

Алгебра, третий семестр

Е. Ю. Смирнов

Курс предлагается для чтения в НМУ в осеннем семестре 2017/18 г. и предназначается для студентов второго курса.

Программа курса

Расширения полей и теория Галуа

1. Расширения полей. Степень расширения. Присоединение корня. Удвоение куба и трисекция угла.
2. Поле разложения. Алгебраические замыкание. Конечные поля.
3. Расширения Галуа и основная теорема теории Галуа.
4. Циклотомические расширения и абелевы расширения. Теорема Абеля.
5. Формулы для решений уравнений 3 и 4 степени и неразрешимость уравнений 5 степени в радикалах.

Теория представлений

1. Полупростые алгебры. Теорема плотности Джекобсона (теорема о двойном коммутанте). Структура полупростых алгебр, теорема Артина–Веддерберна.
2. Эквивалентность по Морите. Группа Брауэра. Теорема Фробениуса. Теорема Веддерберна о конечных алгебрах с делением.
3. Следствие: теория представлений конечных групп. Теоремы Машке и Бернсайда. Характеры. Индуцированные представления.
4. Теория представлений симметрической группы: подход Вершика–Окунькова. Элементы Юциса–Мерфи, базис Гельфанда–Цетлина представлений S_n .