Формулы

Задача 1. Пусть a, b, c — стороны треугольника с противолежащими углами A, B, C. Докажите

a) *первую теорему косинусов*: $\operatorname{ch} a = \operatorname{ch} b \operatorname{ch} c - \operatorname{sh} a \operatorname{sh} c \cos A$;

b) *теорему синусов*: $\frac{\sin A}{\operatorname{sh} a} = \frac{\sin B}{\operatorname{sh} b} = \frac{\sin C}{\operatorname{sh} c}$;

c) *вторую теорему косинусов*: $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \operatorname{ch} a$.

Задача 2. Получите следующие соотношения в прямоугольном треугольнике ABC (где $\angle C = \frac{\pi}{2}$):

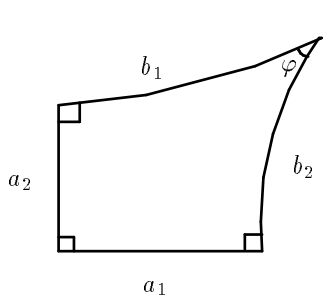
a) $\operatorname{ch} c = \operatorname{ch} a \operatorname{ch} b$;
b) $\operatorname{sh} b = \operatorname{sh} c \sin B$;
c) $th a = th c \cos B$;
d) $\operatorname{ch} c = ctg A \sin B$;
e) $\cos A = \operatorname{ch} a \sin B$;
f) $th a = \operatorname{sh} b tg A$.

Задача 3. Если S — площадь треугольника со сторонами a, b и c, то

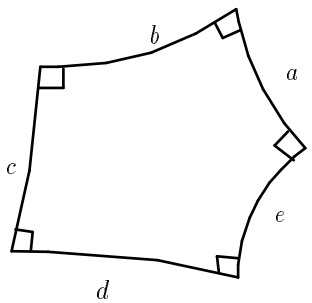
$$th^2 \frac{S}{4} = th \frac{p}{2} th \frac{p-a}{2} th \frac{p-b}{2} th \frac{p-c}{2},$$

где $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

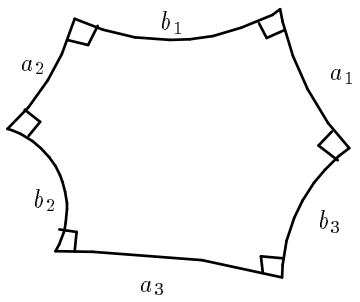
Задача 4. Докажите следующие соотношения в четырех-, пяти- и шестиугольниках:



a) $\operatorname{sh} a_1 \operatorname{sh} a_2 = \cos \varphi$
b) $\operatorname{ch} a_1 = \operatorname{ch} b_1 \sin \varphi$



c) $th a \operatorname{ch} b th c = 1$
d) $\operatorname{sh} a \operatorname{sh} b = \operatorname{ch} d$



e) $\frac{\operatorname{sh} a_1}{\operatorname{sh} b_1} = \frac{\operatorname{sh} a_2}{\operatorname{sh} b_2} = \frac{\operatorname{sh} a_3}{\operatorname{sh} b_3}$
f) $\operatorname{ch} b_1 \operatorname{sh} a_2 \operatorname{sh} a_3 = \operatorname{ch} a_1 + \operatorname{ch} a_2 \operatorname{ch} a_3$