

Классификация зацеплений

Курс в исполнении А.Б. Скопенкова

Аннотация. Изучение зацеплений восходит к древности. Первые математические результаты получены К.Ф. Гауссом для нужд электродинамики. В ходе бурного развития топологии в 20м веке было получено много интересных результатов о зацеплениях. В частности, были обнаружены связи с комбинаторикой и компьютерной наукой.

Основное содержание курса — необходимое для изучения зацеплений *алгоритмически мотивированное введение в алгебраическую топологию*. Венец курса — простые доказательства красивых классических результатов: нерасцепляемости колец Борромео, классификации оснащенных зацеплений, классификации многомерных зацеплений и др.

Основные идеи будут представлены на «олимпиадных» примерах: на простейших частных случаях, свободных от технических деталей, и со сведением научного языка к необходимому минимуму. За счет этого курс доступен для начинающих, хотя содержит красивые сложные результаты. Для изучения курса предварительные знания не требуются. Однако для работы с новыми понятиями потребуются математическая культура. Каждое следующее занятие будет рассчитано на тех, кто решил большинство простых задач на понимание предыдущих.

Курс разбит на два модуля, за каждый из которых можно получить половину кредита, а второй из которых рассчитан на тех, кто сдал первый. Экзамен за каждый модуль состоит из решения задач в течение семестра и письменной работы.

Литература

[MA] http://www.map.mpim-bonn.mpg.de/High_codimension_links, §§1-5.

[P04] В. В. Прасолов, Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии, Москва, МЦНМО, 2004, п. 18.5.

[S14] A. Skopenkov. Realizability of hypergraphs and Ramsey link theory. <http://arxiv.org/abs/1402.0658>, §2.2.

[S15] А. Скопенков, Алгебраическая топология с геометрической точки зрения, Москва, МЦНМО, 2015, <http://www.mccme.ru/circles/oim/obstruct.pdf>, п. 14.5

[S] А. Б. Скопенков, Алгебраическая топология с алгоритмической точки зрения, <https://www.mccme.ru/circles/oim/algor.pdf>, §1.3, §4

Примерная программа (несколько первых или несколько последних пунктов будут пропущены в зависимости от возможности и желания участников курса).

1. Зацепленность треугольников в пространстве. Линейная теорема Конвея-Гордона-Закса. [S, п. 4.1] [S14, §2.2]

2. Индекс пересечения ломаных на плоскости. [S, п. 1.3]

3. Зацепленность по модулю 2 ломаных в пространстве. Коэффициент зацепления ломаных в пространстве. Алгоритм вычисления. [S, п. 4.2, 4.3]

4. Кольца Борромео и коммутаторы. Число Масси-Милнора по модулю 2. Числа Масси-Милнора и Сато-Левина. Алгоритмы вычисления. [S, п. 4.4-4.6]

5. Классификация оснащенных зацеплений. Конструкция Понтрягина. [P04, п. 18.5]

6. Зацепленность в многомерном пространстве. [S, п. 4.7-4.9]

7. Терема Зимана о незаузленности многомерных сфер. [S, п. 4.9]

8. Конструкция Зимана многомерных зацеплений. Коэффициент зацепления для многомерных зацеплений. Классификация зацеплений в метастабильной размерности. Примеры неполноты коэффициента зацепления ниже метастабильной размерности. [MA, §§1-5]

9. Форма зацеплений трехмерного многообразия. Применение: нереализуемость трехмерных многообразий в четырехмерном пространстве. [Sk15, п. 14.5]