Высший Колледж Математики

Математический анализ, 1-й курс, 27 сентября

Контрольная работа

1. Укажите такое число N, что для всех $n > N$ выполняется неравенство

$$\frac{18n^3+1}{3n^4-20} < 2.$$

2. Найдите предел последовательности вещественных чисел, заданной рекуррентным соотношением $a_{k+1} = 2/a_k$, $a_1 = 3$.

3. Найдите предел следующей последовательности вещественных чисел:

$$\frac{1}{\sqrt{n+1}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n})}.$$

4. На плоскости с евклидовой метрикой выкололи начало координат. Приведите пример фундаментальной последовательности точек плоскости, не имеющей предела.

5. Докажите, что в любой ограниченной последовательности на множестве рациональных чисел можно выбрать фундаментальную подпоследовательность. Верно ли это утверждение для любого метрического пространства?

6. Является ли полным пространство вещественных чисел с метрикой

$$\rho(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \neq y, \\ 0, & \text{при } x = y? \end{cases}$$