

# Алгебраическая теория чисел. Дополнительные главы.

М.Ю. Розенблюм

Курс планируется как годовой. Программа осеннего семестра приводится ниже. Весенний семестр будет посвящен теории полей классов.

Помимо знания основ алгебры и анализа, слушатели должны быть знакомы с теорией Галуа и базовыми свойствами расширений локальных и глобальных полей. Полезно также иметь приблизительное понятие о когомологиях и понимать формулировку теоремы Римана-Роха для кривых. Список вспомогательной литературы будет озвучен на первом занятии.

## 1. Дзета-функция

Конгруэнц - дзета-функция. Дзета-функция Римана. Дзета-функция Дедекинда. Функциональное уравнение и формула вычета. Метод Тейта - Ивасава.  $L$  - функции Дирихле. Теорема Дирихле о простых числах в арифметических прогрессиях.

## 2. Модулярные формы

Комплексные торы. Модулярная группа. Конгруэнц-подгруппы. Модулярные кривые. Ряды Эйзенштейна и параболические формы. Скалярное произведение. Операторы Гекке и инволюции. Старые и новые формы. Преобразование Меллина и  $L$  - функции. Функциональное уравнение. Действие операторов Гекке на гомологиях и модулярный символ.

## 3. Эллиптические кривые

Обобщенная форма Вейерштрасса. Закон сложения. Инвариантный дифференциал. Эллиптические функции. Изогении и точки конечного порядка. Эллиптические кривые над конечными полями. Эллиптические кривые над локальными полями. Минимальное уравнение. Модель Нерона. Редукция. Униформизация Тэйта. Эллиптические кривые над полями алгебраических чисел. Теорема Морделла. Дзета-функция. Униформизация эллиптических кривых модулярными формами.