

## Группы и алгебры Ли и их представления -1 (осень 2017)

Г. И. Ольшанский

Мы начнем с основ теории групп Ли и алгебр Ли, а затем будет дано доступное введение в теорию конечномерных представлений классических групп на примере унитарных групп  $U(N)$ .

Примерный план: линейные группы Ли и их алгебры Ли; универсальные обертывающие алгебры; мера Хаара на линейной группе Ли; общие факты о конечномерных представлениях компактных групп и их характерах; радиальная часть меры Хаара; формула Вейля для характеров унитарной группы; унитарный трюк Вейля; классификация и реализация представлений; симметрические функции.

Базовый уровень: хорошее знание линейной алгебры; основы математического анализа для функций нескольких переменных; понимать определение топологического пространства, гладкого многообразия, касательного пространства; не обязательно, но желательно знакомство с основами теории представлений конечных групп.

Литература:

J. Faraut, Analysis on Lie groups. An introduction.

Д. П. Желобенко, Компактные группы Ли и их представления.

Дж. Адамс, Лекции по группам Ли.

W. Fulton and J. Harris, Representation theory. First course.

Г. Вейль, Классические группы, их инварианты и представления.

Э. Б. Винберг, Линейные представления групп.

B. Simon, Representations of finite and compact groups.

A. Kirillov, Jr., Jr., An introduction to Lie groups and Lie algebras  
<https://www.math.stonybrook.edu/~kirillov/mat552/liegroups.pdf>

И. Г. Макдоналд, Симметрические функции и многочлены Холла

M. Taylor, Lectures on Lie groups. <https://www.ams.org/open-math-notes>

## Lie groups and Lie algebras, and their representations - 1 (Fall 2017)

Grigori Olshanski

We shall begin with the basics of the theory of Lie groups and Lie algebras. Then we shall provide an accessible introduction to the theory of finite-dimensional representations of classical groups on the example of the unitary groups  $U(N)$ .

Tentative plan: linear Lie groups and their Lie algebras; universal enveloping algebras; Haar measure on a linear Lie group; general facts

about representations of compact groups and their characters; radial part of Haar measure; Weyl's formula for characters of the unitary groups; Weyl's unitary trick; classification and realization of representations; symmetric functions.

Prerequisites: good knowledge of linear algebra; basics of multivariable calculus; understand the definition of topological space, smooth manifold, tangent space; some knowledge of the basics of representation theory of finite groups (not mandatory, but desirable).

References:

- J. Faraut, Analysis on Lie groups. An introduction.
- D. P. Zhelobenko, Compact Lie groups and their representations.
- J. Adams, Lectures on Lie groups.
- W. Fulton and J. Harris, Representation theory. First course.
- H. Weyl, Classical groups. Their invariants and representations.
- E. B. Vinberg, Linear representations of groups.
- B. Simon, Representations of finite and compact groups.
- A. Kirillov, Jr., An introduction to Lie groups and Lie algebras  
<https://www.math.stonybrook.edu/~kirillov/mat552/liegroups.pdf>
- I. G. Macdonald, Symmetric functions and Hall polynomials.
- M. Taylor, Lectures on Lie groups. <https://www.ams.org/open-math-notes>