

УЧЕБНЫЙ СЕМИНАР ПО АБСТРАКТНОЙ ТЕОРИИ ГОМОТОПИЙ И ПРИЛОЖЕНИЯМ. ПРОГРАММА

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ: Д.В. КАЛЕДИН
НМУ 2021-22 Г.

ОРГАНИЗАТОРЫ: ЛИЗА ЖУРАВЛЕВА, МИША КОРНЕВ, ГРИША ТАРОЯН

Семинар планируется условно разделить на две секции: абстрактная теория гомотопий и приложения (в основном к производной геометрии). Семинар станет независимым продолжением летнего семинара по абстрактной теории гомотопий.

I. Основы абстрактной теории гомотопий

I. α (Сентябрь–Октябрь 2021) Краш-курс по модельным категориям.

- Определение (замкнутых) модельных категорий [5, §3].
- Существование локализации по слабым эквивалентностям в случае модельных категорий [5, §4, 5].
- Функторы Квиллена и производные функторы [5, §9], [9, §1.4].

I. β (Октябрь 2021) Примеры модельных категорий.

- Цепные комплексы [9, §2.3], [5, §7].
- Минимальные сведения о симплициальных множествах [6].
- Модельная структура на топологических пространствах [9, §2.4].
- Модельная структура на симплициальных множествах. Теорема Квиллена. [7, §11], [9, §3]
- Модельная структура на категории комодулей над алгеброй Хопфа [9, §2.5].

I. γ (Октябрь 2021) Локализация Боусфилда [8, §3].

I. δ (Октябрь–Ноябрь 2021) Моноидальные модельные категории [9, §4].

I. ϵ (Ноябрь–Декабрь 2021) Симплициальные модельные категории.

- Симплициальные категории [7, §2.2].
- Симплициальные модельные категории [7, §2.3].
- Существование и примеры симплициальных модельных категорий [7, §2.5, 2.6].
- Теорема Квиллена о производных функторах [7, §2.8].

I. ζ (Сентябрь–Ноябрь 2021) Гомотопические (ко-)пределы [2].

- Топологические примеры и определения гомотопических (ко-)пределов [2, §1].
- Гомотопические (ко-)пределы в модельных категориях (абстрактный подход к определению $\text{hocolim}'\text{ов}$) [2, §2].

- Гомотопическая теория диаграмм, теория Риди. [2, §3].
 - Примеры [2, §4, 5].
- I. η (Весна 2022) ∞ -категории, гомотопическая теория категорий (и категорная теория гомотопий \odot) [1],[11].
- II. Приложения теории гомотопий к алгебраической и дифференциальной геометрии
- II. α (Сентябрь–Октябрь 2021) K-теория Квиллена.
- Точные категории. Теоремы Квиллена А и В [10, §4.1].
 - \mathbb{Q} -конструкция Квиллена [10, §4.2].
 - Теорема локализации Квиллена [10, §4.6].
- II. β (Октябрь 2021) Приложения к когомологиям групп [4].
- II. γ (Октябрь–Ноябрь 2021) Гомотопическая теория пучков.
- Топологии Гротендика и пучки на категориях [3, §2].
 - Пучки в смысле теории гомотопий [3, §3].
 - Теорема де Рама и резольвента Чеха с точки зрения теории гомотопий [3, §4].
- II. δ (Ноябрь–Декабрь 2021) Классические конструкции с симплициальными множествами [7, §3].
- II. ϵ (Весна 2022) Производная алгебраическая геометрия [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Denis-Charles Cisinski. *Higher categories and homotopical algebra*. т. 180. Cambridge University Press, 2019.
- [2] Daniel Dugger. «A primer on homotopy colimits». в: *preprint* (2008).
- [3] Daniel Dugger. «Sheaves and homotopy theory». в: *preprint* (1999).
- [4] William G Dwyer и Hans-Werner Henn. *Homotopy theoretic methods in group cohomology*. Birkhäuser, 2012.
- [5] William G Dwyer и Jan Spalinski. «Homotopy theories and model categories». в: *Handbook of algebraic topology* 73 (1995), с. 126.
- [6] Greg Friedman. «Survey article: an elementary illustrated introduction to simplicial sets». в: *The Rocky Mountain Journal of Mathematics* (2012), с. 353–423.
- [7] Paul G Goerss и John F Jardine. *Simplicial homotopy theory*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [8] Philip S Hirschhorn. *Model categories and their localizations*. 99. American Mathematical Soc., 2009.
- [9] Mark Hovey. *Model categories*. 63. American Mathematical Soc., 2007.
- [10] Satya Mandal. *Quillen K-Theory: Lecture Notes*. 99. University of Kansas, 2017.
- [11] Emily Riehl. *Categorical homotopy theory*. т. 24. Cambridge University Press, 2014.
- [12] Bertrand Toën. «Derived algebraic geometry». в: *EMS Surveys in Mathematical Sciences* 1.2 (2014), с. 153–240.