$U(V,S)$	$dU = TdS - PdV$	Внутренняя энергия
$F(T,V) = U - TS$	$dF = -SdT - PdV$	Свободная энергия
$H(P,S) = U + PV$	$dH = VdP + TdS$	Энтальпия
$\Phi(P,T) = U + PV - TS$	$d\Phi = -SdT + VdP$	Энергия Гиббса

1. Докажите соотношения взаимности, или, как их ещё называют, соотношения Максвелла:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V; \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V; \qquad \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S; \qquad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$$

2. Якобианом $\frac{\partial(uv)}{\partial(xy)}$ называют определитель

$$\frac{\partial(uv)}{\partial(xy)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix}$$

Покажите, что частную производную можно записать в виде якобиана:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial(uy)}{\partial(xy)}$$

3. Покажите, что с якобианами можно обращаться, как с дробями, то есть, если $a = a(u,v), b = b(u,v)$; $u = u(x,y), v = v(x,y)$ и $a(x,y) = a(u(x,y), v(x,y)),\ \ b(x,y) = b(u(x,y), v(x,y))$, то

$$\frac{\partial(ab)}{\partial(xy)} = \frac{\partial(ab)}{\partial(uv)}\frac{\partial(uv)}{\partial(xy)}$$

4. Найдите якобиан

$$\frac{\partial(PV)}{\partial(TS)}$$

5. Докажите соотношение:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P$$

6. Докажите соотношение

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \frac{c_p}{c_v}\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

7. Свободная энергия одного моля некоторого вещества дается выражением

$$F = -\frac{RT}{2}\ln(AT^3V^2)$$

где A — некоторая константа. Найдите уравнение состояния, внутреннюю энергию и теплоемкость c_p этого вещества.

8. Уравнение состояния термодинамической системы имеет вид $P = A(V)T^3$. Найдите $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$ в точке $P = 1$ атм, $T = 300$ К.

9. Теплоизолированный сосуд разделен тонкой перегородкой на две равные части. В одной части при температуре T_0 находится 1 моль идеального газа, другая откачана до высокого вакуума. Перегородку быстро убирают, и газ заполняет весь объем. Определить изменение свободной энергии газа после установления термодинамического равновесия.

10. Доказать, что если внутренняя энергия физически однородного тела не зависит от его объема, а зависит только от температуры, то она не зависит и от давления. То же справедливо и для энтальпии.

11. Коэффициент объемного расширения воды при 4°C меняет знак, будучи при 0°C < t < 4°C величиной отрицательной. Доказать, что в этом интервале температур вода при адиабатическом сжатии охлаждается, а не нагревается, подобно многим другим жидкостям и всем газам.

12. Воду, находящуюся при 0°C и давлении P = 100 атм, расширяют адиабатически и квазистатически до атмосферного давления. Найти изменение температуры воды в этом процессе, если коэффициент объемного расширения воды в этих условиях отрицателен: $\alpha = -6{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

13. Некоторое количество воды, взятое при 0,1°C, помещено под пресс. Цилиндр пресса хорошо теплоизолирован. При сжатии этой воды оказалось, что ее объем уменьшился на 0,5%. Как изменилась температура воды? Известно, что изотермическая сжимаемость воды в данном температурном диапазоне $\beta_T = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$, а коэффициент теплового расширения воды $\alpha = -6{,}1 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$.

14. При изотермическом сжатии ($T = 293\ K$) одного моля глицерина от давления 1 атм до давления 11 атм выделяется теплота 10 Дж. При адиабатическом сжатии этого глицерина на те же 10 атм затрачивается работа 8,76 мДж. Плотность глицерина $\rho = 1{,}26$ г/см^3, молекулярная масса $\mu = 92$ г/моль, $\gamma = c_p/c_v = 1{,}1$. Определить для глицерина по этим данным температурный коэффициент давления, коэффициент теплового расширения и изотермическую сжимаемость.

15. Из опыта известно, что резиновый жгут удлиняется при охлаждении (если его натяжение остается постоянным). Пользуясь этим, доказать, что жгут нагреется, если его адиабатически растянуть.

16. Из измерений найдено, что натяжение резинового жгута определяется выражением $\tau = A(l)T$, где T — абсолютная температура, а функция $A(l)$ зависит только от длины жгута ($A > 0$). Показать, что внутренняя энергия такого жгута не зависит от его длины, а энтропия при изотермическом увеличении длины уменьшается.

17. Килограмм ртути сжимают изотермически при температуре $T = 300$ К, повышая давление от 0 до $P = 10$ атм. Найти работу A, совершенную над ртутью, и количество тепла Q, полученное ею, если изотермический коэффициент сжимаемости ртути $\beta_T = 4 \cdot 10^{-6}$ атм$^{-1}$, а коэффициент теплового расширения $\alpha = 2 \cdot 10^{-4} K^{-1}$. Плотность ртути $\rho = 13{,}6$ г/см^3.

18. Железная проволока радиуса $r = 1$ мм квазистатически и адиабатически нагружается при температуре $T = 273$ К. Начальное значение растягивающей силы равно нулю, конечное $F = 10$ Н. Определить изменение температуры проволоки ΔT. Коэффициент линейного расширения железа $\alpha_л = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ °C^{-1}, удельная теплоемкость железа $c = 0{,}44$ Дж/(г·°C), плотность ρ =7,9 г/см^3.

19. Изобарическое нагревание моля жидкости от 27°C до 29°C увеличивает ее объем на 0,1 см^3; последующее изотермическое повышение давления на 20 кг/см^2 возвращает объем к исходному значению. По этим данным найти разность молярных теплоемкостей $c_p - c_v$, считая, что объем в указанных выше пределах линейно меняется с давлением и температурой. Найти также изменение энтропии жидкости на изотермической стадии процесса.

20*. В стальной оболочке находится вода при температуре 0°C и давлении 1000 атм. Оболочка вдруг теряет жесткость и давление воды адиабатически быстро падает до 1 атм. Найти конечную температуру воды. Теплоемкостью оболочки пренебречь. Плотность воды имеет максимум при температуре 4°C, причем разность плотностей при 4°C и 0°C $\Delta\rho = 0{,}13$ мг/см^3.

21. При изотермическом сжатии меди при температуре 273 К существует такое давление P_0, при котором работа, затраченная на увеличение давления на малую величину $\Delta P \ll P_0$, равна количеству теплоты, выделяющейся при этом сжатии. Определить давление P_0, если в диапазоне давлений $[P_0, P_0 + \Delta P]$ температурный коэффициент объемного расширения $\alpha = 4{,}5 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$, изотермический модуль объемного сжатия $K = 1{,}3 \cdot 10^{11}$ Па.

22*. Определить отношение $\gamma = c_p/c_v$ для жидкого лантана La при температуре $T = 1250$ К. При этой температуре скорость звука $V_{зв} = 2$ км/с, удельная теплоемкость при постоянном давлении $c_p = 247$ Дж/(кг·К), температурный коэффициент объемного расширения $\alpha = 1{,}02 \cdot 10^4$ К$^{-1}$.