Независимый Московский Университет

Высший Колледж Математики

Вступительный экзамен **3 сентября 2000 года**

1. Сколько существует различных чисел $x \in [0, 10\pi]$, для которых разность $x - \sin x$ является целым числом?

2. Докажите, что на любом интервале встречается лишь конечное количество чисел вида x^x/y^y, где x, y — натуральные и $x > y$.

3. Окружность радиуса 1 находится внутри треугольника со сторонами $13, 14, 15$. На окружности отметили точку, для которой сумма расстояний до сторон треугольника минимальна, а также точку, для которой эта сумма максимальна. Найдите расстояние между этими точками.

4. а) Может ли параллельная проекция куба быть пятиугольником?

б) Может ли центральная проекция куба быть пятиугольником?

5. Четыре цилиндрические трубы диаметра 10 см обрезали и сварили из них рамку таким образом, что оси труб образуют квадрат со стороной 1 м, а края обрезков труб примыкают друг к другу. Какова площадь поверхности рамки?

6. Можно ли на плоскости нарисовать конечное число окружностей так, чтобы на каждой из них лежало ровно 2000 центров этих окружностей?