

Рациональные точки эллиптических кривых.

Осень 2018 - Весна 2019

М.Ю.Розенблюм

Модулярная группа $SL_2(\mathbf{Z})$ и её подгруппы. Модулярные формы целого веса. Параболические вершины. Параболические формы. Ряды Эйзенштейна. Преобразование Меллина.

Конгруэнц-подгруппы $SL_2(\mathbf{Z})$. Модулярные кривые как многообразия модулей. Операторы Гекке. Характеры. Модулярные формы высшего уровня. Скалярное произведение Петерссона. L - ряды. Эйлерово произведение. Функциональное уравнение.

Модулярные формы веса 2. Эллиптические кривые и униформизация Вейля. Периоды. Модулярные символы. Примитивные формы. Однократность спектра. Теорема Манина - Дринфельда.

Модель Нерона эллиптической кривой. Алгоритм вычисления модели Нерона.

ζ - функция Хассе-Вейля и канонический L - ряд эллиптической кривой. Группа Шафаревича - Тэйти. Формулировка гипотезы Бёрча и Суиннертона - Дайера.

Кручение эллиптических кривых над глобальными полями. Точки конечного порядка эллиптических кривых над \mathbf{Q} . Ограниченность кручения эллиптических кривых над числовыми полями данной степени.

Арифметическая поверхность. Теория пересечения. Функция Грина. Высота точки на эллиптической кривой как индекс пересечения на арифметической поверхности.

Точки Хегнера на модулярных кривых и на эллиптических кривых Вейля. Вычисление канонической высоты. Теорема Гросса - Загира.

Эллиптические кривые, обладающие нетривиальной точкой Хегнера. Конечность группы $\text{Ш}(E, \mathbf{Q})$. Условия конечности $E(\mathbf{Q})$.

Группа Зельмера и орбиты в пространствах форм. Вычисление среднего размера групп Зельмера в семействах эллиптических кривых.

Программа рассчитана на старшекурсников, знакомых с основными свойствами эллиптических кривых.