Математический колледж НМУ
Экзамен по геометрии. 1 курс, 1 семестр. 5 декабря 1993г.
Вариант 1 .

---

1. *(10)* В $\mathbf{R}^3$ задана квадратичная форма $Q = f_1^2 + f_2^2 - f_3^2 - f_4^2$, где f_i — линейные функции. Может ли Q иметь нормальный вид $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$?

2. *(15)* Можно ли восстановить круговой конус, если известны его ось, а также фокус и директриса некоторого его плоского сечения?

3. *(10)* Доказать, что замкнутое выпуклое множество, содержащее в себе хотя бы одну прямую, не имеет крайних точек.

4. *(15)* На плоскости Лобачевского из точки, лежащей на биссектрисе прямого угла, опущен перпендикуляр на сторону угла. Какие значения может принимать расстояние от вершины угла до основания перпендикуляра?

5. *(15)* Касательная к гиперболе в точке X пересекает асимптоты гиперболы в точках A и B. Доказать, что X — середина отрезка AB.

6. *(20)* Найти радиус шара, описанного вокруг 4-мерного симплекса, вершины которого имеют координаты (0,0,0,0); (0,0,0,1); (0,0,1,1); (0,1,1,1); (1,1,1,1).

Математический колледж НМУ
Экзамен по геометрии. 1 курс, 1 семестр. 5 декабря 1993г.
Вариант 2 .

---

1. *(10)* Какое множество задается в $\mathbf{R}^3$ уравнением

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_2 & x_1 \end{vmatrix} = 0\ ?$$

2. *(10)* Найти отображение нулевого треугольника, заданного в модели Пуанкаре прямыми: $l_1 = \{z \in \Pi : Re\, z = -1\}$, $l_2 = \{z \in \Pi : Re\, z = 1\}$ $l_3 = \{z \in \Pi : |z| = 1\}$ в себя, которое переводит l_3 в l_1.

3. *(15)* Доказать, что замкнутое множество на плоскости с непустой внутренностью, через каждую граничную точку которого проходит хотя бы одна опорная прямая, выпукло. (Опорная прямая имеет непустое пересечение с множеством, и все множество содержится в одной из полуплоскостей, образованных этой прямой)

4. *(15)* Привести к каноническому виду квадрику $Q(x) = 2$, где $Q(x)$ — сумма квадратов расстояний от точки x до прямых l_1, l_2, причем l_1 проходит через точки с координатами (0,0,0) и (1,0,1); l_2 проходит через точки с координатами (0,1,0) и (0,0,1).

5. *(20)* Пусть AA' — хорда, проходящая через центр эллипса O, и пусть BB' — хорда, проходящая через O, на которой лежат середины хорд, параллельных AA' (такие хорды называются сопряженными диаметрами). Доказать, что площадь $_\triangle OAB$ не зависит от выбора точки A.

6. *(15)* Найти радиус шара, вписанного в правильный 4-мерный симплекс с ребром 1.