

Георгий Борисович Шабат

Тета-функции и решётки

Примерная программа курса

0. Основная тета-функция. Сдвинутая решётка её нулей и функциональное уравнение. Разложение в произведение. Квазипериодические целые функции. Тета-функции с характеристиками.

1. Решётки в \mathbb{R}^n и их тета-функции. Определения. Кристаллографические группы и орнаменты. Группы Фёдорова-Шёнфлиса.

2. Решётки и плотные упаковки шаров. Классические результаты. Теорема Кеплера об упаковке шаров в \mathbb{R}^3 . Решётка Коркина-Золотарёва E_8 и теорема Вязовской об её оптимальности. Решётка Лича A_{24} и теорема Вязовской с соавторами.

3. Чётные унимодулярные решётки. Определения и примеры. Решётки E_6 и E_7 . Связь с топологией односвязных четырёхмерных многообразий. Теорема Фридмана.

4. Решётки в \mathbb{C} . Симметрии и эндоморфизмы. Ряды Эйзенштейна и другие модулярные формы. Тета-функции и j -инвариант. Эллиптические кривые с комплексным умножением. Мнимые квадратичные поля.

5. Решётки в \mathbb{C}^g . Решётки и комплексные торы. Абелевы многообразия и многомерные тета-функции. Якобианы кривых. Проблема Шоттки. Гипотеза Новикова и теорема Шийоты-Кричевера. Кольцо эндоморфизмов абелева многообразия

6. Неархимедовы решётки. Поля p -адических чисел и решётки над ними. Кривые Мамфорда и их униформизация. Деревья Брюа-Титса. Тета-функции Тейта. Классическая и p -адическая униформизации. О поле Тейта \mathbb{C}_p и неархимедовом комплексном анализе. Верхняя полуплоскость Дринфельда