В экзаменационный вариант входят задачи, помеченные звёздочкой и, кроме того, по одной задаче (на свой выбор) из каждого раздела.

1.1. В сосуде находится смесь газов — гелия и кислорода. При температуре 27°C и давлении 1 атм плотность этой смеси 0,91 г/л. Каким станет давление в сосуде, если из него удалить половину молекул кислорода?

1.2.* Найдите уравнение адиабаты в переменных PV для смеси равных масс гелия и кислорода.

1.3. Внутри откачанной до глубокого вакуума установки находится герметичный теплоизолированный цилиндрический сосуд, заполненный идеальным одноатомным газом. Сосуд закрыт сверху теплонепроницаемым поршнем. Газ занимает при этом объем V. На поршень ставят гирю той же массы, что и масса поршня. Найти объем газа в новом положении равновесия.

1.4. Моль идеального одноатомного газа совершает цикл, состоящий из трех процессов: адиабатического расширения, изобарического расширения и изотермического сжатия. Найдите работу газа в изобарическом процессе, если в процессе адиабатического расширения газ совершил работу A = 150 Дж.

1.5. Газ Ван-дер-Ваальса подчиняется уравнению состояния (для одного моля)

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Предполагая, что c_v — известная постоянная величина, найдите внутреннюю энергию газа Ван-дер-Ваальса.

1.6.* Определить работу, совершаемую произвольным веществом в цикле, состоящем из изотермического расширения 1–2, политропы 2–3 и адиабаты 3–1. Известно, что теплоемкость тела на политропе 2–3 равна c, а температуры на изотерме 1–2 и в состоянии 3 равны соответственно T_1 и T_3.

2.1.* Докажите соотношение:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

2.2. Докажите соотношение

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_S = \frac{c_p}{c_v}\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

2.3. Свободная энергия одного моля некоторого вещества дается выражением

$$F = -\frac{RT}{2}\ln(AT^3V^2)$$

где A — некоторая константа. Найдите теплоемкость c_p этого вещества.

2.4. Из опыта известно, что резиновый жгут удлиняется при охлаждении (если его натяжение остается постоянным). Пользуясь этим, доказать, что жгут нагреется, если его адиабатически растянуть.

3.1. Какую максимальную работу можно получить, имея сосуд объёма 2 л, разделённый перегородкой на две равные части. В половинках находятся соответственно азот и гелий при одинаковых условиях: $P = 1$ атм, $V = 1$ л, $T = 300$ K. После завершения экспериментов весь газ должен находится внутри сосуда.

3.2. Гелий, первоначально находившийся в сосуде объёмом 20 л при давлении 1 атм продиффундировал наружу. Найдите изменение энтропии гелия и минимальную работу, которую нужно затратить, чтобы собрать из атмосферы в сосуд такое же количество гелия. В обычном воздухе на 1 атом гелия приходится 10^7 молекул других газов.

3.3.* Найдите относительную флуктуацию температуры железного куба, находящего в тепловом равновесии с термостатом при температуре T. Теплоёмкость куба постоянна и равна c.

4.1.* Вычислите термодинамическими методами Ω-потенциал идеального одноатомного газа. Найдите с его помощью среднее число частиц в объёме V при температуре T.

4.2. Найдите зависимость температуры кипения от давления, предполагая, что теплота парообразования не зависит от температуры.

4.3. В толстостенный закрытый сосуд помещён кусок льда, над которым находится насыщенный водяной пар. В сосуд можно нагнетать воздух до высокого давления. На сколько надо повысить давление воздуха в сосуде, чтобы давление насыщенного пара над льдом повысилось на 1%, если температура 250 K поддерживается постоянной?

4.4. В Антарктиде под трёхкилометровой толщей льда обнаружены озёра пресной воды. Определите температуру воды в этих озёрах.

5.1. *Одномерная модель Изинга.* N спинов (стрелочек, имеющих только два возможных положения — вверх и вниз) выстроились в линию. Каждый спин взаимодействует только с двумя ближайшими соседями, причём для параллельных спинов энергия этого взаимодействия на ε меньше, чем для антипараллельных. Вычислите статсумму для такой системы. Найдите в термодинамическом пределе ($N \to \infty$) среднюю энергию при температуре T и теплоёмкость. Для устранения краевых эффектов, замкните цепочку в кольцо.

5.2.* Найдите уравнение состояния и химический потенциал для идеального газа частиц, для которых энергия и импульс связаны соотношением $E = pc$.

5.3. Для газа в сферическом сосуде вычислите добавку к молярной теплоёмкости C_v, обусловленную наличием поля тяжести.