

## Спецкурс

### «Вокруг алгебраической теории кратных дзета-значений I»

Сергей Олегович Горчинский

#### Теоретические вопросы

1. **Итерированные интегралы:** выражение  $MZV$  как пределов итерированных интегралов; интерпретация итерированных интегралов как монодромии; гомотопическая инвариантность итерированных интегралов.
2. **Относительные когомологии де Рама:** относительные когомологии де Рама для гладкого многообразия и объединения подмногообразий с гладкими самопересечениями; интерпретация итерированных интегралов как относительных периодов; гомотопическая инвариантность некоторых итерированных интегралов; теорема Чена в терминах относительных гомологий.
3. **Коалгебры:** представление комодуля как объединения конечномерных подкомодулей; критерий сюръективности морфизма между коалгебрами (при помощи двойственного критерия для  $s$ -алгебр).
4. **Биалгебры и алгебры Хопфа:** изоморфизм между  $s$ -алгеброй Ли биалгебры и примитивными элементами в двойственной  $s$ -биалгебре; изоморфизм между группой точек спектра коммутативной алгебры Хопфа и групповыми элементами в двойственной кокоммутативной  $s$ -алгебре Хопфа; представление спектра коммутативной алгебры Хопфа как обратного предела аффинных алгебраических групповых схем относительно сюръективных морфизмов.
5. **Проунипотентные биалгебры:** четыре равносильных определения проунипотентной биалгебры; вложение унипотентных аффинных алгебраических групповых схем в группу верхнеунитреугольных матриц; критерий инъективности морфизма между проунипотентными биалгебрами (при помощи двойственного критерия для полных  $s$ -алгебр).
6. **Проунипотентное пополнение:** существование и единственность; критерий проунипотентного пополнения; формула Квиллена.
7. **Симметрические тензорные категории:** определение; примеры; тензорность функтора тотального комплекса бикомплекса; отображения Эйленберга–Зильбера и Александера–Уайтхеда, их тензорные симметрические свойства.
8. **Бар-комплекс:** структура  $dg$ -алгебры Хопфа на бар-комплексе для случая коммутативной алгебры; бар-комплекс и нормализованный бар-комплекс для коммутативной  $dg$ -алгебры; явное описание алгебры Хопфа на  $H^0$  от редуцированного бар-комплекса.

9. **Бар-комплекс и когомологии де Рама:** изоморфизм между когомологиями обрезанного нормализованного бар-комплекса для dg-алгебры де Рама и относительными когомологиями де Рама; интерпретация теоремы Чена в терминах того, что итерированные интегралы задают гомоморфизм из фундаментальной группы в спектр алгебры Хопфа бар-комплекса для dg-алгебры де Рама, являющийся проунипотентным пополнением.
10. **Теорема Чена:** доказательство того, что проунипотентное пополнение фундаментальной группы задается бар-комплексом для dg-алгебры де Рама (при помощи критерия проунипотентного пополнения и соответствия Римана–Гильберта).