**Экзамен по курсу "Геометрия Лобачевского".**
**МК НМУ. 1 курс. 4 декабря 1994 г.**

1. $f$ — дробно-линейное преобразование проективной прямой такое, что $f(a) \neq a$ и $f(f(a)) = a$ для некоторой точки $a$. Доказать, что $f(f(x)) = x$ для всех $x$.

2. Указать дробно-линейное преобразование верхней полуплоскости, соответствующее в модели Пуанкаре плоскости Лобачевского симметрии относительно $i$.

3. Пусть $a$ и $b$ — стороны гиперболического треугольника, лежащие против углов $\alpha$ и $\beta$ соответственно. Доказать, что если $\alpha > \beta$, то $a > b$.

4. Найти длину дуги $AB$ орицикла, если известно расстояние $d$ между $A$ и $B$.

5. Доказать, что длина средней линии гиперболического треугольника меньше половины длины противолежащей стороны.

6. Найти фундаментальную область группы, порожденной двумя движениями, задаваемыми в модели Пуанкаре в полуплоскости формулами $z \mapsto 1 - \bar{z}$ и $z \mapsto 1/\bar{z}$.

7. Определить тип следующего собственного движения плоскости Лобачевского: композиция четырех симметрий относительно последовательных сторон квадрата (в модели Клейна), вписанного в абсолют.

8. Рассмотрим в пространстве Лобачевского выпуклый $n$-гранный угол с вершиной на абсолюте. Доказать, что сумма его двугранных углов равна $(n-2)\pi$.