1. Существует ли в симметрической группе S_{13} элемент порядка 56?

2. Найдите все делители нуля в алгебре $M_2(\mathbb{R})$ (алгебре матриц порядка 2 над полем $\mathbb{R}$).

3. Есть ли в поле $\mathbb{F}_8$, состоящем из 8 элементов, подполе $\mathbb{F}_4$, состоящее из 4 элементов?

4. Пусть A — алгебра над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$ с базисом $\{1, i, j, k\}$ и такой же таблицей умножения, как в алгебре кватернионов. Докажите, что алгебра A изоморфна $M_2(\mathbb{C})$ (алгебре матриц порядка 2 над полем $\mathbb{C}$).

5. Найдите все двусторонние идеалы алгебры матриц порядка 3 над полем $\mathbb{R}$. (Двусторонний идеал алгебры A — это линейное подпространство I, для которого $AI = IA = I$.)

6. Найдите размерность поля разложения L многочлена $x^3 - 2$ над $\mathbb{Q}$ и вычислите группу Галуа $G(L, \mathbb{Q})$.

7. Пусть α_1 и α_2 — целые алгебраические числа, а θ — корень многочлена $x^2 + \alpha_1 x + \alpha_2 = 0$. Докажите, что θ — целое алгебраическое число.

8. Пусть $f(x)$ — неприводимый многочлен степени d над полем $\mathbb{F}_q$, состоящем из q элементов, q — простое. Докажите, что $f(x)$ делит $x^{q^d} - x$ и, наоборот, если $f(x)$ делит $x^{q^n} - x$, то d делит n.

9. Пусть $SL(2, \mathbb{R})$ — группа матриц порядка 2 с вещественными коэффициентами и с определителем 1. Докажите, что группа $SL(2, \mathbb{R})/\{\pm I\}$, где I — единичная матрица, простая, т.е. у неё нет нетривиальных нормальных подгрупп.