25 мая 1997 года

(весенний экзамен 1997 года)

Каждая задача оценивается в 10 баллов

1. Найти значение выражения $[\sqrt{n^2+16n+1997}]$ при $n = 199819992000$ (квадратные скобки обозначают целую часть).

2. Докажите, что функция $y = \sin(x^2)$ не является периодической.

3. Два равносторонних треугольника со стороной 1 расположены так, что второй из них получается из первого сдвигом на расстояние d вдоль прямой, параллельной одной из сторон первого треугольника. Оба треугольника одновременно начинают вращаться с одинаковой угловой скоростью относительно своих центров описанных окружностей. При каких значениях d треугольники смогут сделать полный оборот, не задевая друг друга, если: (а) треугольники вращаются в одну сторону; (б) треугольники вращаются в противоположные стороны?

4. По прямой дороге равномерно едет телега. В 12.00 она была в 10 километрах от неподвижного наблюдателя, в 12.20 — в 9 километрах, в 13.00 — в 7 километрах. Найти расстояние от наблюдателя до дороги.

5. При каких значениях a, b и c множество вещественных решений уравнения

$$x^5 + ax^2 + bx + c = 0$$

состоит из чисел 1 и -1?

6. Для каждой пары вершин куба проведена плоскость, проходящая через середину соединяющего их отрезка и перпендикулярная этому отрезку. На сколько частей эти плоскости разбивают куб?