

Антон Айзенберг

Курс «Дополнительные главы и приложения топологии»

Цель: В курсе будет рассказан ряд сюжетов о конечных клеточных комплексах, которые обычно не попадают в основные курсы по топологии. Некоторые сюжеты мотивированы приложениями топологии и раскрывают ее связь с другими областями математики.

Предварительные требования: Основы алгебраической топологии в объеме: топологическое пространство, гомотопическая эквивалентность, клеточные и симплициальные комплексы, клеточные, симплициальные и сингулярные гомологии. Основы гомологической алгебры в объеме: дифференциальные комплексы, точные последовательности, умение водить пальцем по коммутативным диаграммам.

Примерный план занятий:

1. Теорема о нерве покрытия (вводная лекция для проверки бэкграунда слушателей).
2. Простая гомотопическая эквивалентность. Частично упорядоченные множества, их геометрические реализации.
3. Дискретная теория Морса.
4. Диаграммы топологических пространств: копределы и гомотопические копределы.
5. Фильтрации и устойчивые гомологии. Структурная теорема для модулей устойчивости, диаграммы устойчивости. Алгоритм вычисления: сопряженные симплексы.
6. Зигзаг-устойчивые гомологии. Колчаны и их представления, диаграммы векторных пространств. Разложение Ремака-Крулля-Шмидта. Теорема Габриэля.
7. Шеллинги на симплициальных комплексах. Симплициальный комплекс независимых множеств матроида.
8. Конечные топологии Александра, теоремы МакКорда. Ядро топологии. Морфизм частично упорядоченных множеств и теорема Квиллена А.
9. Теорема Борсука-Улама. Теорема Брауэра о неподвижной точке, лемма Шпернера. Приложения в топологической комбинаторике и экономике.
10. Введение в спектральные последовательности. Спектральная последовательность фильтрации.
11. Спектральная последовательность Майера-Вьеториса. Гомологии дополнения до конфигурации аффинных пространств: формула Горески-МакФерсона.
12. Спектральная последовательность дигомологий Зимана в интерпретации МакКрори: гомологические многообразия и двойственность Пуанкаре.
13. Топологическая сложность множеств и алгоритмическая сложность задач.