

## Введение в квантовые группы.

В этом курсе планируется подробно изучить структуру и представления квантовых универсальных обертывающих алгебр  $U_q(\mathfrak{g})$ , где  $\mathfrak{g}$  – полупростая комплексная алгебра Ли.

1. Мотивация изучения квантовых универсальных обертывающих. Квантовая универсальная обертывающая  $U_q(sl_2)$ : задание образующими и соотношениями, алгебраические свойства, теорема Пуанкаре – Биркгофа – Витта.

2. Представления  $U_q(sl_2)$  при  $q^n \neq 1$ . Модули Верма, конечномерные простые модули, вполне приводимость. Центр  $U_q(sl_2)$ .

3. Представления  $U_q(sl_2)$  при  $q^n = 1$ . Конечномерные модули. Связь с представлениями  $sl_2$  над  $\overline{\mathbb{F}_p}$ . Центр  $U_q(sl_2)$ .

4.  $U_q(sl_2)$  как алгебра Хопфа. Операции над представлениями.  $R$  – матрица.

5. Напоминание про системы корней и комплексные полупростые алгебры Ли.

6. Квантовая универсальная обертывающая  $U_q(\mathfrak{g})$ , соотношения Серра. Алгебраические свойства, структура алгебры Хопфа, теорема Пуанкаре – Биркгофа – Витта.

7. Представления  $U_q(\mathfrak{g})$ . Представления типа 1. Модули Верма. Конечномерные модули.

8.  $U_q(\mathfrak{g})$  над  $\mathbb{Q}(v)$ . вполне приводимость в характеристике 0 при  $q$  трансцендентным над  $\mathbb{Q}$ .

9. Примеры представлений  $U_q(\mathfrak{g})$ .

## Список литературы

- [1] Jantzen J.C., *Lectures on Quantum Groups*. AMS, 1996.
- [2] Хамфрис Дж., *Введение в теорию алгебр Ли и их представлений*. МЦНМО, 2003.
- [3] Pavel I. Etingof, Olivier Schiffmann, *Lectures on quantum groups*. International Press, 2002.