. Результаты Боуэна и Рюэлля.

Двумерное уравнение Навье-Стокса. Число Рейнольдса, k -сжимающие отображения. Размерность аттрактора. Результаты Ильяшенко, Тураева, Вишика. Немного о гипотезах динамического объяснения турбулентности.

Гипотеза Тома. Опровержение её Ньюхаусом. Семейство отображений Эно, техника ренормализации. Бесконечное число стоков и странные аттракторы. Теорема Бенедикса-Карлесона и гипотеза Такера. SRB-мера для отображений Эно.