

Нелинейные уравнения с частными производными

А.М. Филимонов (amfilimonov@yandex.ru)

Комментарий. Каждое из большого числа **конкретных** нелинейных уравнений с частными производными может заслуживать отдельного спецкурса. Поэтому, в предлагаемом курсе внимание сосредоточено на некоторых **классах** нелинейных уравнений, которые допускают достаточно общие подходы для их анализа. Курс можно рассматривать, как продолжение курса прошлого семестра, хотя формально от него он не зависит.

Аналитические решения. Теорема Коши – Ковалевской. Характеристические поверхности, как поверхности ветвления решений. Бихарактеристики. Волновые фронты для систем уравнений произвольного порядка с нелинейной правой частью.

Уравнения с частными производными первого порядка. Нелинейные уравнения с частными производными первого порядка. Классическая геометрическая интерпретация – поле конусов Монжа. Геометрическая интерпретация на языке дифференциальных форм. Переопределенные системы. Системы с многомерным временем и уравнения Пфаффа.

Гиперболические системы квазилинейных уравнений. Примеры: системы уравнений газовой динамики, задачи дифференциальной геометрии. Инварианты и канонические формы Римана и Шаудера. Теоремы о разрешимости задачи Коши и смешанной задачи для систем с двумя независимыми переменными. Градиентные катастрофы. Проблема Ферми – Паста – Улама и теорема Лакса. Достаточные условия глобальной разрешимости.

Параболические нелинейные уравнения. Постановки задач. Температурные волны. Режимы с обострением и *Blow up* эффект.

Эллиптические нелинейные задачи. Градиент функционала. Положительные операторы в банаховых пространствах. Энергетическое пространство нелинейной задачи.

Примечание. Несмотря на то, что курс носит достаточно элементарный характер, знакомство с обычным курсом линейных уравнений с частными производными представляется полезным.