Оглавление

Предисловие

Нижеследующие задачи предлагались на семинарах по курсу алгебры, прочитанному проф. Э. Б. Винбергом в Математическом Колледже Независимого Московского Университета в 1992–1994 гг. Разумеется, студентам предлагались также задачи из широко известных сборников Д. К. Фаддеева и И. С. Соминского, И. В. Проскурякова, под ред. А. И. Кострикина и других. Некоторые такие задачи приведены и здесь.

При составлении настоящего задачника авторы старались следовать двум принципам: свести к минимуму чисто вычислительные и стандартные задачи, а кроме того, по возможности, объединить задачи в циклы, последовательное решение которых помогло бы студенту овладеть идеей какой-либо конструкции или доказать теорему, отсутствующую в распространенных учебниках. Этим объясняется наличие в задачнике «разносолов», вроде алгебр Хопфа, инвариантов узлов или представлений полной линейной группы.

Обозначения

Z_n — кольцо вычетов по модулю n

$\mathbb{Z}_p$ — кольцо целых p-адических чисел

$\mathbb{Q}_p$ — поле p-адических чисел

$v_p(x)$ — показатель, с которым простое число p входит в каноническое разложение рационального числа x

$\mathbb{F}_q$ — поле из q элементов

$\operatorname{Spec} A$ — спектр коммутативного кольца A

$f \sim g$ — эквивалентность квадратичных форм

P_n — пространство многочленов степени не выше n

$\mathbb{P}^n$ — n-мерное проективное пространство

$\mathbb{A}^n$ — n-мерное аффинное пространство

$[A, B] = AB - BA$ — коммутатор элементов кольца

G_{tors} — подгруппа кручения группы G

G_{free} — свободная подгруппа абелевой группы G

rk — ранг (матрицы или модуля)