

Гомологические методы в теории представлений конечномерных алгебр

Курс рассчитан на желающих разобраться как в теории представлений конечномерных алгебр, так и в производных/триангулированных категориях. Первоначальное знакомство и с тем, и с другим не обязательно, но будет полезным.

1. Основы теории представлений конечномерных алгебр.

Аддитивные категории. Теория Крулля-Шмидта. Неразложимые модули и неприводимые гомоморфизмы, радикал категории, колчан Ауслендера-Рейтен. Минимальные и почти расщепимые морфизмы.

Абелевы категории, категория представлений алгебры. Морита-эквивалентность, базисные алгебры. Колчаны и алгебры путей. Представления колчанов. Теорема Габриэля про Морита-эквивалентность. Проективные, инъективные и простые модули. Двойственность, функтор Накаямы.

2. Триангулированные категории.

Категория комплексов, гомотопическая и производная категории. Триангулированные категории. Производные функторы, Ext и Tor.

Полуортогональные разложения и исключительные наборы. Их перестройки. Пары кручения и t -структуры, перестройка t -структур. Производная Морита-эквивалентность и tilting объекты.

Группа Гротендика. Форма Эйлера. Функтор Серра и преобразование Кокстера.

3. Применения гомологических методов в теории представлений.

Производная эквивалентность алгебр путей в колчанах, классификация колчанов с представлениями конечного типа. Функторы отражений.

Теория tilting-а, tilting модули. Теорема Бреннер-Батлера. Кусочно-наследственные, tilted и iterated tilted алгебры.

Почти расщепимые тройки в абелевых категориях и почти расщепимые треугольники в триангулированных. Их существование. Стабильная категория модулей. Строение колчана Ауслендера-Рейтен, сдвиг, его компоненты.

(*) Алгебры с производной категорией представлений размерности ноль.

(*) Repetitive алгебры.